

# FUNDAMENTOS DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

*José Francisco Gómez  
González*

*Benjamín González Díaz*

*María de la Peña Fabiani  
Bendicho*

*Ernesto Pereda de Pablo*



**Universidad  
de La Laguna**

**Departamento de  
Ingeniería Industrial**



# Tema 3: Corriente alterna

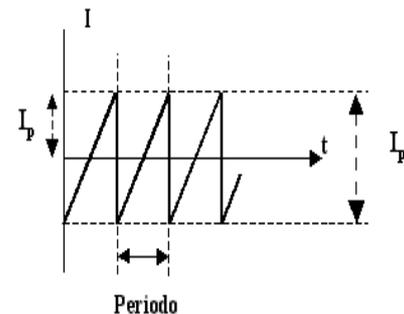
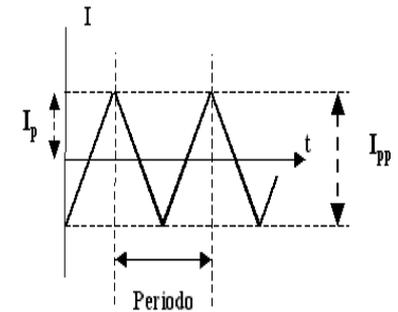
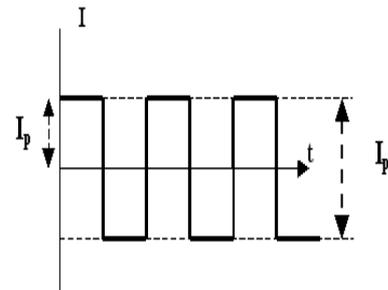
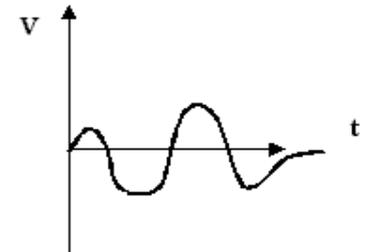
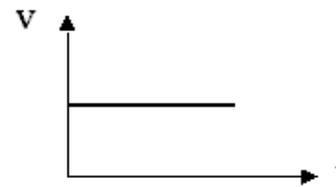


# PUNTOS OBJETO DE ESTUDIO

- ▶ Fundamentos.
- ▶ Corriente alterna senoidal: caracterización e importancia.
- ▶ Fasores.
- ▶ Circuitos de ca básicos.
- ▶ Impedancias y admitancias.
- ▶ Circuitos de ca en general.
- ▶ Potencia en ca: activa, reactiva y aparente.
- ▶ Concepto de factor de potencia y su modificación.
- ▶ Concepto de filtros. Características. Filtros pasabaja, pasaalta, pasabanda y de rechazo de banda.

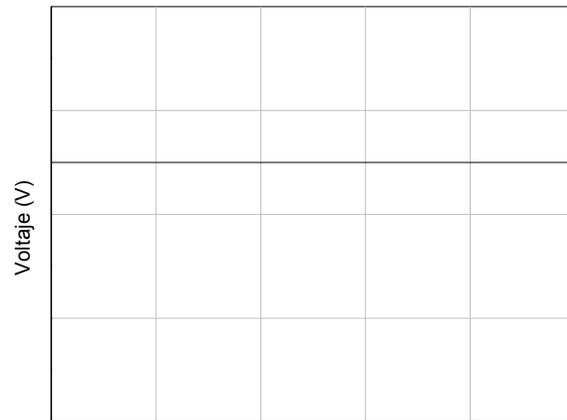
# Fundamentos

- ▶ Corriente continua: no varía frente al tiempo.
- ▶ Corriente alterna (ca): su sentido cambia con el tiempo.
- ▶ Corriente alterna periódica: su valor se repite al cabo de un cierto tiempo  $T$  (periodo).
- ▶ Onda: expresión gráfica de la variación periódica en amplitud y tiempo.



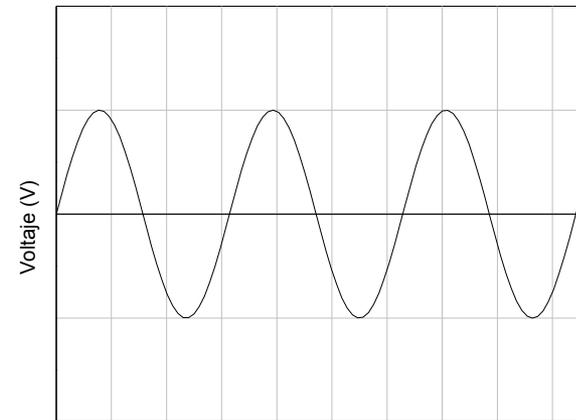
# Corriente alterna senoidal (I)

## Corriente continua



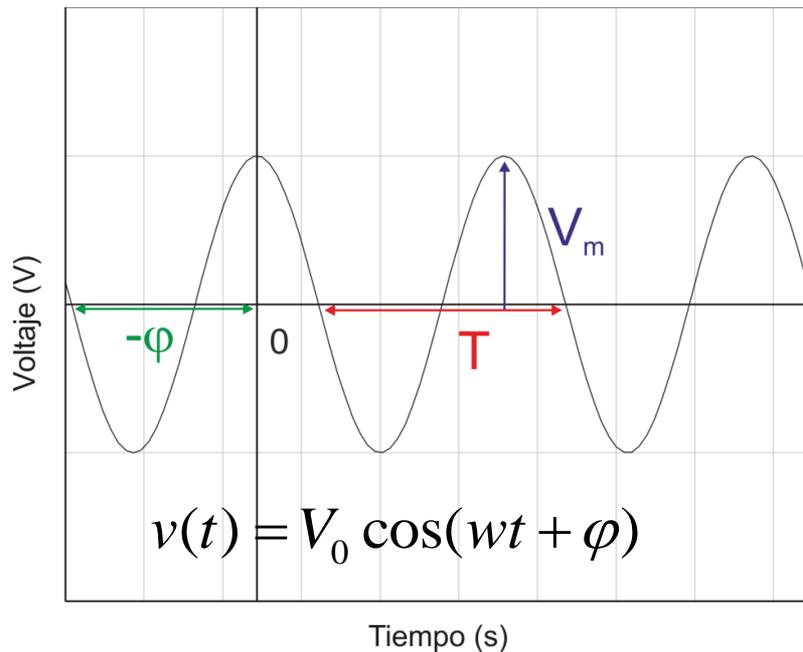
$$v(t) = V_0$$

## Corriente alterna



$$v(t) = V_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

# Corriente alterna senoidal (II)



Análogamente para la intensidad

- ▶  $V_m$  = Valor máximo = valor de pico = valor de cresta.
- ▶  $V(t)$  = Valor instantáneo.
- ▶  $T$  = Período: tiempo de un ciclo completo (s).
- ▶  $f$  = Frecuencia (lineal) = ciclos por segundo =  $1/T$  [Hz]
- ▶  $\omega$  = Pulsación (frecuencia angular):  $\omega T = 2\pi \Rightarrow \omega = 2\pi f$  ( $\text{rads}^{-1}$ ).
- ▶  $\varphi$  = Ángulo de fase (rad) aunque se expresa en  $^\circ$

# Corriente alterna senoidal (III)

- ▶ Ventajas de una corriente alterna senoidal:
  - ▶ Función simple y bien definida.
  - ▶ Cualquier función periódica se puede expresar como una suma de senos y cosenos de distintas frecuencias.
  - ▶ Fácil de producir y transformar.

