FUNDAMENTOS DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

José Francisco Gómez González

Benjamín González Díaz

María de la Peña Fabiani Bendicho

Ernesto Pereda de Pablo

Universidad de La Laguna

Departamento de Ingeniería Industrial

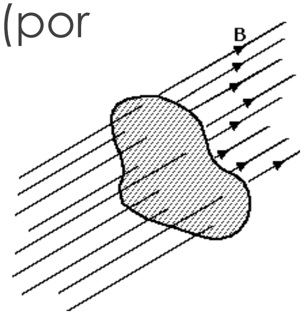
Tema 6: Inducción magnética

PUNTOS OBJETO DE ESTUDIO

- Inducción magnética
- Acoplamiento magnético
- Ecuaciones del acoplamiento magnético entre bobinas
- Acoplamiento en mallas contiguas, equivalente T
- Corrientes de Foucault

Inducción magnética (I)

- Se trata de estudiar como un flujo magnético variable (por movimiento o CA) produce una corriente inducida.



- Ley de Faraday-Lentz:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

- FARADAY: La fem inducida en un circuito (E) es numéricamente igual a la variación por unidad de tiempo del flujo magnético Φ que lo atraviesa.
- LENTZ: La dirección de una corriente inducida es tal que se opone a la causa que la produce
  - La polaridad del voltaje inducido por un flujo variable tiende a oponérsela cambio en el flujo magnético que produce el voltaje inducido (= signo – de la fórmula)
- Recordar: Dentro de un material ferromagnético
  - Suponemos B=cte y S=cte → Φ[Wb]=B[T]*S[m]

Inducción magnética (II)

- Ley de Faraday-Lentz para una bobina
- Espira en un campo magnético: Si ϕ cambia con t
  - Espira en circuito abierto $\Rightarrow \Delta V = \varepsilon$
  - Espira en circuito cerrado $\Rightarrow$ circula I

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

- Bobina con "n" vueltas
  - Si ϕ cambia con t
  - ϕ igual en todas las espiras → N veces V en serie
  - Ejemplo
    - Alimentamos la bobina con I=cte (DC) y en el anillo conductor ponemos un amperímetro → El amperímetro no mide nada : I(anillo)=0
    - Encendemos y apagamos la intensidad que pasa por la bobina→ I(anillo)≠0
  - El mismo efecto se observa si metemos y sacamos un imán dentro del anillo.

$$\varepsilon_N = -N\frac{d\phi}{dt}$$

Inducción magnética (III)

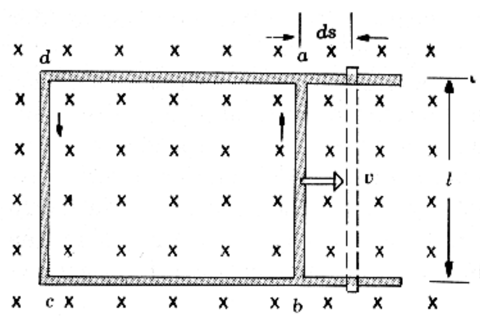
- Voltaje inducido por un campo magnético sobre un conductor
  - Siempre que $\emptyset \neq cte \rightarrow$ fem inducida → corriente eléctrica inducida.

$$-\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d(\vec{B}\cdot\vec{S})}{dt} = \vec{S}\frac{d\vec{B}}{dt} + \vec{B}\frac{d\vec{S}}{dt} \Rightarrow \begin{cases} \vec{B} \neq cte \rightarrow \phi \neq cte \\ \vec{S} \neq cte \rightarrow \phi \neq cte \end{cases}$$

  - El flujo magnético puede variar:
    - Porque un conductor se mueve/deforma en un campo magnético estacionario
      - Sirve para convertir energía mecánica en energía cinética
      - Ejemplo: generador de CA
    - Porque el campo B que atraviesa un circuito fijo cambia con el tiempo → Sirve para trasmitir/transformar energía eléctrica mediante campos magnéticos
      - Ejemplo: transformador

Conductor móvil en un campo magnético

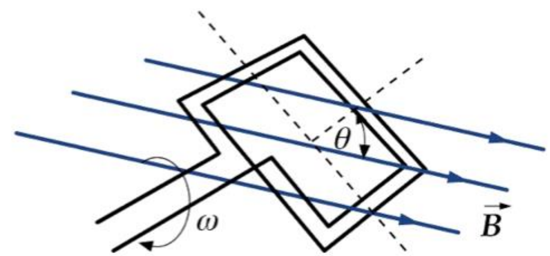
EJEMPLO 1: S cambia de tamaño



$$\frac{d\phi}{dt} = B\frac{dS}{dt} = B\cdot L\cdot \frac{dx}{dt} = B\cdot L\cdot v$$

En el trozo de conductor con velocidad aparece una fem → ΔV → I¿SENTIDO? Se opone al movimiento.

