FUNDAMENTOS DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

José Francisco Gómez González

Benjamín González Díaz

María de la Peña Fabiani Bendicho

Ernesto Pereda de Pablo

Universidad de La Laguna

Departamento de Ingeniería Industrial

Tema 2: Transitorios en Circuitos de Corriente Continua

Universidad
de La Laguna
Departamento de
Ingeniería Industrial

PUNTOS OBJETO DE ESTUDIO

- Circuitos RC: transitorio y estacionario.
- Circuitos RL: transitorio y estacionario.
- Circuitos RLC: transitorio y estacionario.
- Concepto de resonancia.

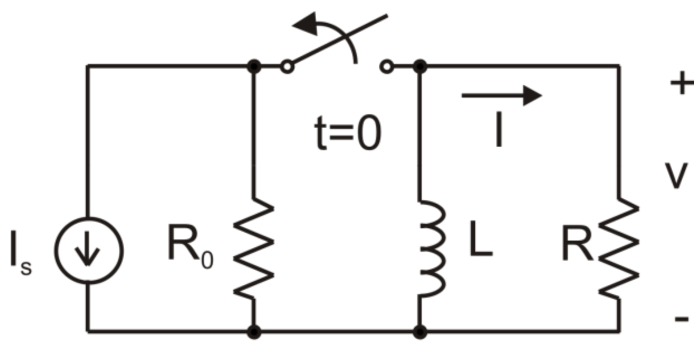
Régimen transitorio

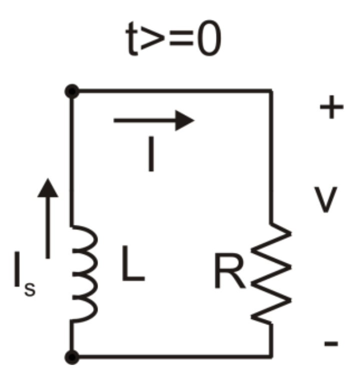
- Hasta ahora se han analizado los circuitos en régimen permanente: estado de equilibrio, impuesto por los parámetros de la red.
- Ante cualquier maniobra (conmutación / encendido / apagado / fallos / variaciones de la carga...), antes de alcanzar el equilibrio ocurren un periodo denominado régimen transitorio.
- Las variables del circuito están sometidas a factores exponenciales decrecientes y los valores dependen de los parámetros del circuito.
- De corta duración (del orden de milisegundos) pero pueden ocasionar problemas en los circuitos y máquinas eléctricas.

Primer orden

- Al aplicar las leyes de Kirchhoff a los circuitos con bobinas y condensadores (elementos dinámicos) resultan ecuaciones diferenciales que deben resolver para conocer u, i.
- Los circuitos de primer orden cuentan con un solo elemento dinámico.
- Dos tipos de respuestas:
  - Respuesta natural corresponde a las corrientes y voltajes que existen cuando se libera energía almacenada en un circuito que no contiene fuentes independientes.
  - Respuesta de escalón corresponde a las corrientes y voltajes que resultan de cambios abruptos en las fuentes de cd que se conectan al circuito. La energía almacenada puede o no estar presente en el momento en que ocurren los cambios abruptos.

La respuesta natural: un circuito RL (I)



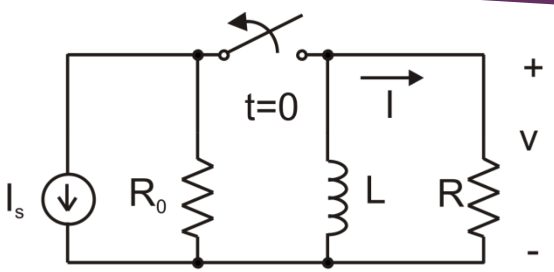


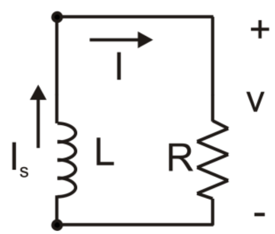
- Suponemos que el interruptor ha estado en estado cerrado durante largo tiempo, de modo que las corrientes y voltajes han alcanzado un valor constante, y el inductor se presenta como un corto circuito antes de liberar la energía almacenada.

$$v_L = L\,di/dt = 0$$

- La determinación de la respuesta natural requiere encontrar el voltaje y la corriente en las terminales del resistor después de que se ha abierto el interruptor, es decir, después de que se ha desconectado la fuente y el inductor empieza a liberar energía