# Valor medio

$$\langle f \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T f dt$$

$$\langle V \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T V dt$$

$$\langle I \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T I dt$$

Si  $V = V_o \cos \omega t$  con  $T = \frac{2\pi}{\omega}$

$$\langle V \rangle = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^T V_o \cos \omega t dt = \frac{1}{2\pi} V_o [\sin \omega t]_0^{2\pi/\omega} = 0$$

$$\langle I \rangle = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^T I_o \cos \omega t dt = \frac{1}{2\pi} I_o [\sin \omega t]_0^{2\pi/\omega} = 0$$



Los valores medios no dan información sobre las corrientes alternas.

# Caracterización de las corrientes alternas utilizando valores eficaces

$$f_{ef} = \sqrt{\langle f^2 \rangle} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_{ef} = \sqrt{\langle V^2 \rangle} \\ I_{ef} = \sqrt{\langle I^2 \rangle} \end{array} \right.$$

$$\langle V^2 \rangle = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^T V_o^2 \cos^2 \omega t \, dt = \frac{\omega}{2\pi} V_o^2 \int_0^{2\pi/\omega} \frac{\cos 2\omega t + 1}{2} \, dt = \frac{\omega}{2\pi} V_o^2 \frac{1}{2} \frac{2\pi}{\omega} = \frac{V_o^2}{2} \quad V_{ef} = \frac{V_o}{\sqrt{2}}$$

$$\langle I^2 \rangle = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^T I_o^2 \cos^2 \omega t \, dt = \frac{\omega}{2\pi} I_o^2 \int_0^{2\pi/\omega} \frac{\cos 2\omega t + 1}{2} \, dt = \frac{\omega}{2\pi} I_o^2 \frac{1}{2} \frac{2\pi}{\omega} = \frac{I_o^2}{2} \quad I_{ef} = \frac{I_o}{\sqrt{2}}$$

Los voltímetros y amperímetros están diseñados para medir valores eficaces de la corriente o la tensión.

# Significado físico de valor eficaz

- ▶ Si tenemos una resistencia  $R$  que es atravesada por una corriente

$$i(t) = I_m \cdot \cos \omega t$$

- ▶ Entonces la energía disipada es

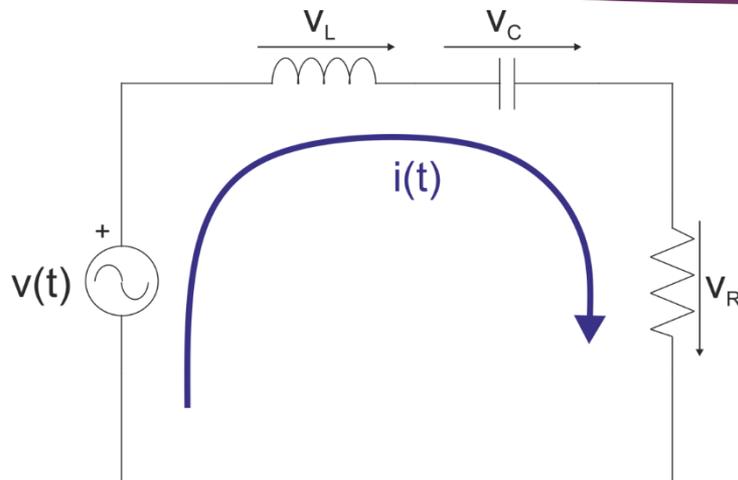
$$W_{AC} = \int_0^t R i^2(\tau) d\tau$$

- ▶ Por lo que, ¿cuánto vale la corriente continua que debe circular por  $R$  para disipar en un tiempo  $t$  la misma energía?

$$W_{DC} = \int_0^t R I^2 d\tau = R I^2 t; \quad \text{Si } W_{DC} = W_{AC} \quad \Rightarrow R I^2 t = \int_0^t R i^2(\tau) d\tau$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^t R i^2(\tau) d\tau} = I_{eff}$$

# Circuitos en alterna



Se resuelve mediante:

► Siendo  $v(t)$  conocido, se quiere calcular  $i(t)$ .

►  $v(t) = v_L + v_C + v_R$

$$v_L = L \frac{di}{dt} \quad v_C = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau \quad v_R = Ri$$

► La ecuación resulta

$$v(t) = L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau + Ri$$

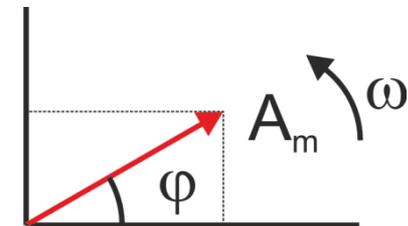
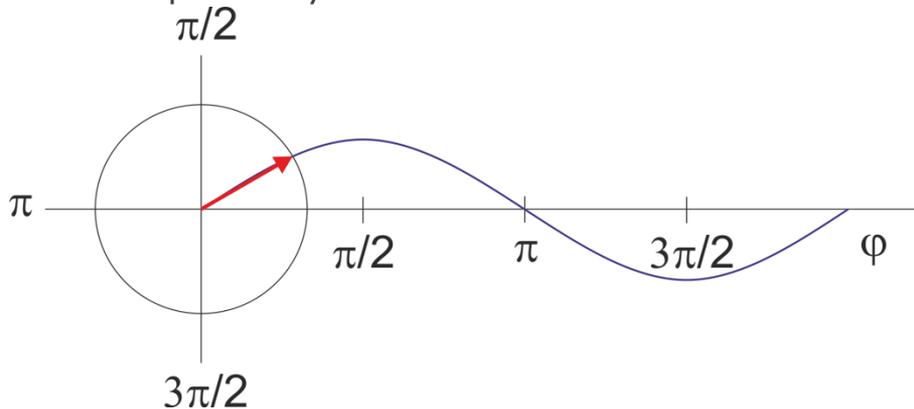
Respuesta transitoria

Respuesta permanente

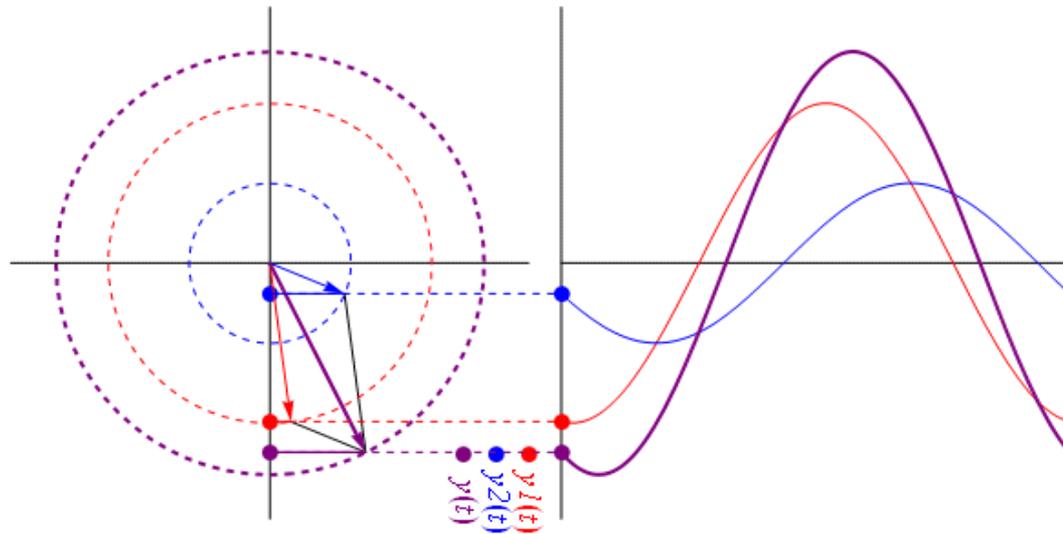
$$\frac{dv(t)}{dt} = L \frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{C} i + R \frac{di}{dt}$$

# Notación fasorial (I)

- ▶ En un circuito de corriente alterna,  $\omega$  es la misma en todos los puntos del circuito, tanto para las corrientes como para los voltajes.
- ▶ El valor de cada magnitud en un instante viene determinado por su amplitud y su fase.