EJEMPLO 2: S está girando con ω=cte



$$\phi = \dot{B}\cdot \dot{S} = B\cdot S\cdot \cos(\omega t)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = B\cdot S\cdot \frac{d\cos(\omega t)}{dt} = -B\cdot S\cdot \omega\cdot sen(\omega t)$$

$$\varepsilon = -N\frac{d\phi}{dt} = NBS\omega\cdot sen(\omega t) = V_0\cdot sen(\omega t)$$

Generador de corriente alterna ¿SENTIDO? Se opone al movimiento

Campo magnético variable con el tiempo

- Bobina 1 con fuente de tensión atravesada por I(t) crea campo ϕ(t)
- Bobina 2 sin fuente atravesada por el campo que crea la bobina 1.
  - Si I_1 (t) =cte → ϕ(t) = cte → I(2)=0
  - Si I_1 (t)$\neq$cte → ϕ(t) $\neq$ cte → I(2) $\neq$ 0
  - SI I_1 (t)=AC → ϕ(t) proporcional a I1(t) → ϕ(t) senoidal → dϕ/dt es un coseno → I2(t)=CA
- Esto es un transformador
- ¿Sentido de la corriente inducida?
  - Ley de Lentz → I inducida crea campo magnético que se opone a la variación de Φ
    - Si Φ↑ → I crea un campo en sentido contrario a Φ
    - Si Φ↓ → I crea un campo en el mismo sentido de Φ

Parámetros que definen el acoplamiento magnético

- Inductancia mutua : Dos bobinas ($I_1 \neq 0$; $I_2 = 0$)
- Bobina 1: $I_1 \neq 0 \rightarrow$ Crea Φ_1
- Φ_2 = "parte" de Φ_1 que llega a la bobina 2 ($\Phi_2 \leq \Phi_1$)
- Bobina 2: Crea fem inducida $\varepsilon_2 = N_2 \dfrac{d\phi_2}{dt}$
- Conocer ε2 en función de I1 → Definimos M_{12}= Inductancia mutua [Wb/A=Henry]

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon_2 = M_{12} \dfrac{dI_1}{dt} = N_2 \dfrac{d\phi_2}{dt} \quad \Rightarrow \quad M_{12} = N_2 \dfrac{d\phi_2}{dI_1} \\ \phi_2 = cte \cdot I_1 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{d\phi_2}{dI_1} = cte = \dfrac{\phi_2}{I_1} \end{array}\right\} M_{12} = \frac{N_2 \cdot \phi_2}{I_1} \Rightarrow$$

- *M sólo depende de la geometría del problema*
- ***Simetría**: $M_{12}=M_{21} \rightarrow$ Sólo M*

ULL Universidad de La Laguna
Departamento de Ingeniería Industrial

Autoinducción : Una bobina (N vueltas e I≠0)

- Bobina 1:
  - Fuente de tensión tal que I≠0
  - Crea Φ
- Si I(t)≠cte entonces
- Φ≠cte
- Se "autoinduce"
  - Definimos L= Autoinducción
  - [Wb/A=Henry]

