

FUNDAMENTOS DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

*José Francisco Gómez
González*

Benjamín González Díaz

*María de la Peña Fabiani
Bendicho*

Ernesto Pereda de Pablo



**Universidad
de La Laguna**

**Departamento de
Ingeniería Industrial**



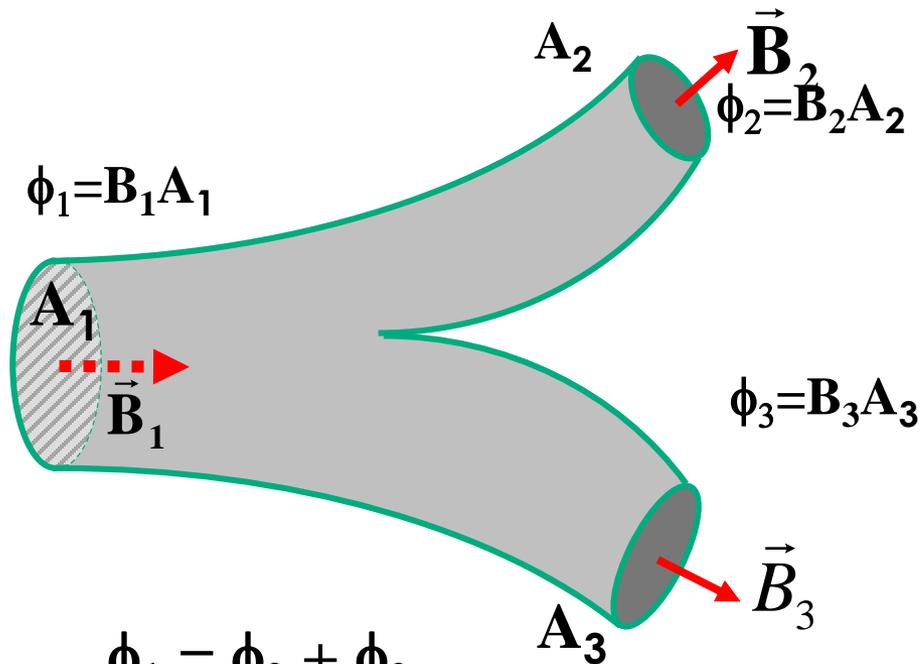
Tema 5: Fundamentos de electrotecnia



PUNTOS OBJETO DE ESTUDIO

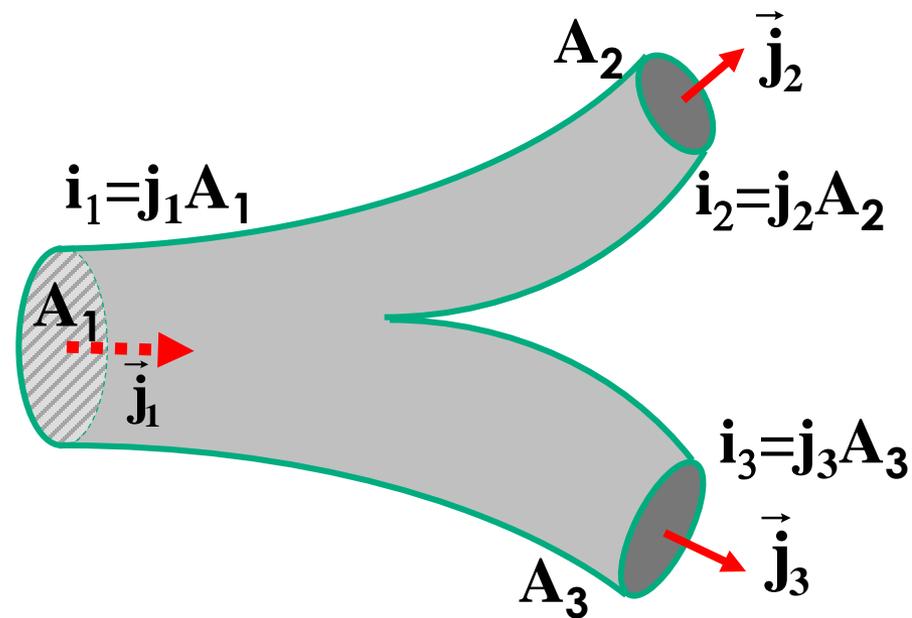
- ▶ Circuitos magnéticos
- ▶ Ferromagnetismo
- ▶ Equivalencia entre circuito eléctrico y magnético
- ▶ Precisión
- ▶ Pérdidas energéticas

Analogía entre el circuito eléctrico y el circuito magnético



$$\phi_1 = \phi_2 + \phi_3$$

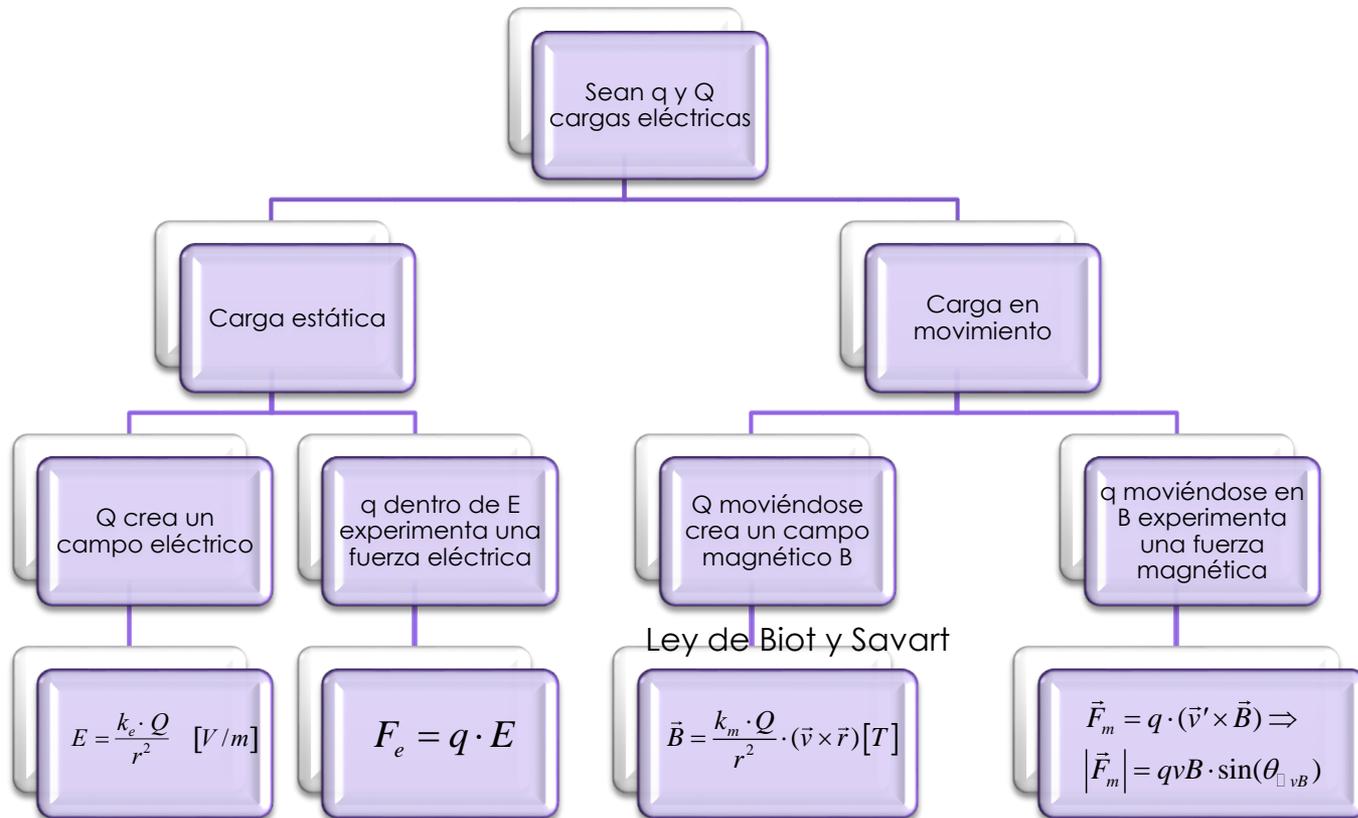
(consecuencia de $\nabla B = 0$)