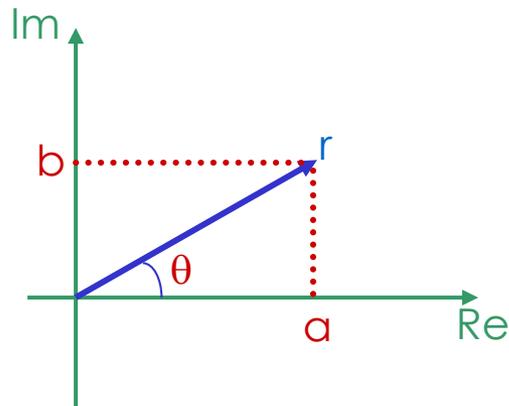


# Notación fasorial (II)



$$Y = A\sqrt{2} \cos(\omega t + \delta) \equiv Y = A \angle \delta$$

# Números imaginarios



Coordenadas  
cartesianas

$$z = a + jb$$

Coordenadas polares

$$z = r \angle \theta$$

Cambio de  
coordenadas

Cartesianas a  
polares

Polares a  
cartesianas

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\theta = \text{arc tg } \frac{b}{a}$$

$$a = r \cos \theta$$

$$b = r \text{ sen } \theta$$

**Fórmula de Euler**  $\Rightarrow$

$$re^{\pm j\theta} = r \cos \theta \pm jr \text{ sen } \theta$$

# Relación

- ▶ Partimos de:

$$v(t) = \sqrt{2}V_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

- ▶ En notación fasorial

$$\underline{v} = V_0 \angle \varphi = V_0 e^{j\varphi}$$

- ▶ Multiplicamos por

$$e^{j\omega t}$$

$$V_0 e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t} = V_0 e^{j(\varphi + \omega t)} = V_0 (\cos(\varphi + \omega t) + j \sin(\varphi + \omega t))$$

- ▶ Relación de Euler

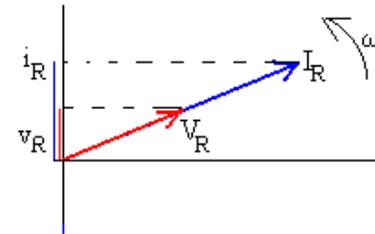
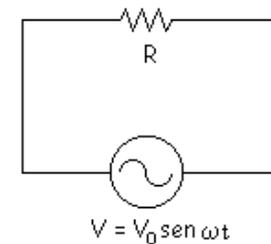
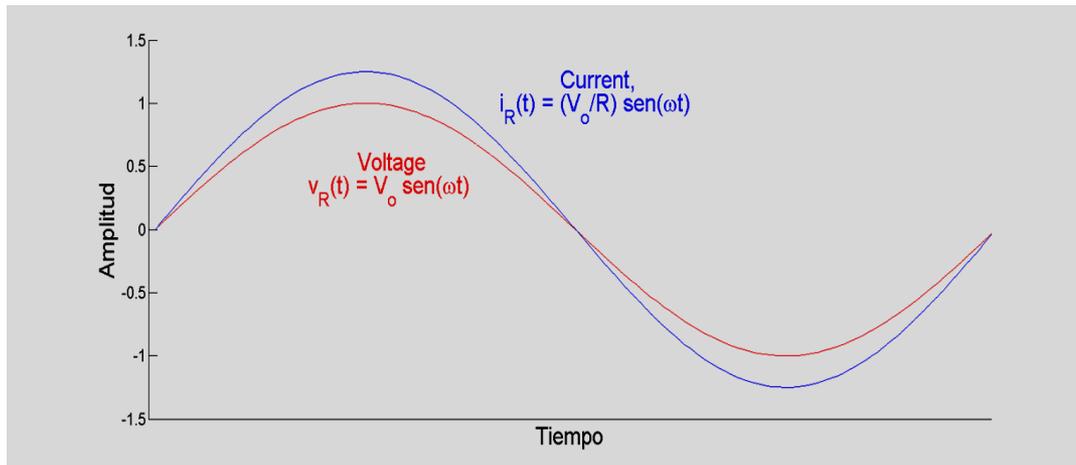
$$\sqrt{2} \operatorname{Re}(V_0 e^{j(\varphi + \omega t)}) = \sqrt{2}V_0 \cos(\varphi + \omega t)$$

- ▶ Una función sinoidal es representado unívocamente por su fasor.

# Operaciones con fasores

1. <http://www.youtube.com/watch?v=dBV4FLtA8ls>
2. [http://www.frro.utn.edu.ar/repositorio/catedras/electrica/2\\_anio/electrotecnica1/trabajos\\_practicos/Ejercicios\\_fasores.pdf](http://www.frro.utn.edu.ar/repositorio/catedras/electrica/2_anio/electrotecnica1/trabajos_practicos/Ejercicios_fasores.pdf)
3. [http://www.uco.es/users/mr.ortega/fisica/archivos/guias/A01\\_Numeros\\_complejos.pdf](http://www.uco.es/users/mr.ortega/fisica/archivos/guias/A01_Numeros_complejos.pdf)

# Circuitos resistivos (I)



$$v_R(t) = V; \Rightarrow i_R(t) = \frac{v_0(t)}{R} = \frac{v_0}{R} \text{sen}(\omega t)$$

- ▶ Sólo varía el módulo no la fase  $\rightarrow v_R(t)$  e  $i_R(t)$  están en fase.
- ▶ Ley de Ohm en alterna con los valores de la amplitud

## Circuitos resistivos (II)

- ▶ Si escribimos el voltaje como

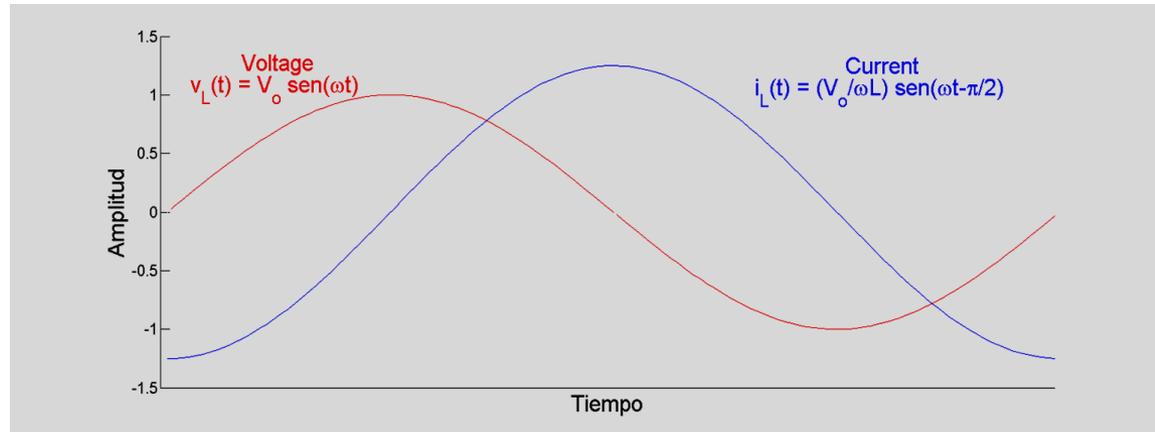
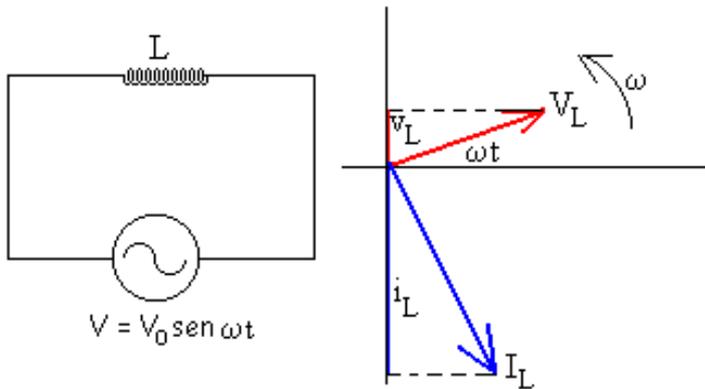
$$v = Ri = R[I_m \cos(\omega t + \theta_i)] = RI_m \cos(\omega t + \theta_i) = V_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