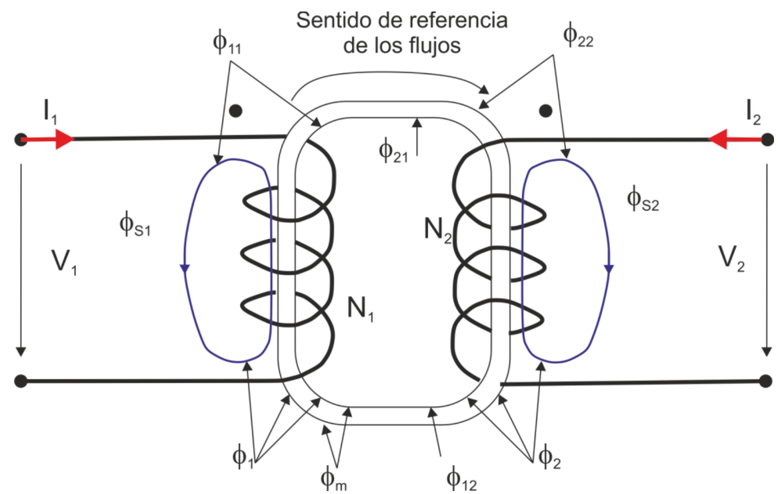
$$\varepsilon = N\frac{d\phi}{dt}$$

$$\varepsilon = L\frac{d\phi}{dI} \Rightarrow L = \frac{N\cdot \phi}{I}$$

$$\Rightarrow \phi_2 = \phi_1 = \frac{N_1\cdot I_1}{R} \Rightarrow \begin{cases} M = \dfrac{N_1\cdot N_2}{R} \\ L_1 = \dfrac{N_1{}^2}{R} \end{cases}$$

Coeficiente de acoplamiento “k”

- Dos bobinas con intensidades I_1 e I_2; $I \neq 0$
- ϕ_1 = Flujo en la bobina 1 debido a todas las I
- ϕ_{11} : Parte de ϕ_1 que es debida a la I_1
- ϕ_{12} : Parte de ϕ_1 que es debida a la I_2
- ϕ_{1S} : Flujo de dispersión: parte del flujo debido a I1 que no pasa por la bobina 2 sino por la 1.
- ϕ_m =Flujo mutuo común a ambas bobinas debido a todas las I.



$$Definimos \begin{cases} K_1 = \dfrac{\phi_{21}}{\phi_{11}} \\ K_2 = \dfrac{\phi_{12}}{\phi_{22}} \end{cases} \Rightarrow k = \sqrt{K_1 \cdot K_2}$$

$$M = k\sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

Miden el “aprovechamiento” de los flujos de las bobinas.
Ej. K_1=fracción de flujo creado en “1” que llega a “2” Por definición 0<K<1

Inductancia de dispersión

- Se definen las inductancias de dispersión de cada bobina como

$$S_1 = \frac{N_1 \cdot \phi_1}{I_1}; S_2 = \frac{N_2 \cdot \phi_2}{I_2}$$

- S tiene el mismo carácter y unidades que L
- Su utilidad es separar en las ecuaciones el flujo mutuo y el flujo de dispersión.

Inductancia mutua (I)

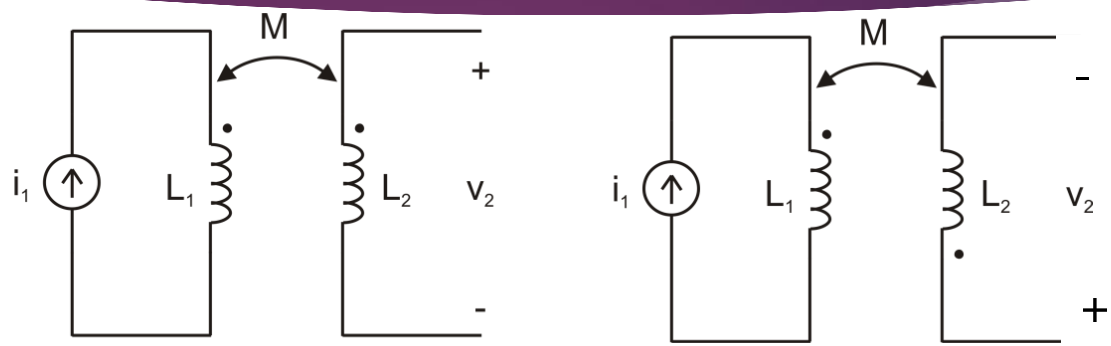
- La inductancia (autoinductancia) se puede definir en la relación entre la tensión y la corriente en los terminales

$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

- Una corriente que fluye en una bobina establece un campo magnético en torno a la misma y alrededor también de una segunda bobina cercana. El flujo variable en el tiempo que rodea a la segunda bobina produce una tensión en sus terminales, proporcional a la tasa de cambio en el tiempo de la corriente que fluye por la primera bobina. Por lo que se define la inductancia mutua como

$$v_2(t) = M\frac{di_1(t)}{dt}$$

Inductancia mutua (II)



- La convención del punto utiliza un punto situado en un extremo de cada una de las bobinas que se acoplan mutuamente. Se determina el signo de tensión mutua de la forma siguiente:
  - Una corriente que entra a la terminal con punto de una bobina, produce una tensión en circuito abierto con una referencia de tensión positiva en la terminal con punto de la segunda bobina.