$$i_1 = i_2 + i_3$$

(Kirchhoff)

El campo magnético



$$\text{Fuerza de Lorentz} \Rightarrow F_{total} = F_e + \dot{F}_m = q \cdot (E + \dot{v}' \times \dot{B})$$

El campo magnético

- ▶ Si alguna de las cargas no se mueve no hay fuerza magnética
 - ▶ El campo y la fuerza magnética dependen de la dirección (Si $V \parallel B$; $F_m=0$)
 - ▶ ¿Cuál es mayor?

$$\frac{|\vec{B}|}{E} = \frac{k_m v}{k_e} = \frac{v}{c^2} \lll 1 \Rightarrow B \lll E$$

- ▶ Conductor con I
 - ▶ En un conductor hay cargas +/- por lo tanto $E=0$ y sólo queda B

Magnitudes físicas (I)

- ▶ Flujo magnético: flujo a través de una superficie A

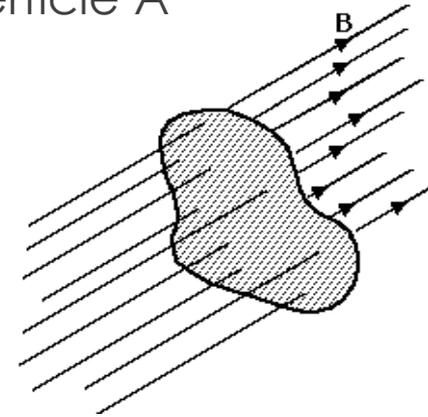
$$d\phi = B \cdot \cos \theta \cdot dA$$

- ▶ Unidades:

- ▶ SI: Weber: Tesla*m²
- ▶ CGS: Maxwell: Gauss*cm²

- ▶ Líneas de campo magnético:

- ▶ La dirección del campo magnético en un punto es paralela a la dirección de la línea en ese punto. Cada línea une puntos con igual módulo de B. Las líneas de campo magnético son cerradas



Magnitudes físicas (II)

B: Campo magnético de inducción o densidad de flujo

H: Intensidad del campo magnético o campo magnético aplicado

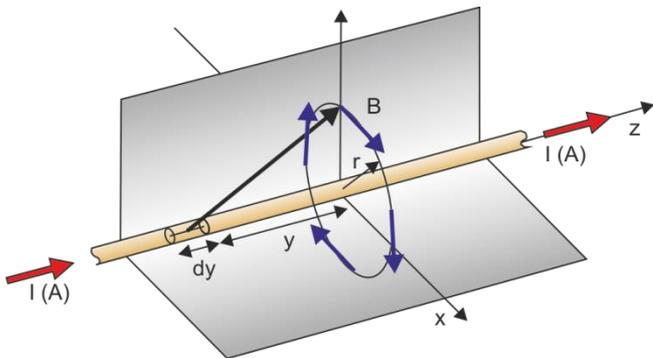
- ▶ En todos los campos de la física hay que distinguir la causa del efecto. Esto mismo ocurre en un material magnético. Por tanto se hace preciso diferenciar la causa (el campo magnético aplicado, H) del efecto (la inducción, B).
- ▶ Ambas magnitudes son magnitudes vectoriales. La relación entre B y H es

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

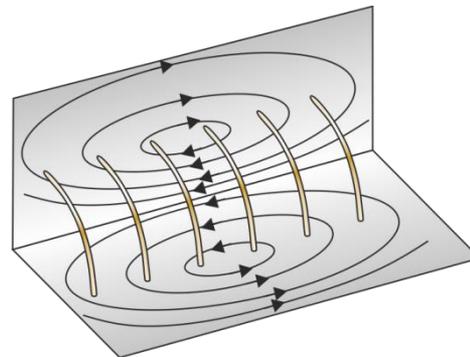
$$\mu = \mu_0 \mu_r; \mu_0 = 4\pi 10^{-7}$$

Magnitudes físicas (III)

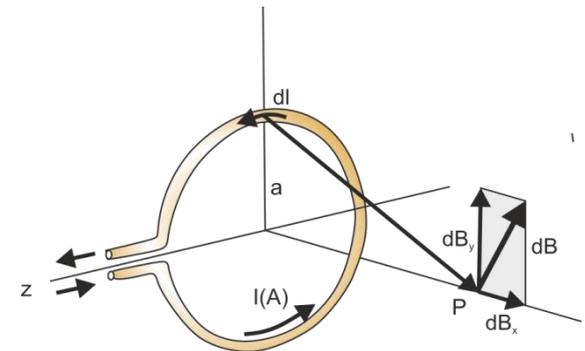
- ▶ Campo magnético es creado por un conductor por el que circula una intensidad I en el vacío
- ▶ $I =$ muchas cargas moviéndose \Rightarrow Campo magnético (I) = ΣB (cada carga)



Conductor recto



Solenoid



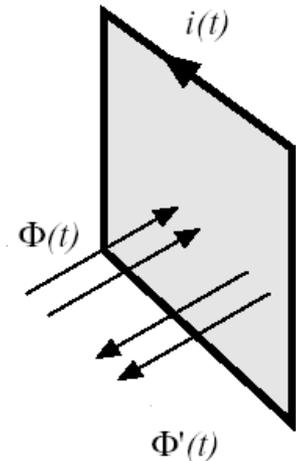
Espira circular

Ley de Faraday

- ▶ Ley de Faraday: Cada espira crea una fuerza electromotriz inducida (f.e.m.) igual a la variación del flujo magnético encerrado por esa espira.
- ▶ Ley de Lenz: la f.e.m. inducida por el cambio de flujo se va a oponer al cambio
- ▶ Combinando ambas: $fem = -\frac{d\Phi_m}{dt}$