- ▶ La transformación fasorial de este voltaje es

$$\underline{V} = RI_m e^{j\theta_i} = RI_m \angle \theta_i$$

$$\underline{V} = R\underline{I}$$

# Circuitos inductivos (I)



$$-L \frac{di_L}{dt} + V_o \text{sen}(\omega t) = 0; \quad i_L(t) = -\frac{V_o}{\omega L} \cos(\omega t) = \frac{V_o}{\omega L} \text{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

- ▶  $v_L(t)$  e  $i_L(t)$  desfasadas en  $\pi/2$  radianes, con la corriente retrasada.
- ▶ Relación I-V: reactancia inductiva (depende de la frecuencia)

$$X_L = \frac{v_L}{i_L} = \omega L$$

# Circuitos inductivos (II)

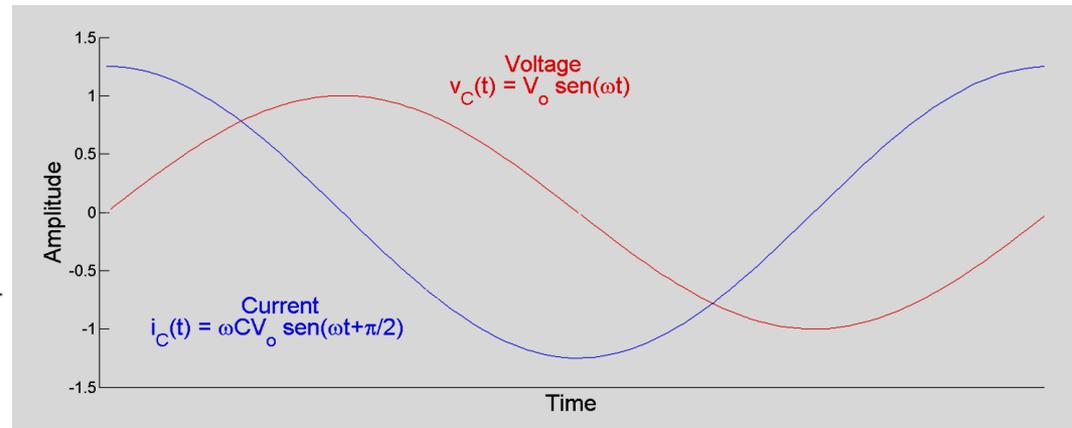
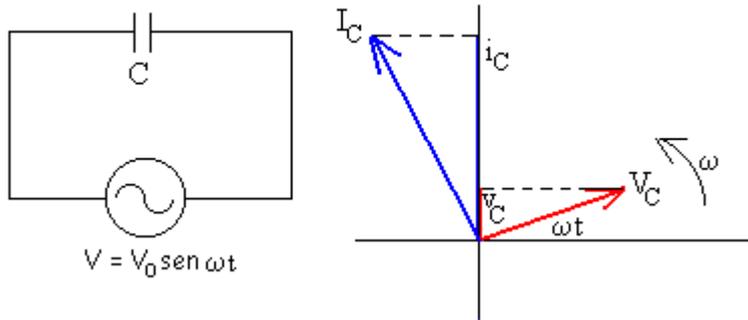
$$v = L \frac{di}{dt} = L \frac{d[I_m \cos(\omega t + \theta_i)]}{dt} = -\omega L I_m \operatorname{sen}(\omega t + \theta_i) = -\omega L I_m \cos(\omega t + \theta_i - 90^\circ)$$

$$\begin{aligned} \underline{V} &= -\omega L I_m e^{j(\theta_i - 90^\circ)} = -\omega L I_m e^{j\theta_i} e^{-j90^\circ} = -\omega L I_m e^{j\theta_i} (-j) = \\ &= j\omega L I_m e^{j\theta_i} = j\omega L \underline{I} \end{aligned}$$

$$\underline{V} = j\omega L \underline{I}$$

$$\underline{V} = (\omega L \angle 90^\circ) (I_m \angle \theta_i) = \omega L I_m \angle (\theta_i + 90^\circ)$$

# Circuitos capacitivos (I)



- ▶  $v_C(t)$  e  $i_C(t)$  desfasadas en  $\pi/2$  radianes, con la corriente adelantada
- ▶ Relación I-V: reactancia capacitiva (depende de la frecuencia)

En el condensador  $q=Cv = CV_0 \text{sen}(\omega t)$

$$\text{Como } i_c(t) = \frac{dq}{dt} \Rightarrow i_c(t) = C\omega V_0 \cos(\omega t) = C\omega V \text{sen}(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$X_c = \frac{v_c}{i_c} = \frac{1}{\omega C}$$

# Circuitos capacitivos (II)

$$i = C \frac{dv}{dt} = C \frac{d[V_m \cos(\omega t + \theta_v)]}{dt} = -\omega C V_m \text{sen}(\omega t + \theta_v) = -\omega C V_m \cos(\omega t + \theta_v - 90^\circ)$$

$$\begin{aligned} \underline{I} &= -\omega C V_m e^{j(\theta_v - 90^\circ)} = -\omega C V_m e^{j\theta_v} e^{-j90^\circ} = -\omega C V_m e^{j\theta_v} (-j) = \\ &= j\omega C V_m e^{j\theta_v} = j\omega C \underline{V} \end{aligned}$$

$$\underline{V} = \frac{1}{j\omega C} \underline{I}$$

$$\underline{V} = \left( \frac{1}{\omega C} \angle -90^\circ \right) (I_m \angle \theta_i) = \frac{1}{\omega C} I_m \angle (\theta_i - 90^\circ)$$

# Impedancia (I)

- ▶ En los tres casos anteriores tenemos que se puede establecer una relación entre la corriente fasorial y la corriente fasorial.

$$V = RI$$

$$V = j\omega LI$$

$$V = \frac{-j}{\omega C} I$$

El fasor tensión puede expresarse como el producto de una cantidad compleja por el fasor corriente

- ▶ Impedancia: Cociente entre el fasor tensión y el fasor corriente

$$\underline{V} = \underline{Z} \underline{I}$$

- ▶ Por lo tanto se cumple la ley de Ohm.
- ▶  $Z$  es un número complejo, pero no un fasor, ya que no se corresponde con ninguna función sinusoidal en el dominio temporal.