La respuesta natural: circuito RL (II)





$$\frac{di}{i} = -\frac{R}{L}dt \Rightarrow \int_{i(0)}^{i(t)} \frac{di}{i} = -\frac{R}{L}\int_0^t dt \Rightarrow$$

$$\ln\frac{i(t)}{i(0)} = -\frac{R}{L}t \Rightarrow i(t) = i(0)e^{-\frac{R}{L}t}$$

- La determinación de la respuesta natural requiere encontrar el voltaje y la corriente en las terminales del resistor después de que se ha abierto el interruptor, es decir, después de que se ha desconectado la fuente y el inductor empieza a liberar energía.

$$L\frac{di}{dt} + Ri = 0$$

$$i(t) = i(0)e^{-t/\tau}$$

Respuesta natural, donde $\tau = \dfrac{L}{R}$ es la constante de tiempo.

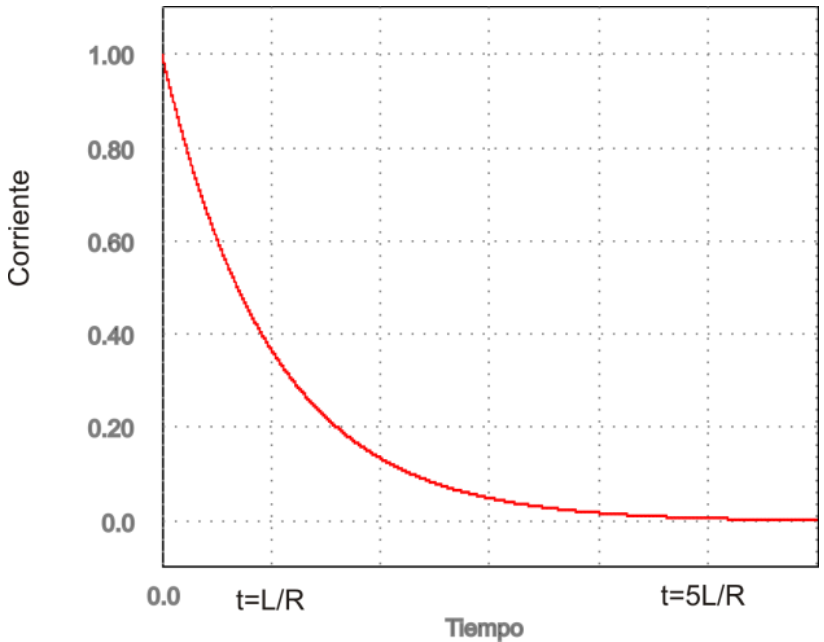
La respuesta natural: circuito RL (III)

- El voltaje en el resistor será

$$v(t) = Ri(t) = Ri(0)e^{-t/\tau}$$

- La potencia disipada en la resistencia es

$$p = v(t)i(i) = R[i(t)]^2 = R[i(0)]^2 e^{-2t/\tau}$$

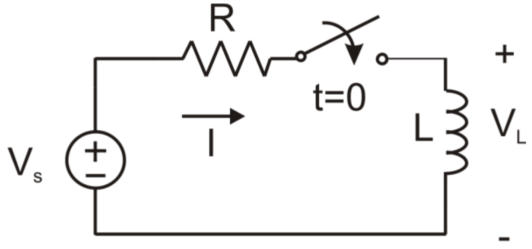


La respuesta natural: circuito RL (IV)

- Cuando el tiempo transcurrido excede de 5 veces la constante de tiempo, la corriente es menor que el 1% de su valor inicial. De ese modo algunas veces se afirma que después de después de que ha ocurrido la conmutación, las corrientes y los voltajes han alcanzado sus valores finales, para casi todos los fines prácticos.

Respuesta de escalón en circuito RL (I)

- El objetivo es determinar las expresiones de la corriente y el voltaje después de que se cierra el interruptor.



