

Control Borroso

Rosa M^a Aguilar China

Vanesa Muñoz Cruz



1. Introducción
2. Conjuntos Borrosos
3. Variables Lingüísticas
4. Definición Lógica Borrosa
5. Operaciones con Conjuntos Borrosos
6. Reglas Borrosas Si-Entonces
7. Razonamiento Borroso
8. Sistema de Inferencia Borrosa
9. Ejemplo

Motivación: modelar las imprecisiones

Solución: conjuntos y reglas borrosas

Control Borroso:

- Definición sistemas con variables lingüísticas \Rightarrow valores lingüísticos
- Reglas en función de dichas variables

Conjuntos Borrosos

- **Conjunto borroso** (Lofti A. Zadeh, 1964):
representar y manipular datos que no eran precisos

- Determinadas magnitudes pueden tomar valores que difícilmente se pueden clasificar en un conjunto determinado, quedando excluidos del resto de conjuntos.
 - Ciudades lejana de una dada
 - Individuos jóvenes

Introducción

- ❑ El Control Borroso es uno de los nuevos métodos del Control Inteligente.
- ❑ Trata de imitar el procedimiento que utilizamos los seres humanos al manejar muchos sistemas.
- ❑ Ej: El caso del manejo de una llave de agua. Para obtener el caudal deseado razonamos en términos como:
 - ✓ "Si el caudal es muy poco girar mucho la llave a la izquierda"
 - ✓ "Si el caudal es mucho girar la llave un poco a la derecha", etc.

Introducción

□ En estas reglas no aparecen magnitudes precisas del tipo "2 litro/segundo" o "64 grados en sentido antihorario" y a pesar de ello conseguimos regular el caudal deseado.

□ Esta forma de razonar la aplicamos también en situaciones más complejas, desde regular no sólo el caudal sino la temperatura del agua hasta cuando conducimos un coche. En ningún caso conocemos los valores exactos sino que nos bastan magnitudes vagas como "muy caliente", "cerca", "deprisa", etc.

Introducción

- Otro aspecto importante es que ese control se puede expresar como un conjunto de reglas de la forma:
 - ✓ "Si ciertas condiciones en unas variables entonces unas acciones en otras".

- En esta estructura las condiciones se denominan antecedentes y las acciones consecuentes.

- Se puede concluir que el razonamiento humano, en estas situaciones, se realiza aplicando la lógica a magnitudes imprecisas.

Introducción

□ Si queremos implementar ese control artificialmente lo más conveniente es usar una herramienta que modele las magnitudes imprecisas, que es la Teoría de Conjuntos Borroso, y una lógica para esas magnitudes, que es la Lógica Borrosa.

□ Ambos elementos pertenecen a una nueva línea de la rama simbólica de la Inteligencia Artificial que ha tenido en el Control Borroso una de sus principales aplicaciones, por encima de otras más formales como los sistemas expertos basados en lógica difusa.

Introducción

□ El hecho de que reproduzca el esquema de razonamiento humano justifica el éxito de este nuevo método, debido a lo fácil de entender y utilizar. En pocos años ha tenido un auge muy importante y ha supuesto un gran éxito comercial de la IA, por encima incluso de los sistemas expertos.

Introducción

□ El desarrollo de la Lógica Difusa se debe a los trabajos de Lotfi A. Zadeh profesor de Ingeniería Electrónica en el Departamento del mismo nombre de la Universidad de California Berkeley.

□ La noción de Conjunto Borroso (Fuzzy Set) aparece por primera vez en 1964 y fue publicada un año más tarde en la revista Information and Control dando nacimiento a la llamada Teoría de los Subconjuntos Borrosos.

Introducción

- ❑ Lo difuso, aunque su teoría es relativamente reciente, es algo que ha acompañado al hombre desde siempre.
- ❑ A diario realizamos tareas complejas con un conocimiento poco preciso. Esto es así porque la única manera de tratar con situaciones complejas es reducir la precisión.
- ❑ En palabras del padre de la Lógica Difusa, L.Zadeh: *Cuando la complejidad aumenta, las afirmaciones precisas pierden significado y las afirmaciones más significativas pierden precisión.*

Introducción

- La lógica de proposiciones, que equivale a la teoría de conjuntos clásica y al álgebra de Boole, sólo permite manejar magnitudes precisas.
- Para afirmaciones del tipo x es P ($P(x)$) sólo se puede decir que es verdadero o falso, o de manera equivalente sólo es posible que $x \in P$ o que $x \notin P$.
- Esto tiene plena validez en ciertas ocasiones, por ejemplo si x es entero y P representa el subconjunto de los números primos, se puede saber perfectamente si x pertenece o no a P , o de manera equivalente si es verdadera o falsa la afirmación x es Primo.

Introducción

- En cambio existen gran cantidad de objetos habituales que no son convenientemente representados de esta manera.
- Ej: definición de los subconjuntos de edad. El determinar si un individuo de cierta edad es JOVEN no se hace de manera exacta.
 - No se coloca en ese subconjunto a los menores de 35 y se excluye a los que tengan 35 años y un día. Esto es inaceptable desde el punto de vista del sentido común.
- Los conjuntos clásicos no pueden representar convenientemente esas situaciones. En cambio la teoría de conjuntos difusos permite modelar esas imprecisiones.