# Impedancia y reactancia

Resistencia

$$Z_R = R$$

Bobina

$$Z_L = j\omega L$$

Condensador

$$Z_C = \frac{-j}{\omega C}$$

$$Z = R + jX [\Omega]$$

→  $\text{Re}(Z) = R$ : Resistencia [ $\Omega$ ]

→  $\text{Im}(Z) = X$ : Reactancia [ $\Omega$ ]

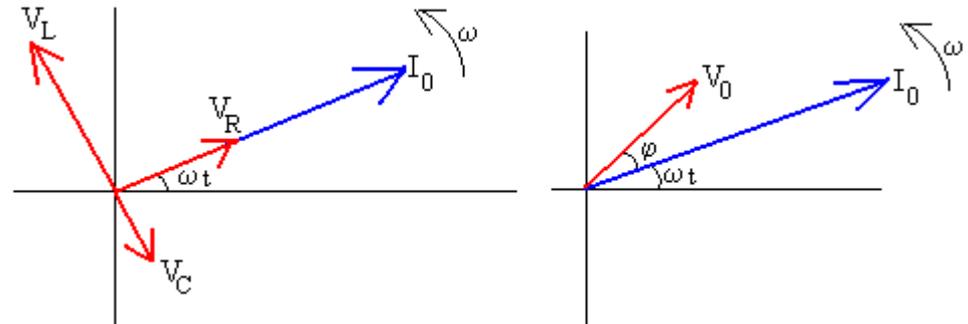
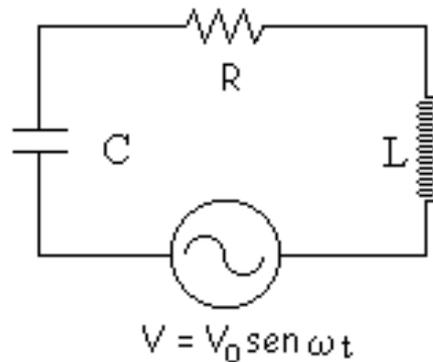
$$X_L = \omega L > 0$$

$$X_C = -\frac{1}{\omega C} < 0$$

# Leyes de Kirchhoff en corriente alterna

- ▶ Las LK: conservación de la energía en una malla (LKM) y de la carga en un nudo (LKN).
- ▶ Estas leyes de conservación son principios físicos de validez universal, y no dependen del tipo de corriente que se tenga.
- ▶ Por tanto, las LK también se cumplen en el caso de la corriente alterna.

# Circuitos RLC en CA (general) (I)



Gráficamente, obtenemos  $V_o$  sumando los fasores.

- Si calculamos  $V_o$  analíticamente:

$$V_o = \sqrt{v_R^2 + (v_L^2 - v_C^2)} = I_o \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

# Circuitos RLC en CA (general) (II)

*El desfase  $\varphi$  se mide de  $I$  con respecto a  $V$  :*

$$v(t) = V_m \text{sen}(\omega t) \equiv \vec{V} = V_m \angle 0^\circ$$

$$i(t) = I_m \text{sen}(\omega t \mp |\varphi|) \equiv \vec{I} = I_m \angle \mp |\varphi|^\circ$$

$$i(t) \text{ atrasa} \Rightarrow \varphi > 0 \Rightarrow \vec{I} = I_m \angle -|\varphi|^\circ; (L)$$

$$i(t) \text{ adelanta} \Rightarrow \varphi < 0 \Rightarrow \vec{I} = I_m \angle +|\varphi|^\circ; (C)$$

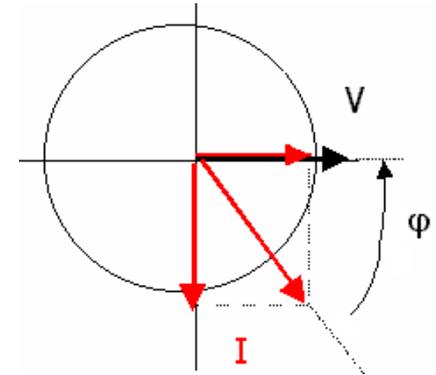
# Para cualquier elemento en CA

La relación entre ambas magnitudes:

$$\vec{V} = \vec{Z} \vec{I} \text{ (Ley de Ohm generalizada)}$$

$$\vec{Z} = \frac{\vec{V}}{\vec{I}} = \frac{V_m}{I_m} \angle \pm \varphi^\circ \text{ [}\Omega\text{] es la impedancia}$$

$$\vec{Y} = \frac{1}{\vec{Z}} = \frac{I_m}{V_m} \angle \mp \varphi^\circ \text{ [}\Omega^{-1}\text{ = Siemens] es la admitancia}$$



$$\vec{Z} = R + jX;$$

$$R = \text{Re}(\vec{Z}) = |\vec{Z}| \cos \varphi \text{ es la resistencia.}$$

$$X = \text{Im}(\vec{Z}) = |\vec{Z}| \text{sen } \varphi \text{ es la reactancia; } X = L\omega - \frac{1}{\omega C}$$

-En forma binómica:

- Si  $X > 0 \Rightarrow L \Rightarrow$  Reactancia inductiva.
- Si  $X < 0 \Rightarrow C \Rightarrow$  Reactancia capacitiva.

# Teoremas de circuitos en ca

- ▶ Teorema de superposición
  - ▶ Válido con las fuentes de alterna
- ▶ Teoremas de Thevenin y de Norton
  - ▶ Válidos sustituyendo R por Z
  - ▶ Los parámetros se hayan de la misma manera
    - ▶  $V_{th}$ : voltaje en abierto entre los terminales
    - ▶  $I_N$ : intensidad de cortocircuito, ICC.
    - ▶  $R_{th}=R_N= V_{th}/ICC$ .
- ▶ Máxima transferencia de potencia
  - ▶  $Z_L=Z_{th}^*$  (complejo conjugado de la  $Z_{th}$  equivalente entre los terminales)

# Potencia en Corriente Alterna

- ▶ En cualquier elemento,  $P=VI$

$$v = V_m \cos(\omega t + \theta_v - \theta_i)$$

$$i = I_m \cos(\omega t)$$

$$p = vi = (V_m \cos(\omega t + \theta_v - \theta_i)) * (I_m \cos(\omega t))$$

$$p = V_m I_m \cos(\omega t + \theta_v - \theta_i) \cos(\omega t)$$

- ▶ A través de las reglas trigonométricas

$$\cos\alpha \cos\beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta) \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \text{sen}\alpha \text{sen}\beta$$

- ▶ Obtenemos que la potencia instantánea es:

$$\begin{aligned} p &= V_m I_m \cos(\omega t + \theta_v - \theta_i) \cos(\omega t) = \\ &= \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i) + \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i) \cos(2\omega t) - \frac{V_m I_m}{2} \text{sen}(\theta_v - \theta_i) \text{sen}(2\omega t) = \\ &= V_f I_f \cos(\theta_v - \theta_i) + V_f I_f \cos(\theta_v - \theta_i) \cos(2\omega t) - V_f I_f \text{sen}(\theta_v - \theta_i) \text{sen}(2\omega t) \end{aligned}$$

# Potencia instantánea

- ▶ La potencia instantánea pasa a través de dos ciclos completos por cada ciclo ya sea de voltaje o la corriente. La potencia instantánea puede ser negativa durante una porción de cada ciclo.
- ▶ En una red completamente pasiva, la potencia negativa implica que la energía almacenada en los inductores o capacitores se está extrayendo.
- ▶ El hecho de que la potencia instantánea varíe con el tiempo en la operación de estado permanente senoidal de un circuito explica por qué algunos aparatos accionados por motor (tales como los refrigeradores) experimente vibraciones y requieran montajes flexibles del motor para evitar la vibración excesiva

# Potencia activa (promedio) y reactiva

$$p = V_f I_f \cos(\theta_v - \theta_i) + V_f I_f \cos(\theta_v - \theta_i) \cos(2\omega t) - V_f I_f \text{sen}(\theta_v - \theta_i) \text{sen}(2\omega t) = \\ = P + P \cos(2\omega t) - Q \text{sen}(2\omega t)$$

$$P = V_f I_f \cos(\theta_v - \theta_i)$$

- ▶ es la potencia activa o promedio, unidades en **vatios (W)**.

$$Q = V_f I_f \text{sen}(\theta_v - \theta_i)$$

- ▶ es la potencia reactiva, unidades en **voltio-amperio reactivos (VAR)**.