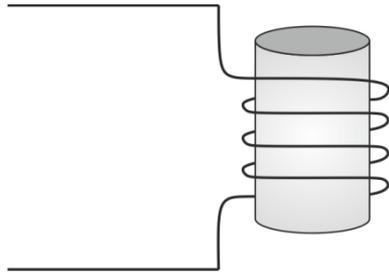
$$fem = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{AN^2\mu}{l} \frac{dI}{dt} = -L \frac{dI}{dt};$$

$$L = \text{coef. autoinducción} \left[\frac{Vs}{A} = \text{Henrios} \right]$$



Ley de Faraday (II)

- ▶ Si se incrementa la corriente, se crea un voltaje que se opone a ese cambio por el campo magnético de la espira
- ▶ Autoinducción
 - ▶ Cambios en F_m a través de un conductor debidos al propio conductor



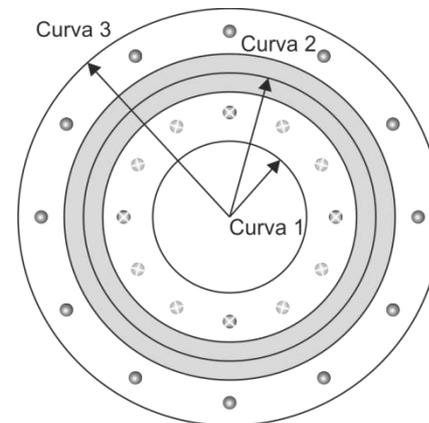
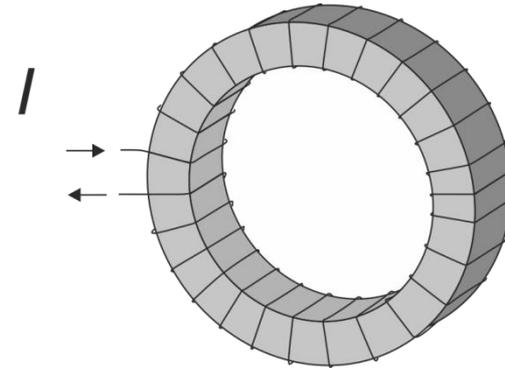
$$fem = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{AN^2\mu}{l} \frac{dI}{dt} = -L \frac{dI}{dt};$$

$$L = \text{coef. autoinducción} \left[\frac{Vs}{A} = \text{Henrios} \right]$$

- ▶ Inducción mutua
 - ▶ Cambios en F_m a través de un conductor debidos a variaciones de I en otro conductor

Campo magnético creado por un solenoide

- ▶ B es proporcional a $N=n^\circ$ de vueltas y a $I=$ Intensidad en la bobina.
- ▶ B está totalmente “confinado” dentro de la bobina.
- ▶ Fuera no hay campo magnético.
- ▶ B dentro del solenoide depende de r (B proporcional $1/r$)
- ▶ Si la longitud es grande comparada con el espesor entonces $B \cong \text{cte}$



$$\text{Curva-1} \Rightarrow B = 0$$

$$\text{Curva-2} \Rightarrow B = \frac{N \cdot I \cdot \mu_0}{2\pi \cdot r}$$

$$\text{Curva-3} \Rightarrow B = 0$$

Circuito magnético (I)

- ▶ Cuando un campo magnético variable en el tiempo generado por un lazo penetra en un segundo lazo, se induce una tensión entre los extremos de este último.
- ▶ Un circuito magnético es una estructura ferromagnética acompañada de fuerzas magnetomotrices (=bobinas) con la finalidad de canalizar líneas de fuerza magnética”.

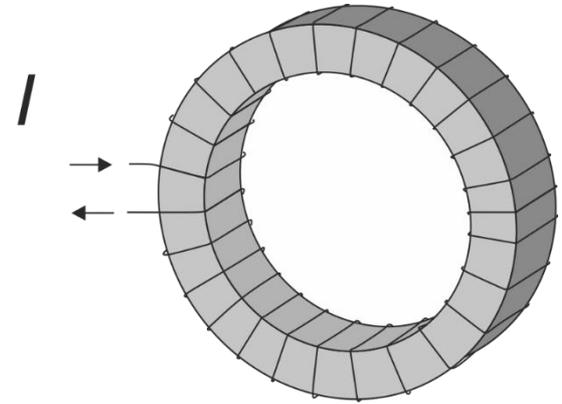
Circuito magnético (II)

- ▶ B está “encerrado” dentro de la estructura
 - ▶ Ej: Solenoide toroidal con vacío.
- ▶ ¿Cómo calculamos B?
 - ▶ Ley de Ampere
- ▶ ¿Por qué ponemos el hierro?
 - ▶ Para igual Intensidad de corriente:

$B(\text{con hierro}) \gg B(\text{con aire})$

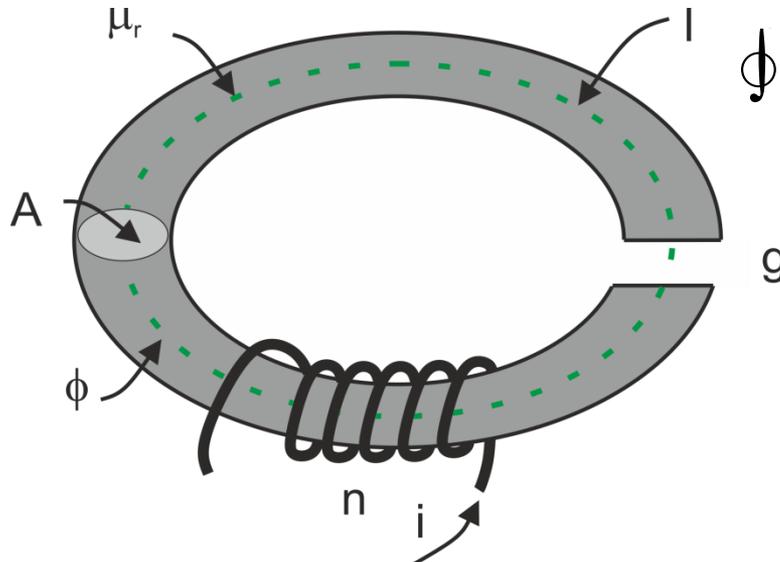
$$B(\text{vacío}) = \frac{N \cdot I \cdot \mu_0}{2\pi \cdot r} \Rightarrow B(\text{Hierro}; \mu_r) = \frac{N \cdot I \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}{2\pi \cdot r}$$

- ▶ Los materiales ferromagnéticos “encierran” B
 - ▶ Campos magnéticos confinados en trayectorias definidas
 - ▶ Podemos construir circuitos magnéticos con formas distintas, sin necesidad de estructuras toroidales.