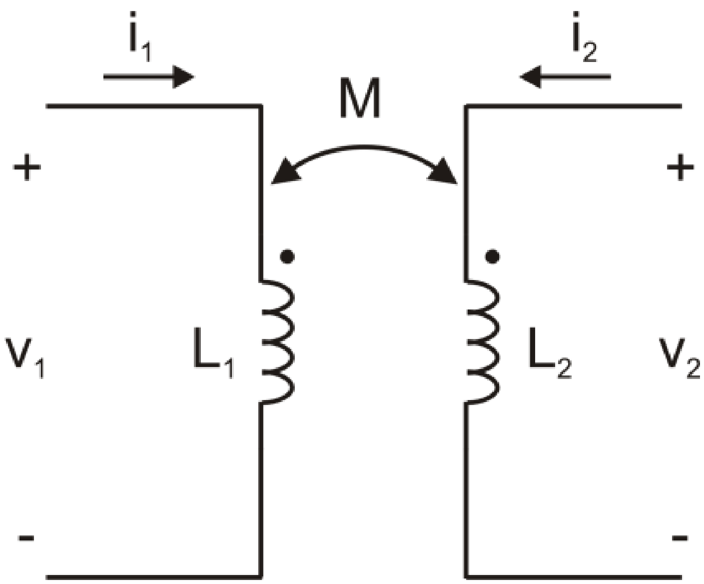
Regla de M: *Si las dos I "entran" (o "salen") en el punto, los sumandos con L y M han de tener el mismo signo.*
Si una I "entra" en su punto y la otra I "sale " de su punto, la L y M tienen distinto signo entre si (se restan)

Inductancia mutua (III)

- Ejemplo:
  - Un solenoide largo y estrecho, de espiras apretadas, está dentro de otro solenoide de igual longitud y espiras apretadas, pero de mayor radio.
  - Calcula la inducción mutua de los dos solenoides.

$$M_{12} = M_{21} = M = \mu_o \, n_1 \, n_2 \, l \, \pi \, r_1^2$$

Tensión combinada de la inducción mutua y de la autoinducción

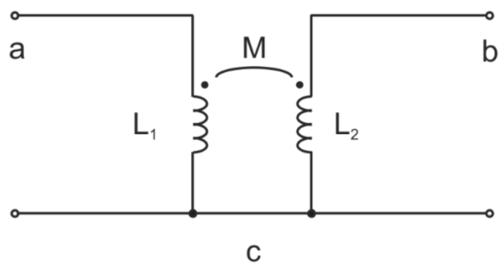


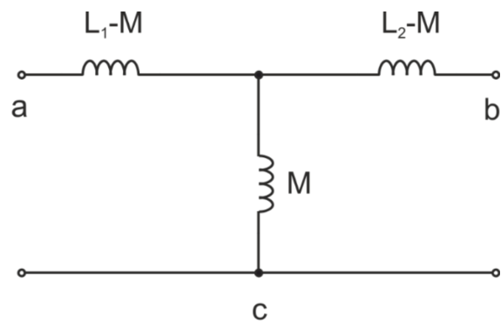
$$v_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$v_2(t) = L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M \frac{di_1(t)}{dt}$$

Circuito equivalente en T

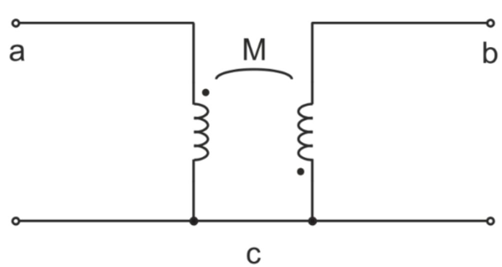
- Dos bobinas acopladas en mallas contiguas (= con un terminal común) son equivalentes a tres bobinas sin acoplamiento magnético.