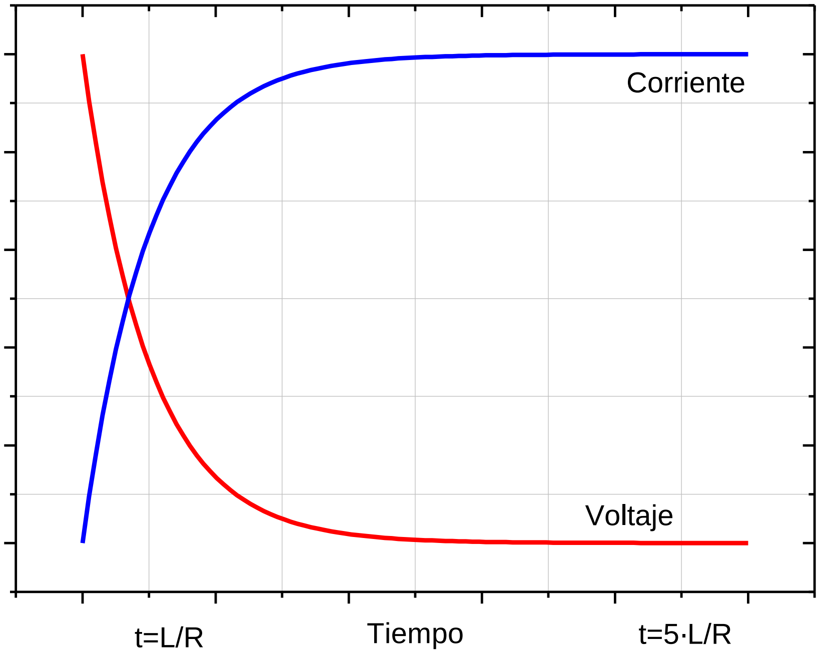
$$L\frac{di}{dt}+Ri=V_s$$

$$\frac{di}{dt}=\frac{V_s-Ri}{L}=-\frac{R}{L}\left(i-\frac{V_s}{R}\right)$$

$$\Rightarrow\int_{i(0)}^{i(t)}\frac{di}{\left(i-\frac{V_s}{R}\right)}=-\frac{R}{L}\int_0^t dt\Rightarrow \ln\frac{\left(i-\frac{V_s}{R}\right)}{\left(i(0)-\frac{V_s}{R}\right)}=-\frac{R}{L}t\Rightarrow i(t)=\frac{V_s}{R}+\left(i(0)-\frac{V_s}{R}\right)e^{-\frac{R}{L}t}$$

ULL Universidad de La Laguna
Departamento de Ingeniería Industrial

Respuesta de escalón en circuito RL (II)



- Cuando la energía inicial en el inductor es cero, i(0)=0, por lo que

$$i(t) = \frac{V_s}{R} - \frac{V_s}{R} e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{V_s}{R}\left[1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right]$$

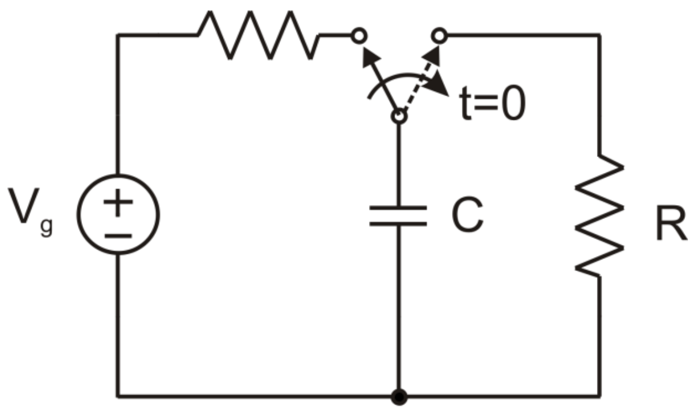
- El voltaje en el inductor es

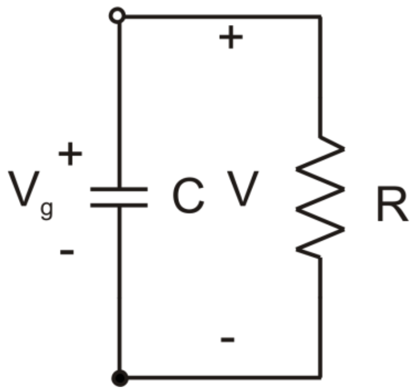
$$V_L = L\frac{di}{dt} = -R\left(i(0) - \frac{V_s}{R}\right) e^{-\frac{R}{L}t} = \left(V_s - Ri(0)\right) e^{-\frac{R}{L}t}$$