Ley de Ampere

- Producción del campo magnético mediante una corriente



$$\oint H \cdot dl = I_T \Leftrightarrow \oint B \cdot dl = \mu \cdot I_T \quad (\mu = \mu_0 \mu_r)$$

Aplicado a un **circuito magnético SIMPLE**:

→ *Integramos en el recorrido medio indicado (l_c)*

HIPOTESIS:

- ($A = \text{cte}$; $\mu = \text{cte}$) → B (cada punto de l_c) $\approx \text{cte}$
- CM → Todo el campo B permanece dentro del CM

$$\left\{ \begin{array}{l} \oint B \cdot dl = B \cdot l_c \\ \mu \cdot I_T = \mu_0 \mu_r \cdot NI \end{array} \right\} \Rightarrow B = \mu \frac{N \cdot I}{l_c} \Rightarrow (\text{recordar } \Phi = B \cdot A) \Rightarrow \Phi = N \cdot I \times \frac{\mu \cdot A}{l_c}$$

Definiciones y leyes básicas

- ▶ Ley de Ampere = producción del campo magnético mediante una corriente I_T

$$\oint H \cdot dl = I_T \Leftrightarrow \oint B \cdot dl = \mu \cdot I_T \quad (\mu = \mu_0 \mu_r)$$

- ▶ Aplicado a un circuito magnético SIMPLE:
- ▶ Integramos en el recorrido medio indicado (l_c)

- ▶ HIPOTESIS:

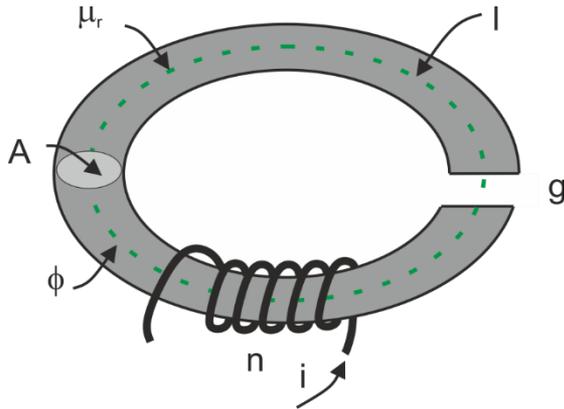
- ▶ ($A = cte ; \mu = cte$) $\rightarrow B$ (cada punto de l_c) $\approx cte$
- ▶ CM \rightarrow Todo el campo B permanece dentro del CM

$$\left\{ \begin{array}{l} \oint B \cdot dl = B \cdot l_c \\ \mu \cdot I_T = \mu_0 \mu_r \cdot NI \end{array} \right\} \Rightarrow B = \mu \frac{N \cdot I}{l_c} \Rightarrow (\text{recordar } \Phi = B \cdot A) \Rightarrow \Phi = N \cdot I \times \frac{\mu \cdot A}{l_c}$$

Válido para cualquier forma del CM

Fuerza magnetomotriz

$$\text{Ampere(CM)} \Rightarrow N \cdot I = \Phi \times \frac{l_c}{\mu \cdot A} \Rightarrow \begin{cases} \Phi \rightarrow \text{"circula" en el CM} \\ N \cdot I \rightarrow \text{"crea" el campo magnético} \\ \mu, A, l_c \rightarrow \text{"propiedades del Fe"} \end{cases}$$



$$F_{mm} = ni = \phi \sum \mathcal{R}_x$$

$$\mathcal{R}_x = \frac{l_x}{A_x \mu_0 \mu_{rx}}$$

$$F_{mm} = ni = \phi(\mathcal{R}_{Fe} + \mathcal{R}_g) = \phi \sum \mathcal{R}_x$$

Reluctancia en el material

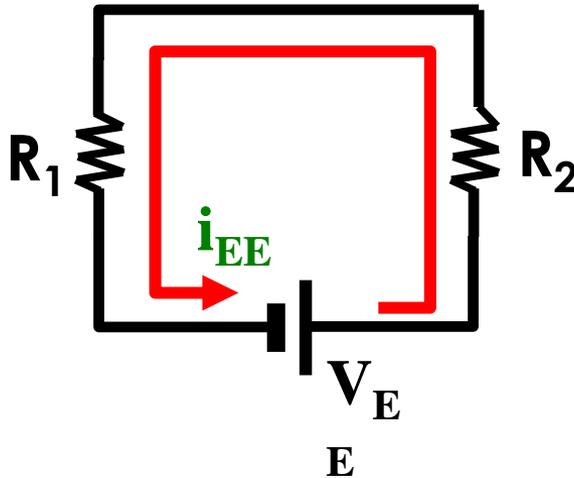
$$\mathcal{R}_{Fe} = \frac{l}{A \mu_0 \mu_r}$$

Reluctancia del entrehierro

$$\mathcal{R}_g = \frac{g}{A \mu_0}$$

Analogía entre el circuito eléctrico y el circuito magnético (I)

C. eléctrico



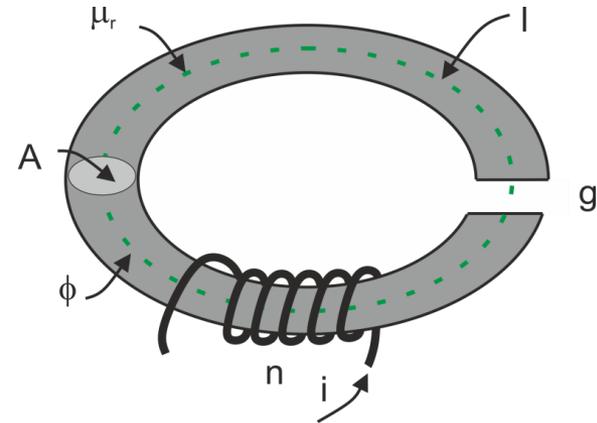
LEY DE OHM

e : f.e.m.

