

Autoevaluación de Variable Compleja

Tema 3: Integración compleja (enunciados)

Isabel Marrero

Departamento de Análisis Matemático

Universidad de La Laguna

1. [2 puntos] Sea C el segmento rectilíneo con origen $1 - i$ y extremo $1 + i$. Evaluar

$$\int_C |z|^2 dz.$$

2. [2 puntos] Sea $C : z(t) = 2e^{it}$ ($0 \leq t \leq 2\pi$). Probar que

$$\left| \oint_C \frac{e^z}{z^2 + 1} dz \right| \leq \frac{4\pi e^2}{3}.$$

3. [2 puntos] Calcular el valor de

$$\oint_{|z|=4} \frac{e^{3z}}{(az - b)^n} dz,$$

siendo:

- (i) $a = 1, b = \pi i, n = 1$;
 - (ii) $a = 1, b = \pi i, n = 7$;
 - (iii) $a = 2, b = 9\pi i, n = 1$.
4. [2 puntos] Evaluar

$$\oint_C \frac{\cos z}{z^4 + z^2} dz,$$

donde $C : |z - 2i| = 4$, positivamente orientada.

5. [2 puntos] Sea $f(z) = z^2 - 3z + 2$. Encontrar el máximo absoluto de $|f(z)|$ en $|z| \leq 1$.