

# Autoevaluación de Variable Compleja

## Tema 2: Funciones holomorfas, armónicas y analíticas (enunciados)

Isabel Marrero

Departamento de Análisis Matemático

Universidad de La Laguna



1. **[1 punto]** Demostrar en términos de  $\varepsilon$  y  $\delta$  que  $\lim_{z \rightarrow 2i} (z^2 - i) = -4 - i$ .
2. **[1 punto]** Si  $f(z) = z^2$ , calcular  $f'(z)$  usando la definición de derivada.
3. **[1 punto]** ¿Puede ocurrir que  $u$  y  $v$  satisfagan las ecuaciones de Cauchy-Riemann en un punto  $z = x + iy$  sin que la función  $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$  sea derivable en  $z$ ?
4. **[1 punto]** Si la función  $f(x + iy) = c + iv(x,y)$ , donde  $c$  es una constante real, es holomorfa en un dominio  $D$ , entonces  $f$  es constante en  $D$ . ¿Verdadero o falso? Razonar la respuesta.
5. **[1 punto]** Calcular el radio de convergencia y la suma de la serie de potencias

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{n+1}} (z-1)^n.$$

6. **[1 punto]** Encontrar los valores de  $z \in \mathbb{C}$  para los cuales  $e^{3z} = 1$ .
7. **[1 punto]** Si  $z = x + iy$ , determinar: (i)  $\Re e^z$ ; (ii)  $\Im e^z$ ; (iii)  $|e^z|$ .
8. **[1 punto]** Hallar  $\text{Log}(\sqrt{3} + i)$ .
9. **[1 punto]** Calcular la potencia compleja  $[2^i]$ , y especificar su valor principal.
10. **[1 punto]** Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, razonando la respuesta.
  - (i) La función  $\text{sen } z$  es entera.
  - (ii) Se cumple que  $|\text{sen } z| \leq 1$  ( $z \in \mathbb{C}$ ).