r : resistencia

i : corriente

$$e = r \cdot i$$



C. magnético

LEY DE HOPKINSON

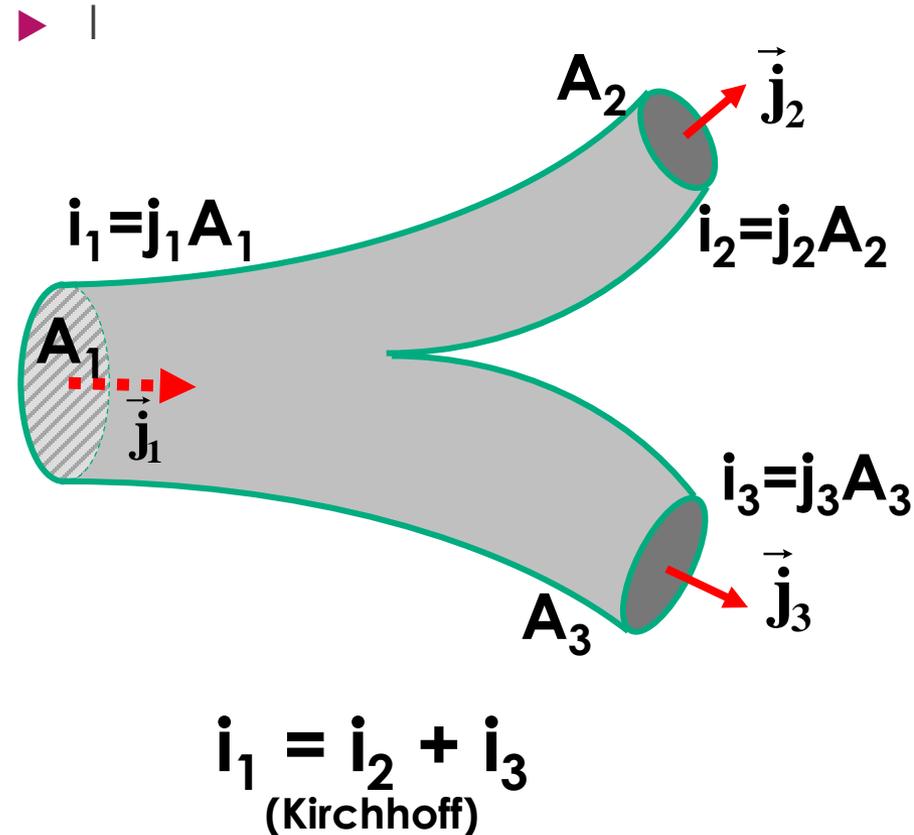
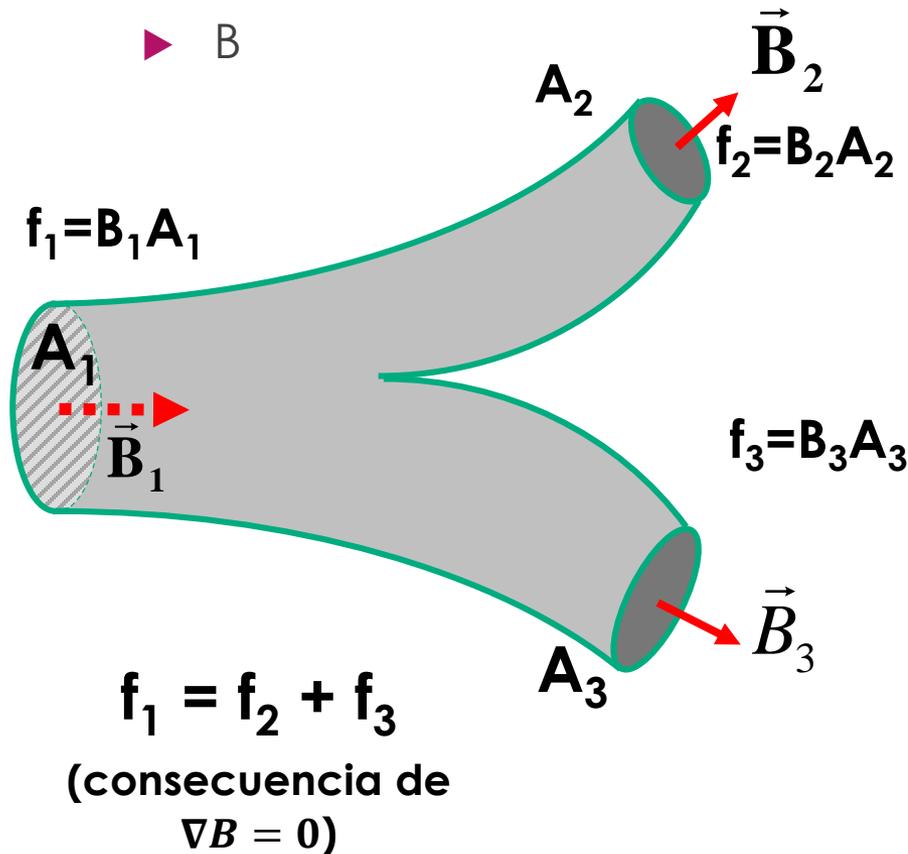
F : f.m.m.

R : reluctancia

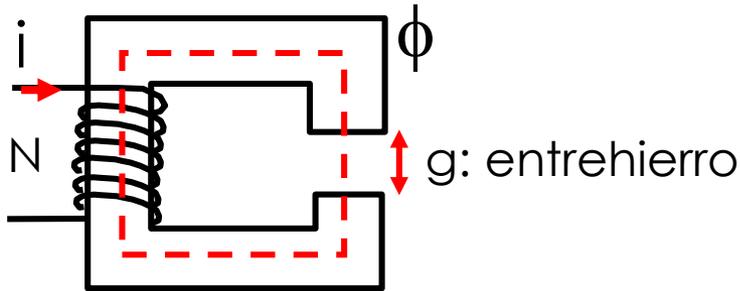
ϕ : flujo magnético

$$F = R \cdot \phi$$

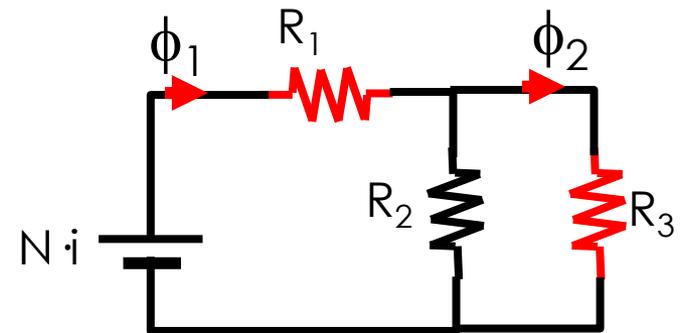
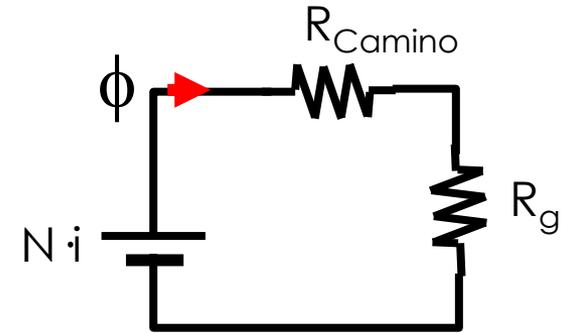
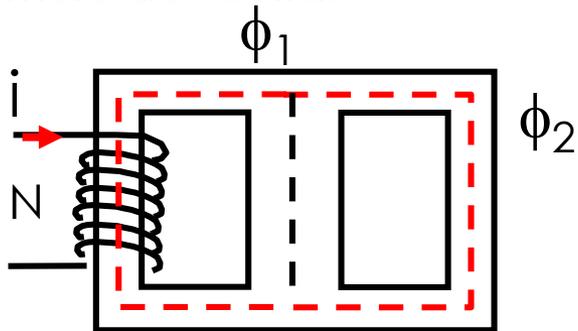
Analogía entre el circuito eléctrico y el circuito magnético (II)



