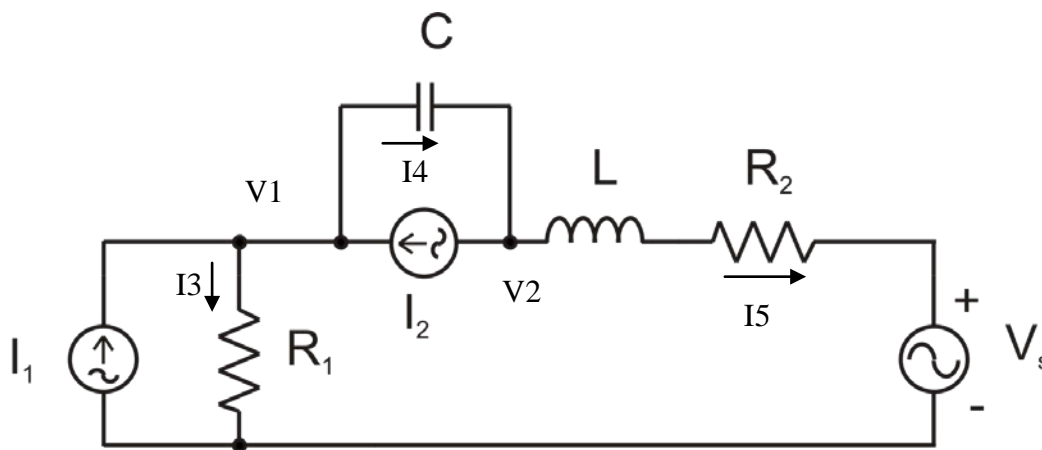


 PROBLEMA DE TEORÍA DE CIRCUITOS

P3: Dado el siguiente circuito calcular:

- a) La corriente de todas las ramas.
- b) La potencia aparente, activa y reactiva de las fuentes de corriente y voltaje.
- c) La potencia aparente, activa y reactiva en X_c , X_L , R_1 y R_2
- d) Equivalente Thévenin en los extremos de la resistencia R_2
- c) Determinar la resistencia necesaria que debería colocarse en R_2 para tener la potencia máxima que se podría transferir.



Datos del problema:

$f=159.1549 \text{ Hz};$

$C=250 \cdot 10^{-6} \text{ F}$

$L=10 \cdot 10^{-3} \text{ H}$

$X_c=-j/(2 \cdot \pi \cdot f \cdot C) \ \Omega$

$X_L=j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \ \Omega$

$R_1=73 \ \Omega;$

$R_2=10 \ \Omega;$

$\theta_1=-45^\circ;$

$\theta_2=0^\circ;$

$\theta_s=17^\circ;$

Los fasores de las fuentes de corriente y voltaje:

$$I_1 = 0.040 * (\cos(\theta_1 * \pi / 180) + i * \text{sen}(\theta_1 * \pi / 180));$$

$$I_2 = 0.060 * (\cos(\theta_2 * \pi / 180) + i * \text{sen}(\theta_2 * \pi / 180));$$

$$V_s = 15 * (\cos(\theta_s * \pi / 180) + i * \text{sen}(\theta_s * \pi / 180));$$

Solución:

Resuelvo el problema por el método de los nudos. El sistema de ecuaciones es

$$(1/R_1 + 1/X_c) V_1 - (1/X_c) V_2 = I_1 + I_2$$

$$- (1/X_c) V_1 - (1/(R_2 + X_L) + 1/X_c) V_2 = -I_2 + V_s / (R_2 + X_L)$$

Resolvemos por Cramer:

$$V_1 = \det(b_1) / \det(a);$$

$$V_2 = \det(b_2) / \det(a);$$

donde

$$a = \begin{bmatrix} 1/R_1 + 1/X_c & -1/X_c \\ -1/X_c & (1/(R_2 + X_L) + 1/X_c) \end{bmatrix};$$

$$b_1 = \begin{bmatrix} I_1 + I_2 \\ -I_2 + V_s / (R_2 + X_L) \end{bmatrix};$$

$$b_2 = \begin{bmatrix} I_1 + I_2 \\ -I_2 + V_s / (R_2 + X_L) \end{bmatrix};$$

Podemos ya obtener los valores de las corrientes por las ramas que nos faltan

$$I_3 = V_1 / R_1; \text{ corriente por la resistencia } R_1$$

$$I_4 = (V_1 - V_2) / X_c; \text{ corriente por el condensador}$$

$$I_5 = (V_2 - V_s) / (X_L + R_2); \text{ corriente que pasa por la fuente } V_s$$