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p dt$$

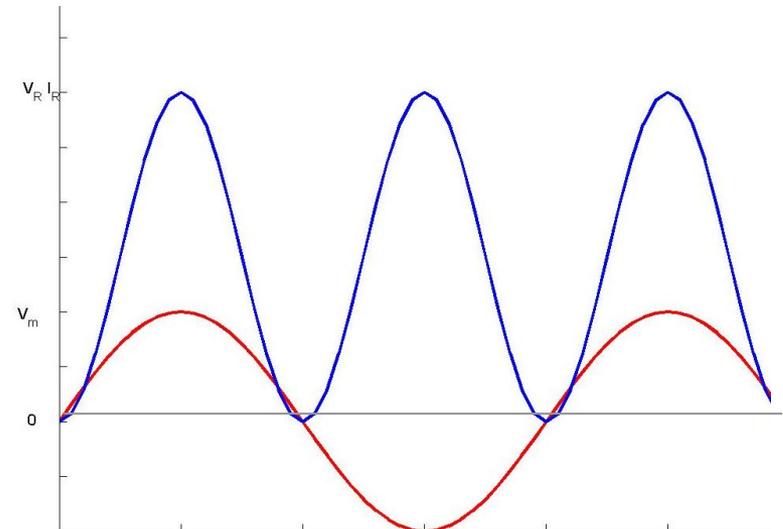
- ▶ Se puede ver que P es la potencia promedio de la potencia instantánea donde T es el periodo de una onda senoidal.

# Para una resistencia (R)

- ▶ En este caso la corriente y el voltaje están en fase, lo que significa que
- ▶ Y la potencia real instantánea es
- ▶ Nunca será negativa, por lo que la potencia no puede extraerse de una red puramente resistiva, sino que toda la energía se disipa en la forma de energía térmica (efecto Joule).

$$\theta_v - \theta_i = 0 \quad P = V_f I_f \quad Q = 0$$

$$p = P + P \cos 2\omega t$$



# Potencias en circuitos puramente inductivos

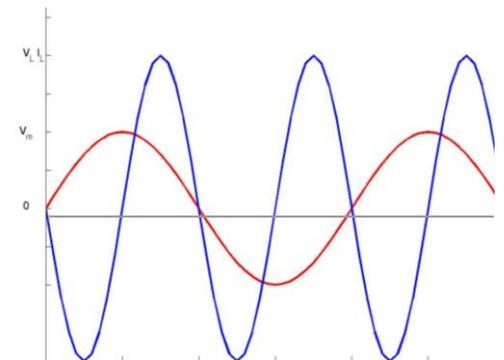
- ▶ En este caso el voltaje adelanta a la corriente en  $90^\circ$ ,
- ▶ En este caso la potencia promedio (activa es cero), por lo que no se produce un trabajo efectivo, es decir, no ocurre ninguna transformación de energía de la forma eléctrica a la no eléctrica.
- ▶ La potencia reactiva es el producto de la tensión por la intensidad
- ▶ Y la potencia real instantánea es
- ▶ La potencia instantánea en los terminales del circuito continuamente se está intercambiando entre el circuito y la fuente que activa a este mismo, a una frecuencia  $2\omega$ . Cuando es positiva, la energía se está almacenando en los campos magnéticos asociados a las inductancias, y cuando es negativa, se está extrayendo de los campos magnéticos.

$$\theta_v - \theta_i = 90^\circ$$

$$P = 0$$

$$Q = V_f I_f$$

$$p = -|Q| \text{sen}2\omega t$$



# Potencias en circuitos puramente capacitivos

- ▶ En este caso el voltaje retrasa respecto a la corriente en  $90^\circ$ ,

$$\theta_v - \theta_i = -90^\circ$$

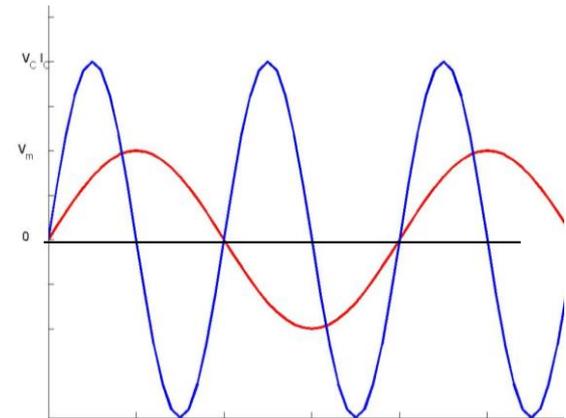
- ▶ La potencia activa o promedio es:  $P = 0$

- ▶ La potencia reactiva es

$$Q = -V_f I_f$$

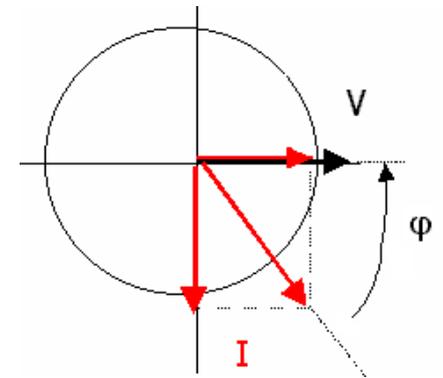
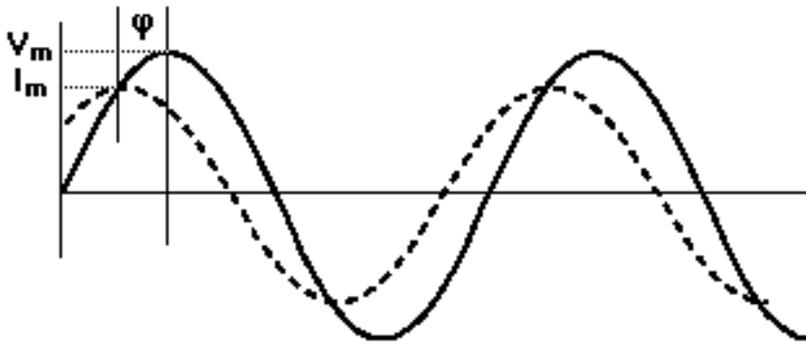
- ▶ Y la potencia real instantánea es

$$p = |Q| \text{sen} 2\omega t$$



- ▶ En este caso la potencia promedio (activa es cero), por lo que no se produce un trabajo efectivo, es decir, no ocurre ninguna transformación de energía de la forma eléctrica a la no eléctrica.
- ▶ La potencia se intercambia continuamente entre la fuente que excita el circuito y el campo eléctrico asociado con los elementos capacitivos.