Analogía entre el circuito eléctrico y el circuito magnético (III)

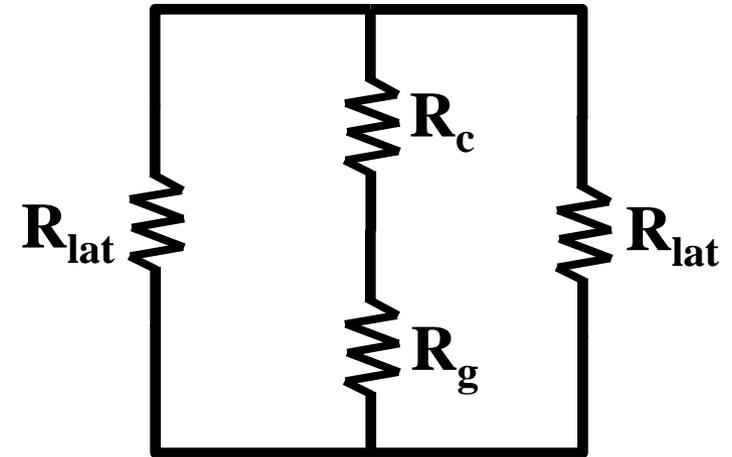
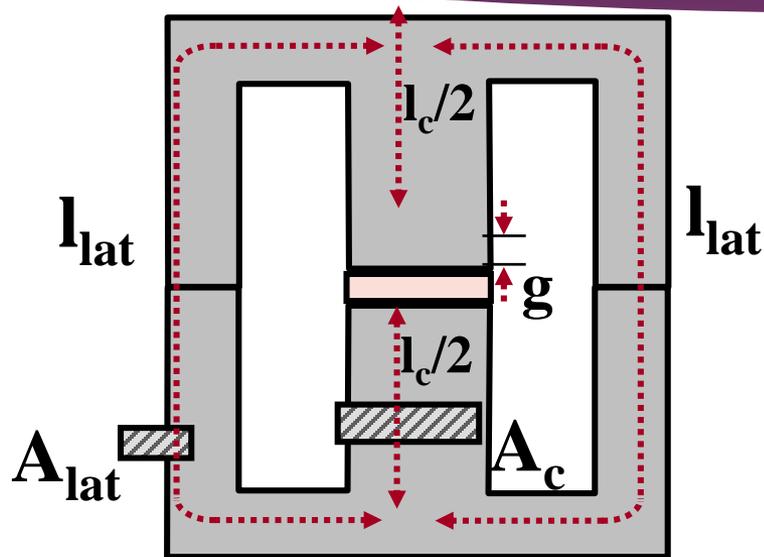


N : número de vueltas



La diferencia no es demasiado grande. Esto da lugar a que parte del flujo magnético puede circular por el aire en vez de por el camino magnético

Equivalencia en circuitos de varias ramas (I)

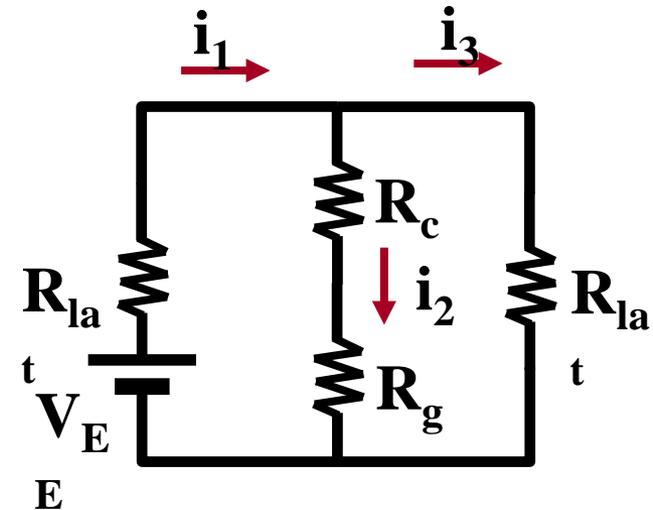
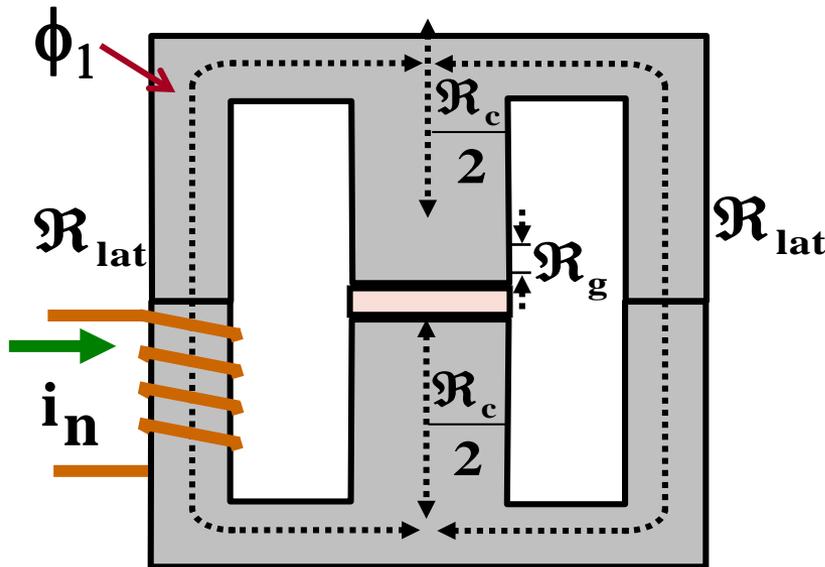


$$\mathcal{R}_{lat} = \frac{l_{lat}}{A_{lat} \mu_0 \mu_{rFe}} \Rightarrow R_{lat}$$

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{A_c \mu_0 \mu_{rFe}} \Rightarrow R_c$$

$$\mathcal{R}_g = \frac{g}{A_c \mu_0} \Rightarrow R_g$$

Equivalencia en circuitos de varias ramas (II)