- Si la energía inicial es cero

$$V_L = V_s e^{-\frac{R}{L}t}$$

Respuesta natural: Circuito RC



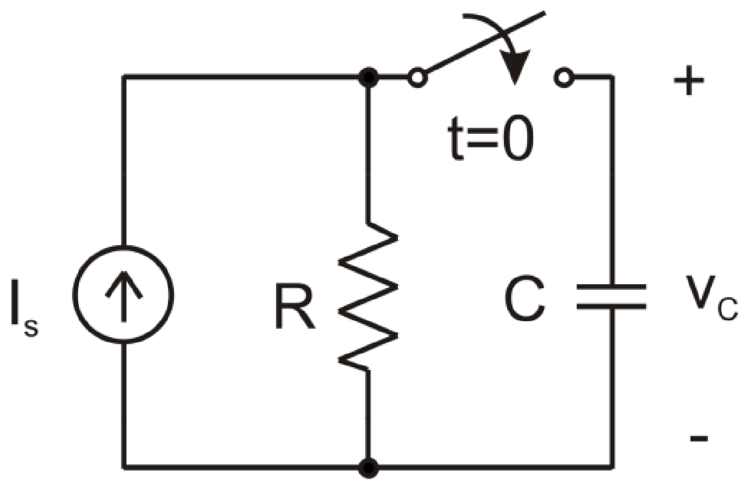


$$C\frac{dv}{dt}+\frac{v}{R}=0$$

$$v(t)=v(0)e^{-t/\tau}$$

$$\tau = RC$$

Respuesta de escalón en circuito RC



$$C\frac{dv}{dt}+\frac{v}{R}=I_s \Rightarrow \frac{dv}{dt}+\frac{v}{CR}=\frac{I_s}{C}$$

$$v_C(t)=I_sR+\left(v(0)-I_sR\right)e^{-t/\tau}$$

$$\tau = RC$$

Si el condensador estaba inicialmente descargado

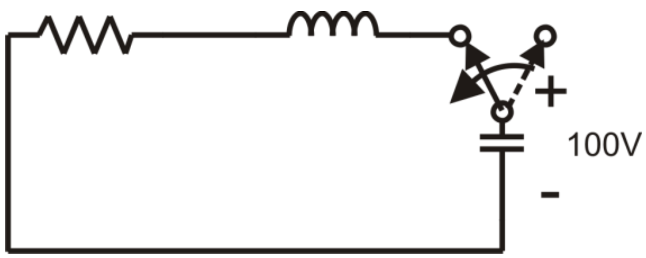
$$v_C(t)=I_sR\left(1-e^{-t/\tau}\right)$$

$$\tau = RC$$

Y la corriente por el condensador es

$$i=C\frac{dv}{dt}=-\frac{1}{R}\left(v(0)-I_sR\right)e^{-t/\tau}=\left(I_s-\frac{v(0)}{R}\right)e^{-t/\tau}$$

Respuesta natural de un circuito RLC serie (I)



$$Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int_0^t i\,dt + V_0 = 0$$

Si derivamos

$$R\frac{di}{dt} + L\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{i}{C} = 0 \Rightarrow \frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{i}{LC} = 0$$

Esta es la ecuación diferencial que tenemos que resolver, es decir

$$\frac{d^2i}{dt^2} + 2\alpha\frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0$$

$$\alpha = \frac{R}{L} rad/s$$

es la frecuencia neperiana

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} rad/s$$

es la frecuencia resonante

$$s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2 = 0$$

y resolviendo tenemos

$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

Respuesta natural de un circuito RLC serie (II)

Si..	*Respuesta*	*$V_C(t)$*
$\omega_o^2 < \alpha^2$	Sobreamortiguada	-> V sin oscilación
$\omega_o^2 > \alpha^2$	Subamortiguada	-> V oscilando
$\omega_o^2 = \alpha^2$	Críticamente amortiguada	Caso límite entre ambos

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} rad/s \qquad \alpha = \frac{R}{L} rad/s \qquad s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

ULL Universidad de La Laguna
Departamento de Ingeniería Industrial

Respuesta natural de un circuito RLC serie (III)

I1 subamortiguada R=10ohm, L=100 mH, C=0.1uF

I2 Criticamente amortiguada R=1000ohm, L=100 mH, C=0.1uF

I3 Sobreamortiguada R=10000ohm, L=100 mH, C=0.1uF