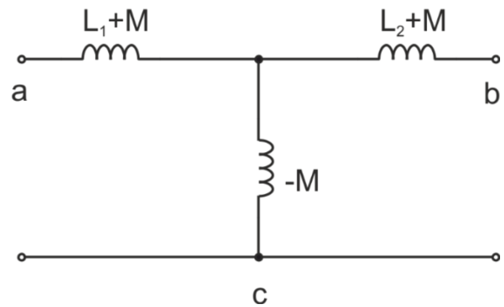




Acopladas

Sin acoplar





Materiales ferromagnéticos

$$\vec{M} = \frac{\vec{B} - \vec{B}_o}{\mu}; \vec{\mathrm{B}} \text{ es el campo en el interior}$$

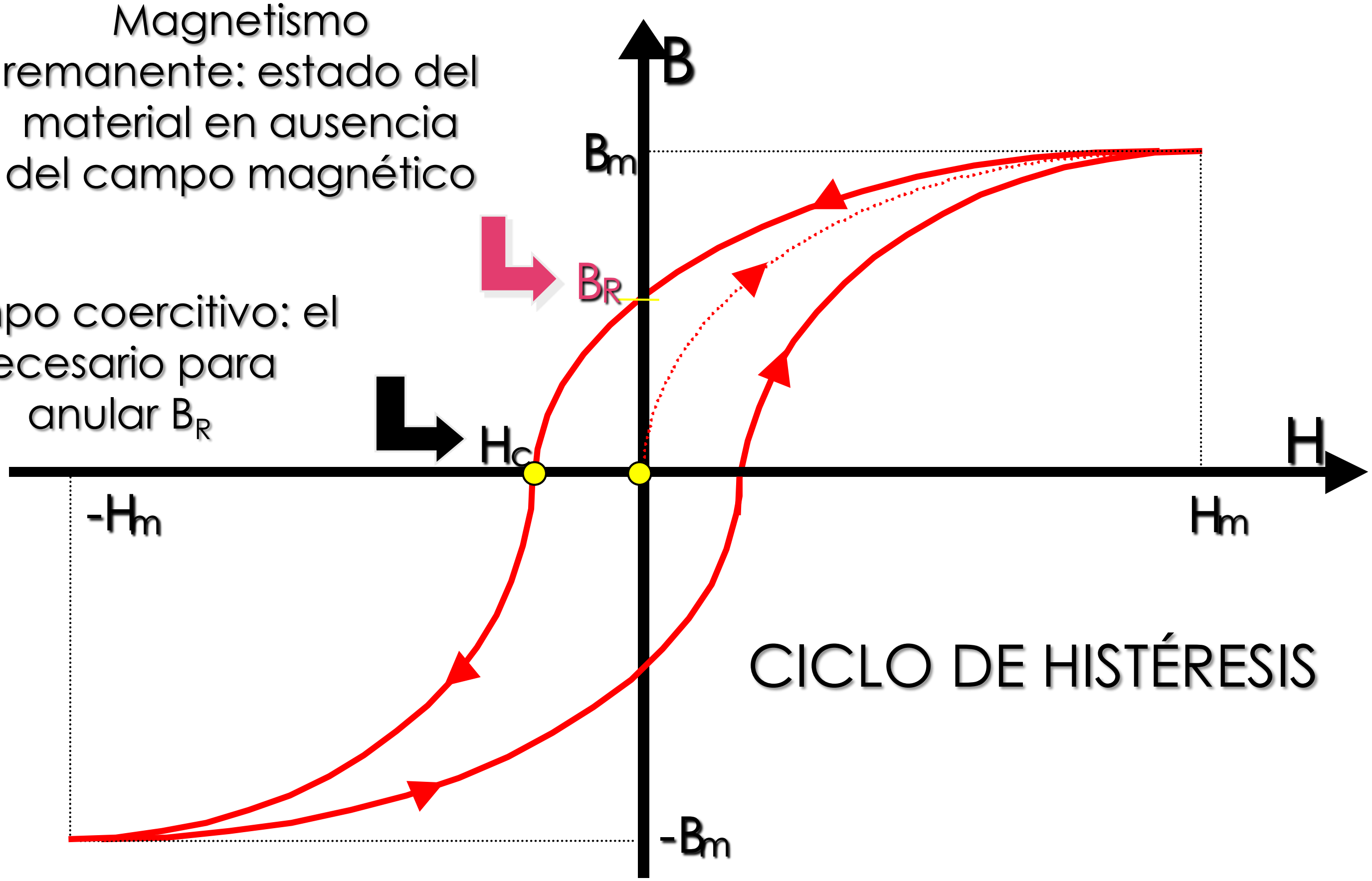
- Respuesta a B aplicados
- Magnetización
  - Diamagnéticos
    - Todos los materiales
    - Se opone al campo aplicado
    - Débil; ($\mu \approx \mu_o$)
  - Paramagnéticos
    - Magnetización en la dirección del campo y proporcional a ella.
  - Ferromagnéticos
    - El más intenso
    - Persiste en el tiempo: histéresis
    - Desaparece al aumentar T hasta Tc (temperatura de Curie)