Potencia de la fuente de I1

$S_1 = 1/2 * V_1 * I_1'$; VA esta es la potencia compleja, I_1' es el complejo conjugado del fasor de la corriente I_1

$$P_1 = 1/2 * \text{modulo}(V_1) * \text{modulo}(I_1) * \cos(\text{fase}(V_1) - \text{fase}(I_1)); W$$

$$Q_1 = 1/2 * \text{modulo}(V_1) * \text{modulo}(I_1) * \text{sen}(\text{fase}(V_1) - \text{fase}(I_1)); VAR$$

$$\text{mod}S_1 = \text{modulo}(S_1); VA \text{ la potencia aparente}$$

Potencia de la fuente de I2

$$S_2 = 1/2 * (V_1 - V_2) * I_2'; \text{ VA}$$

$$P_2 = 1/2 * \text{módulo}(V_1 - V_2) * \text{módulo}(I_2) * \cos(\text{fase}(V_1 - V_2) - \text{fase}(I_2)); \text{ W}$$

$$Q_2 = 1/2 * \text{módulo}(V_1 - V_2) * \text{módulo}(I_2) * \sin(\text{fase}(V_1 - V_2) - \text{fase}(I_2)); \text{ VAR}$$

$$\text{mod}S_2 = \text{módulo}(S_2); \text{ VA}$$

Potencia de la fuente de Vs

$S_s = 1/2 * V_s * (-I_5)'$; VA la corriente I5 tiene valor negativo por lo que va en sentido contrario por eso es negativa

$$P_s = 1/2 * \text{módulo}(V_s) * \text{módulo}(I_5) * \cos(\text{fase}(V_s) - \text{fase}(-I_5)); \text{ W}$$

$$Q_s = 1/2 * \text{módulo}(V_s) * \text{módulo}(I_5) * \sin(\text{fase}(V_s) - \text{fase}(-I_5)); \text{ VAR}$$

$$\text{mod}S_s = \text{módulo}(S_s); \text{ VA}$$

Potencia en Xc

$$S_c = 1/2 * (V_1 - V_2) * I_4';$$

$$P_c = 1/2 * \text{módulo}(V_1 - V_2) * \text{módulo}(I_4) * \cos(\text{fase}(V_1 - V_2) - \text{fase}(I_4)); \%W$$

$$Q_c = 1/2 * \text{módulo}(V_1 - V_2) * \text{módulo}(I_4) * \sin(\text{fase}(V_1 - V_2) - \text{fase}(I_4)); \%VAR$$

$$\text{mod}S_c = \text{módulo}(S_c); \%VA$$

Potencia en XL

$$S_L = 1/2 * X_L * (I_5) * (I_5)'; \text{ VAR}$$

$$P_L = 0; \text{ W}$$

$$Q_L = 1/2 * \text{módulo}(X_L) * (\text{módulo}(I_5))^2; \text{ VAR}$$

$$\text{mod}S_L = \text{módulo}(S_L); \text{ VA}$$

Potencia en R1

$$S_{r1} = 1/2 * R_1 * I_3 * I_3';$$

$$P_{r1} = 1/2 * \text{módulo}(R_1) * (\text{módulo}(I_3))^2;$$

$$Q_{r1} = 0;$$

$$\text{mod}S_{r1} = \text{módulo}(S_{r1}); \text{ VA}$$

Potencia en R2

$$S_{r2} = 1/2 \cdot R_2 \cdot I_5 \cdot I_5'; \text{ VA}$$

$$P_{r2} = 1/2 \cdot \text{módulo}(R_2) \cdot (\text{módulo}(I_5))^2; \text{ W}$$

$$Q_{r2} = 0; \text{ VAR}$$

$$\text{mod}S_{r2} = \text{módulo}(S_{r2}); \text{ VA}$$

Equivalente Thévenin

Desconectando las fuentes tenemos que

$$Z_{th} = R_1 + X_L + X_C;$$

La tensión en los terminales con circuito abierto en ab es

$$V_{ab} = +I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot X_C - V_s;$$

Caída de tensión en la resistencia

$$R_2 \cdot I_5;$$

Y mediante el circuito de Thevenin lo podemos calcular de la siguiente forma (tener en cuenta que es un divisor de tensión)

$$V_{r2_th} = V_{ab} \cdot R_2 / (Z_{th} + R_2);$$

$$I_{r2_th} = V_{ab} / (Z_{th} + R_2);$$

Potencia en resistencia R2

$$S_{thr2} = 1/2 \cdot V_{r2_th} \cdot I_{r2_th}';$$

Potencia máxima ocurre cuando la impedancia que ponemos en los terminales ab es igual al complejo conjugado de la impedancia de Thévenin

$$V_{r2_thmax} = V_{ab} \cdot Z_{th}' / (Z_{th} + Z_{th}'); \text{ Tensión}$$

$$I_{r2_thmax} = V_{ab} / (Z_{th} + Z_{th}'); \text{ Corriente}$$

$$S_{thr2_max} = 1/2 \cdot V_{r2_thmax} \cdot I_{r2_thmax}'; \text{ La potencia máxima es la potencia en la impedancia } Z_{th}'$$