# Caso general



$$V(t) = V_m \text{sen}(\omega t); I(t) = I_m \text{sen}(\omega t - \varphi);$$

$$P(t) = V_m \text{sen}(\omega t) I_m \text{sen}(\omega t - \varphi) =$$

$$= V_m I_m (\text{sen}^2(\omega t) \cos \varphi - \text{sen}(\omega t) \cos(\omega t) \text{sen} \varphi)$$

$$P_{med} = V_{ef} I_{ef} \cos \varphi$$

**El valor medio depende del desfase entre V e I**

# El factor de potencia

- ▶ El ángulo  $\theta_v - \theta_i$  se conoce como ángulo del factor de potencia, y se denomina factor de potencia (FP, fdp) a

$$FP = \cos(\theta_v - \theta_i)$$

- ▶ Como vemos el FP es positivo tanto en circuito puramente capacitativos como inductivos por lo que para describir complemente este ángulo, **utilizaremos frases descriptivas como: factor de potencia retrasado (o inductivo) y factor de potencia adelantado (o capacitativo).**

# Potencia aparente o compleja

- ▶ Tomando para  $V$  e  $I$  valores eficaces, definimos:

$$\vec{S} = \vec{V} \vec{I}^* = V_{ef} I_{ef} (\cos \varphi + j \operatorname{sen} \varphi) = \vec{I}_{ef}^2 \vec{Z} = V_{ef} I_{ef} \angle \varphi^\circ$$

- ▶ entonces su módulo es la potencia aparente,  $S$ :

$$|\vec{S}| = S = V_{ef} I_{ef} = I_{ef}^2 Z \quad [\text{VA}]$$

- ▶ La parte real es la potencia activa,  $P$ :

$$\operatorname{Re}(\vec{S}) = V_{ef} I_{ef} \cos \varphi = I_{ef}^2 Z \cos \varphi = I_{ef}^2 R \quad [\text{W}]$$

- ▶ La parte imaginaria es la potencia reactiva,  $Q$ :

$$\operatorname{Im}(\vec{S}) = V_{ef} I_{ef} \operatorname{sen} \varphi = I_{ef}^2 Z \operatorname{sen} \varphi = I_{ef}^2 X \quad [\text{VAr}]$$

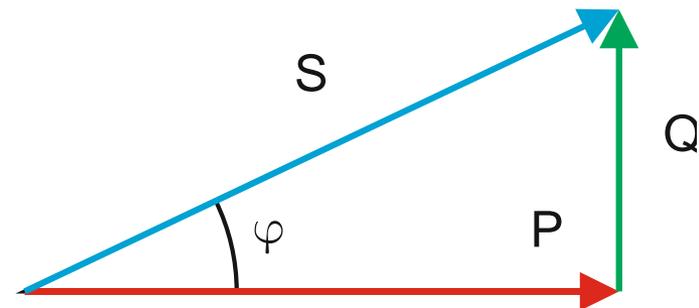
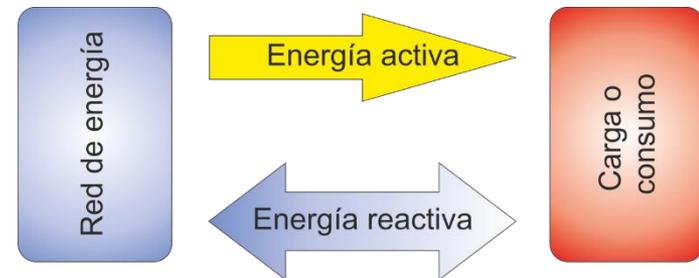
# Triángulo de potencia

$$\underline{S} = P + jQ = \frac{1}{2} \underline{V} \underline{I}^* = \underline{V}_f \underline{I}_f^*$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$P = S \cos \varphi$$

$$Q = S \sin \varphi$$



¿Cómo sería un triángulo de potencia en un circuito capacitivo?

# Corrección del factor de potencia (I)

- ▶  $S$  es la potencia total entregada a la impedancia
- ▶  $P$  es la potencia consumida en las resistencias
  - ▶ Componente de  $I$  en fase con  $V$  ( $P(t)$  med)
  - ▶ Es la potencia que se aprovecha --> A maximizar
- ▶  $Q$  es la potencia intercambiada con  $L$  y  $C$ 
  - ▶ Componente de  $I$  desfasada de  $V$  en  $90^\circ$  ( $\pi/2$  rad)
  - ▶ Necesaria para que  $L$  y  $C$  “funcionen”
- ▶ Factor de potencia (FP, FP):  $\cos \varphi$  (entre 0 y 1)
  - ▶ Indica la potencia aprovechable.
  - ▶ En atraso:  $Z=R+jXL$  (bobina).
  - ▶ En adelanto:  $Z=R-jXC$  (condensador).

# Corrección del factor de potencia (II)

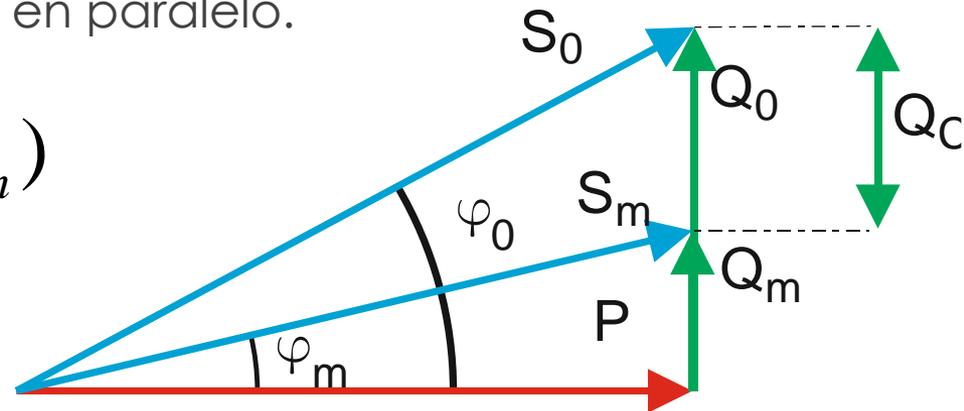
- ▶ Un FP bajo:
  - ▶ Aumenta la corriente consumida
  - ▶ Aumentan las pérdidas en las líneas
  - ▶ Disminuye el rendimiento
  - ▶ Aumenta la caída de tensión en las líneas
  - ▶ Aumenta la potencia aparente consumida
- ▶ Es conveniente trabajar con factores de potencia próximos a la unidad
- ▶ Algunas cargas pueden necesitar para su funcionamiento potencia reactiva (generalmente son de tipo inductivo= alimentación de motores)
- ▶ Es necesario compensar el consumo de potencia reactiva mediante baterías de condensadores

# Corrección del factor de potencia (III)

- ▶ Normalmente FP en atraso (motores, inducción)
- ▶ Debe corregirse ( $j \rightarrow 0$ ) con C en paralelo.

$$Q_C = P (\tan \varphi_o - \tan \varphi_m)$$

- ▶ en la que
  - ▶ P es la potencia activa.
  - ▶ Q es la potencia reactiva inductiva de la carga.
  - ▶  $Q_C$  es la potencia reactiva capacitiva de los condensadores.
- ▶  $\varphi_m$  es el valor del ángulo que fija en nuevo factor de potencia.