ULL Universidad de La Laguna
Departamento de Ingeniería Industrial

Histéresis

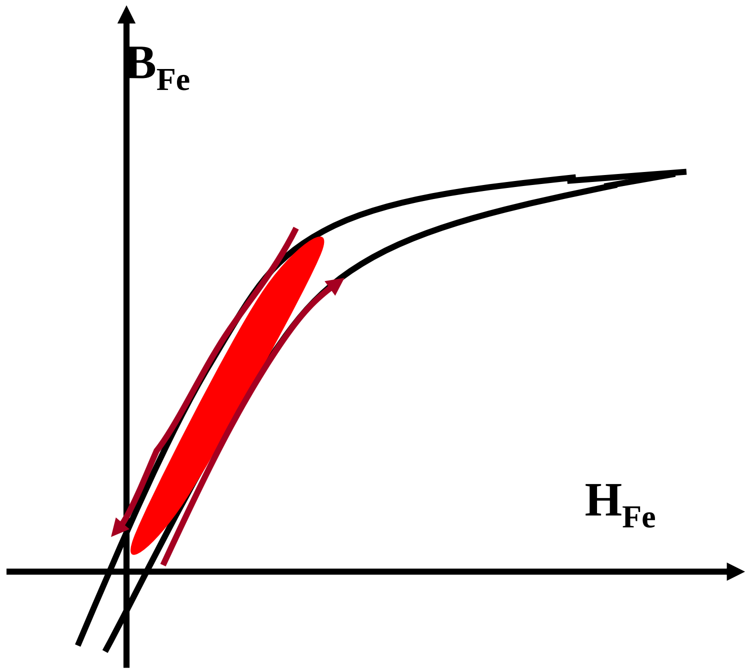
Magnetismo remanente: estado del material en ausencia del campo magnético

Campo coercitivo: el necesario para anular B_R



Pérdidas por histéresis (I)

- La curva B-H real tiene histéresis.
- El funcionamiento del componente describe un área en la curva B-H que define las pérdidas por histéresis



Pérdidas por histéresis (II)

$$U(t) = R \cdot i(t) + N\frac{d\phi}{dt}$$

$$U(t) \cdot i(t)dt = R \cdot i(t) \cdot i(t)dt + N\frac{d\phi}{dt} \cdot i(t)dt$$

$$\int_0^T U(t) \cdot i(t)dt = \int_0^T R \cdot i(t) \cdot i(t)dt + \int_0^T N \cdot i(t)d\phi$$

$$\left.\begin{aligned} N \cdot i(t) &= H(t) \cdot l \\ d\phi(t) &= s \cdot dB(t) \\ l \cdot S &= V \end{aligned}\right\}$$

$$N \cdot i(t)d\phi = H(t) \cdot l \cdot d\phi = H(t) \cdot l \cdot s \cdot dB(t) = \mathrm{V} \cdot H(t) \cdot dB(t)$$

$$\int_0^T U(t) \cdot i(t)dt = \int_0^T R \cdot i(t) \cdot i(t)dt + \mathrm{V} \cdot \int_0^T H(t) \cdot dB(t)$$

Pérdidas por corrientes parásitas o de Foucolt

- Las corrientes parásitas son corrientes que circulan por el interior del material magnético como consecuencia del campo.
- Según la Ley de Lenz reaccionan contra el flujo que las crea reduciendo la inducción magnética, además, ocasionan pérdidas y, por tanto, calentamiento.
- La pérdida de potencia se puede reducir aumentando la resistencia de los posibles caminos que siguen las corrientes de Foucault (por ejemplo, laminando el conductor o recortando el metal).

Resumen

- Un campo magnético variable con el tiempo induce un voltaje en una bobina de alambre si pasa a través de ésta (base del FUNCIONAMIENTO DEL TRANSFORMADOR).
- Un conductor que porta corriente en presencia de un campo magnético experimenta una fuerza inducida sobre él (base del FUNCIONAMIENTO DEL MOTOR).
- Un conductor eléctrico que se mueve en presencia de un campo magnético tendrá un voltaje inducido en él (base del FUNCIONAMIENTO DEL GENERADOR).