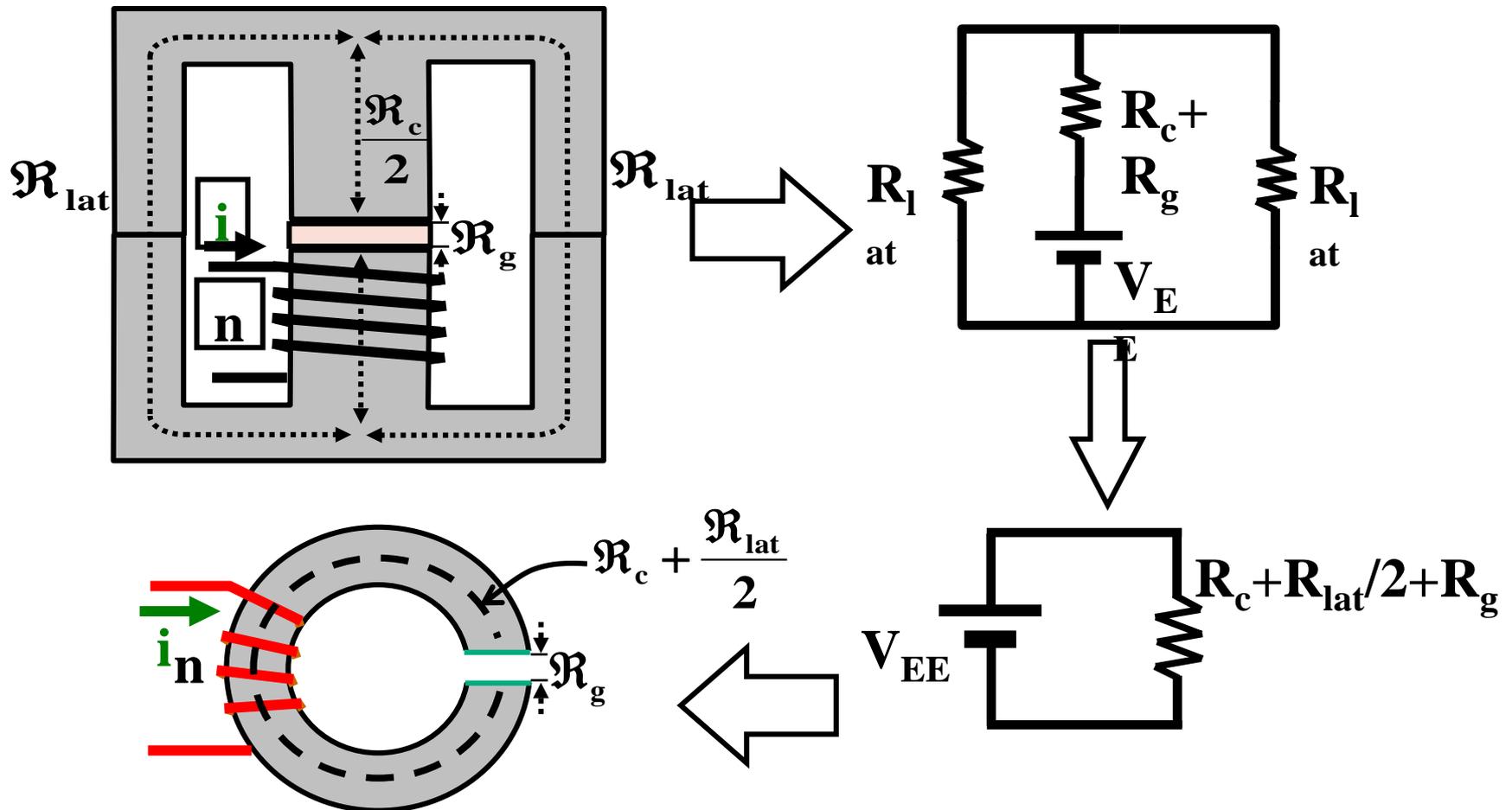
Equivalencia de cálculo

$$\phi_1 = \frac{ni}{\mathcal{R}_{lat} + \frac{\mathcal{R}_{lat}(\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g)}{\mathcal{R}_{lat} + \mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g}}$$



$$i_1 = \frac{V_{EE}}{\mathcal{R}_{lat} + \frac{\mathcal{R}_{lat}(\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g)}{\mathcal{R}_{lat} + \mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g}}$$

Equivalencia en circuitos de varias ramas (III)



Diferencia entre el campo magnético y el eléctrico

Eléctrico

- ▶ Conductividad del cobre: $\sigma = 5,7 \cdot 10^7$
- ▶ La conductividad del aire es prácticamente nula

$$R_{\text{elect}} = \oint \frac{1}{A \cdot \sigma} dl$$

Magnético

- ▶ En los materiales magnéticos, típicamente, $\mu = 1000 \cdot \mu_0$
- ▶ Como mucho, $\mu = 10.000 \cdot \mu_0$
- ▶ Permeabilidad del aire: $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$

$$R = \oint \frac{1}{A \cdot \mu} dl$$

Precisión de los c. m. (I)

- ▶ Los cálculos de flujo en el núcleo utilizando los conceptos de circuitos magnéticos, siempre son aproximados; a lo sumo tienen una precisión cercana a un 5% de la respuesta real.
- ▶ Hay una serie de razones para esta inexactitud inherente:
 - ▶ El concepto de circuito magnético supone que todo el flujo está confinado dentro del núcleo magnético, pero una pequeña fracción del flujo escapa hacia el poco permeable aire circundante.
 - ▶ Este flujo fuera del núcleo se llama flujo de dispersión y cumple un papel importante en el diseño de la máquina eléctrica.

Precisión de los c. m. (II)

- ▶ El cálculo de la reluctancia supone cierta longitud de trayecto medio y un área de la sección transversal del núcleo. Estos supuestos no son totalmente acertados, especialmente en las esquinas.
- ▶ En los materiales ferromagnéticos, la permeabilidad varía con la cantidad del flujo ya contenido en el material, introduciendo variaciones en la reluctancia.
- ▶ Si hay entrehierros de aire en el recorrido del flujo en el núcleo, el área efectiva del corte transversal del entrehierro de aire será mayor que el área del corte transversal del núcleo de hierro en ambos lados.
- ▶ Efecto de borde de un campo magnético en un entrehierro. Nótese el incremento del área efectiva en el entrehierro, comparada con el área de la sección transversal del metal.