# Filtros

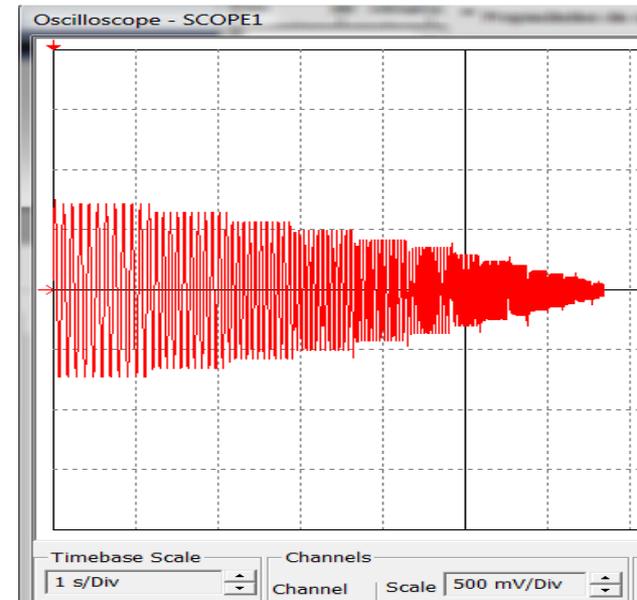
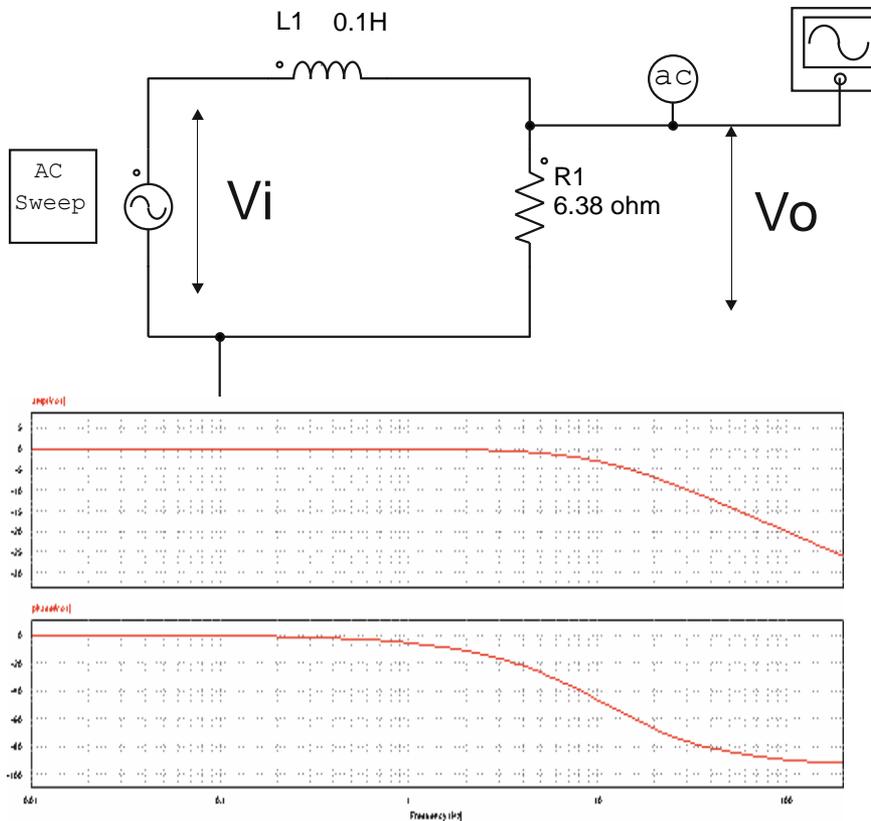
- ▶ Los circuitos analizados han sido con fuentes senoidales de frecuencia constante.
- ▶ ¿Qué pasa cuando se varía la frecuencia?

$$X_L = \omega L$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

- ▶ Modificación de la impedancia de capacitores e inductores, ya que la impedancia de estos elementos es una función de la frecuencia.

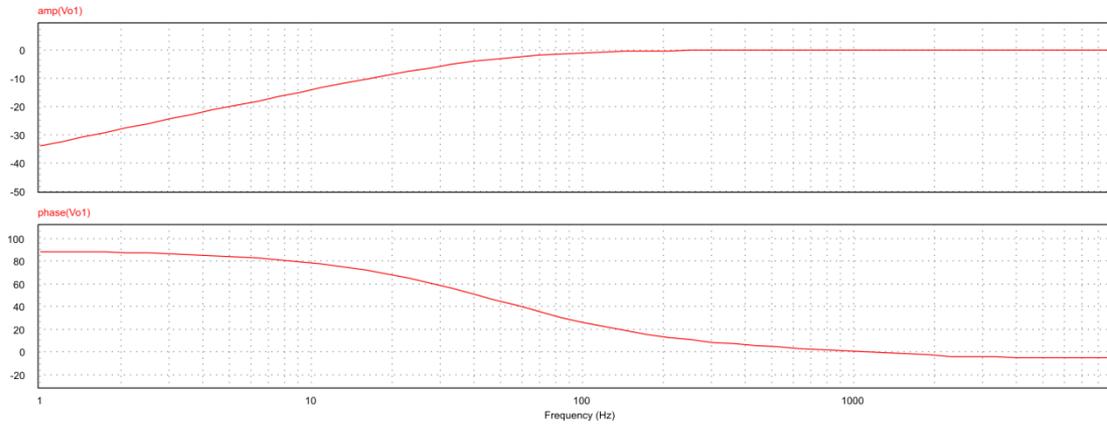
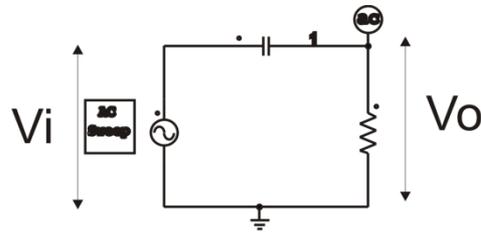
# Filtro pasa-baja



$$1/\sqrt{2} = A/A_{\max} \quad 20 \log(1/\sqrt{2})$$

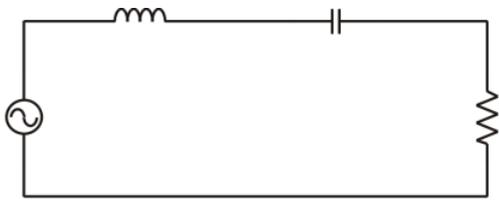
$$\omega_c = \frac{R}{L}$$

# Filtro pasa-alta



$$\omega_c = \frac{1}{RC}$$

# Filtro pasabanda



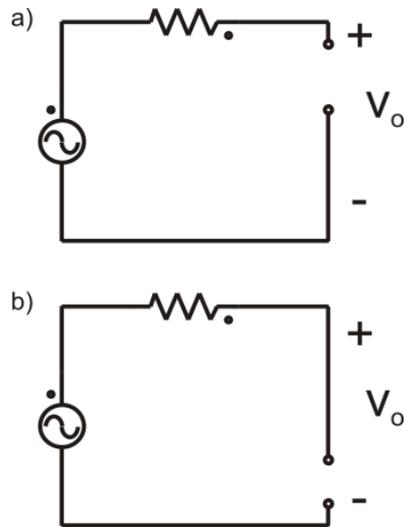
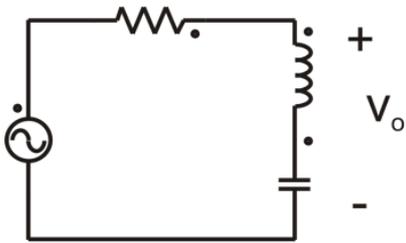
+  
 $V_o$   
-



Este filtro deja pasar voltajes dentro de una banda de frecuencias. Los filtros de paso banda ideales tienen dos frecuencias de corte, las cuales identifican a la banda de paso.

En a) tenemos el circuito equivalente cuando la frecuencia es cero, en este caso el condensador tiene una impedancia muy elevada y no circula corriente y la caída en la resistencia es cero. Cuando la frecuencia es infinita caso b) la impedancia de la bobina es muy elevado y tampoco circula corriente. Por lo que vemos que para frecuencias altas y bajas no hay salida, es decir, hay un ancho de banda de frecuencia intermedias entre las que si tenemos una salida.

# Filtro rechazo de banda



Este filtro deja pasar voltajes fuera de la banda entre dos frecuencias de corte. Para frecuencias altas tenemos el circuito equivalente a) en donde la bobina tiene una impedancia muy elevada, por lo que el voltaje de la entrada pasa a la salida. Para frecuencias bajas, el condensador tiene una impedancia muy alta y otra vez el voltaje de la entrada pasa a la salida. En cambio, para frecuencias intermedias la impedancia de la bobina y el condensador son bajas y el voltaje a la salida es pequeño.