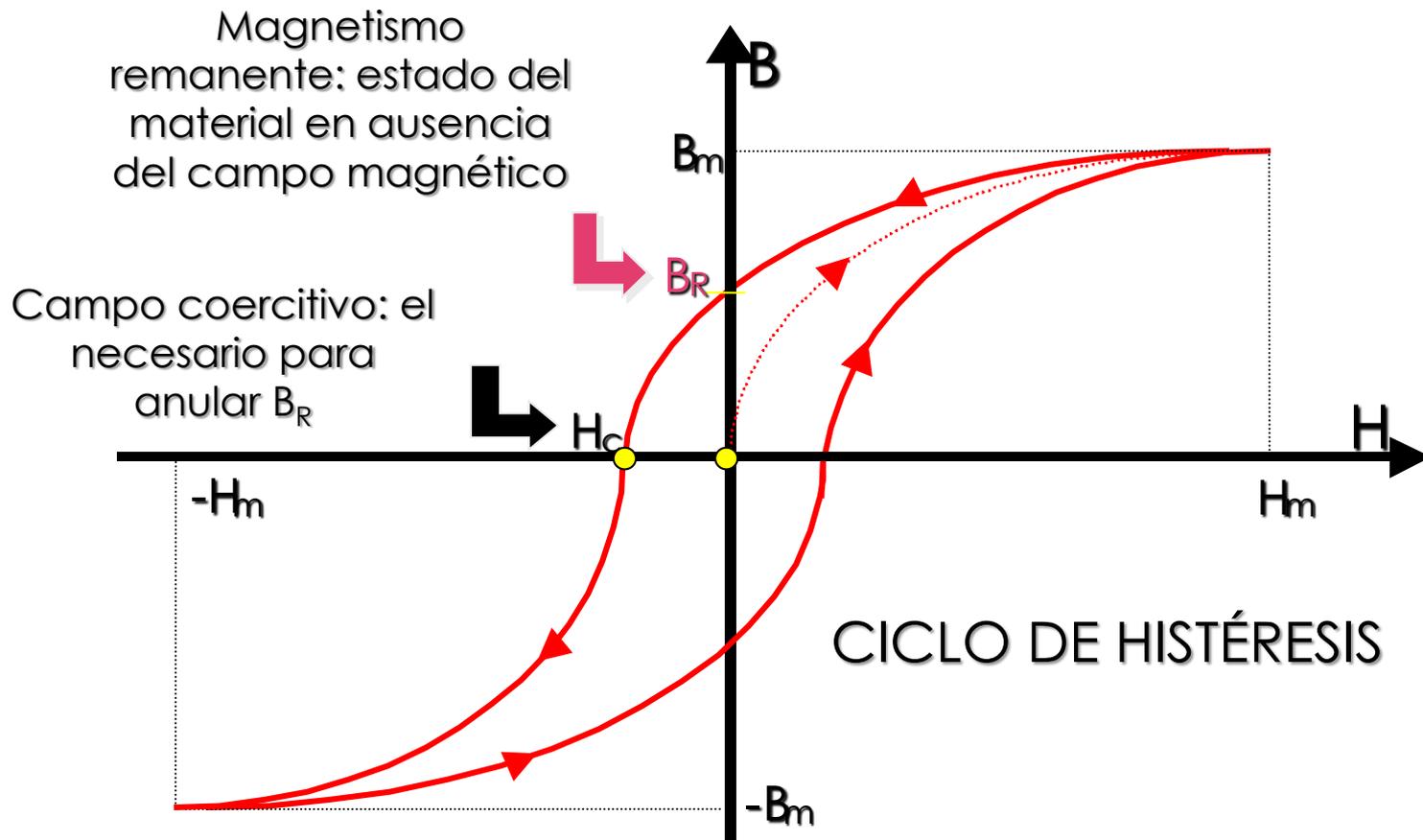
Materiales ferromagnéticos

- ▶ Respuesta a B aplicados
- ▶ Magnetización

$$\vec{M} = \frac{\vec{B} - \vec{B}_o}{\mu}; \vec{B} \text{ es el campo en el interior}$$

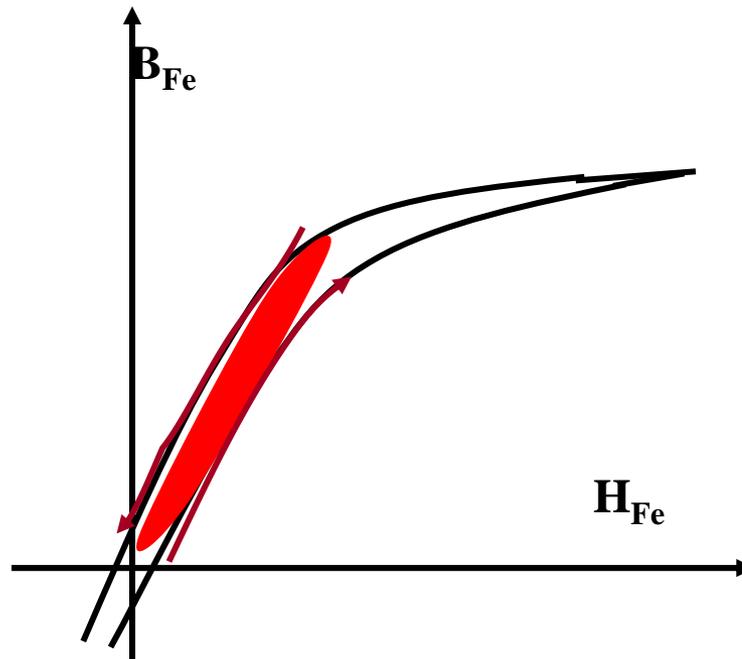
- ▶ Diamagnéticos
 - ▶ Todos los materiales
 - ▶ Se opone al campo aplicado
 - ▶ Débil; ($\mu \approx \mu_o$)
- ▶ Paramagnéticos
 - ▶ Magnetización en la dirección del campo y proporcional a ella.
- ▶ Ferromagnéticos
 - ▶ El más intenso
 - ▶ Persiste en el tiempo: histéresis
 - ▶ Desaparece al aumentar T hasta Tc (temperatura de Curie)

Histéresis



Pérdidas por histéresis (I)

- ▶ La curva B-H real tiene histéresis.
- ▶ El funcionamiento del componente describe un área en la curva B-H que define las pérdidas por histéresis



Pérdidas por histéresis (II)

$$U(t) = R \cdot i(t) + N \frac{d\phi}{dt}$$

$$U(t) \cdot i(t) dt = R \cdot i(t) \cdot i(t) dt + N \frac{d\phi}{dt} \cdot i(t) dt$$

$$\int_0^T U(t) \cdot i(t) dt = \int_0^T R \cdot i(t) \cdot i(t) dt + \int_0^T N \cdot i(t) d\phi$$

$$\left. \begin{aligned} N \cdot i(t) &= H(t) \cdot l \\ d\phi(t) &= s \cdot dB(t) \\ l \cdot S &= V \end{aligned} \right\}$$

$$N \cdot i(t) d\phi = H(t) \cdot l \cdot d\phi = H(t) \cdot l \cdot s \cdot dB(t) = V \cdot H(t) \cdot dB(t)$$

$$\int_0^T U(t) \cdot i(t) dt = \int_0^T R \cdot i(t) \cdot i(t) dt + V \cdot \int_0^T H(t) \cdot dB(t)$$