Introducción

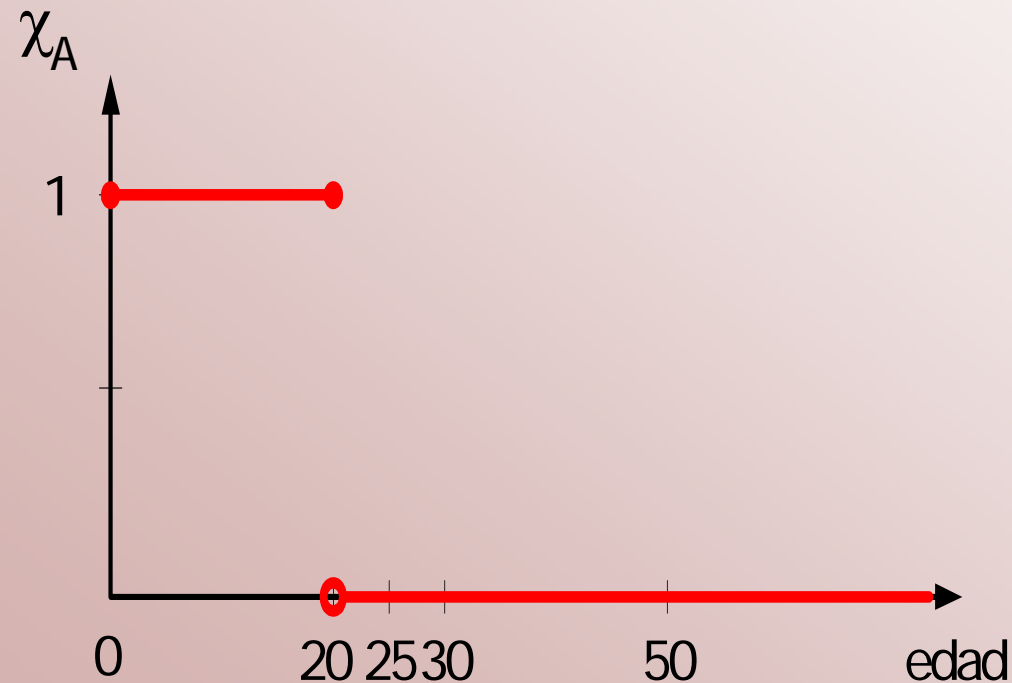
1. Comenzaremos recordando brevemente la teoría de conjuntos clásicos, que llamaremos a partir de ahora conjuntos concisos.
2. Veremos como se extiende su definición y operaciones en la teoría de conjuntos borrosos.
3. A continuación veremos que la Lógica de Proposiciones es isomorfa a la Teoría de Conjuntos y esa será la forma de definir la Lógica Borrosa.

Conjuntos Borrosos

□ Teoría clásica de conjuntos: función característica χ_A

$$\chi_A : X \rightarrow \{0,1\}$$

Ej. $A = \{\text{conjunto de gente joven}\}$

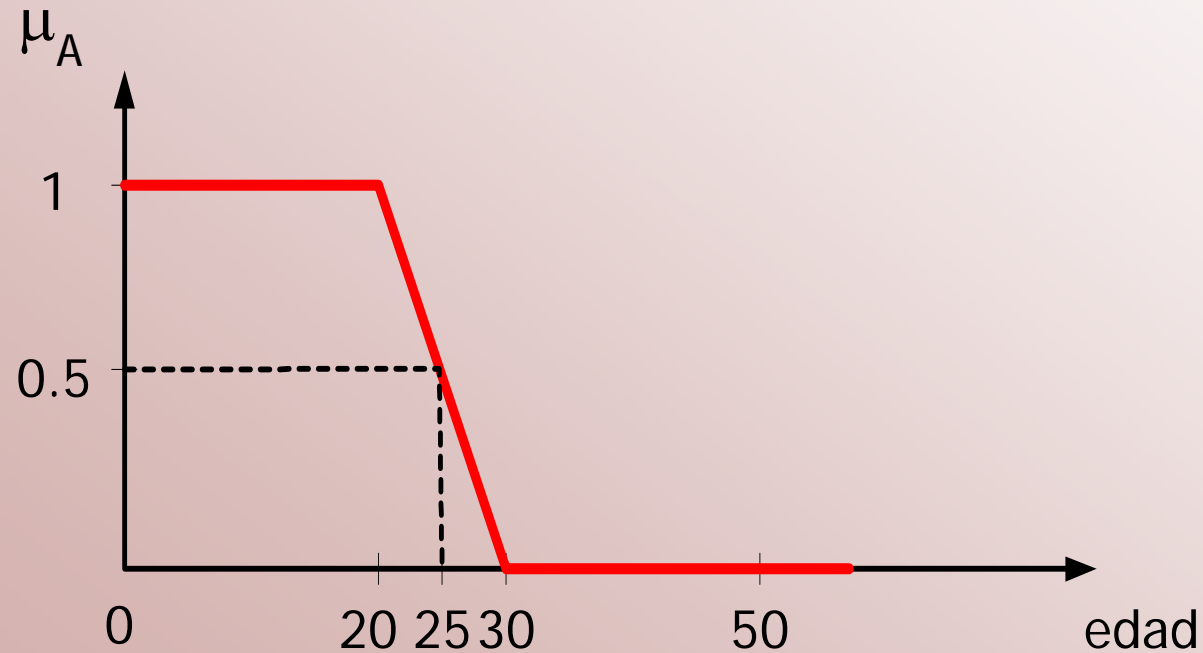


Conjuntos Borrosos

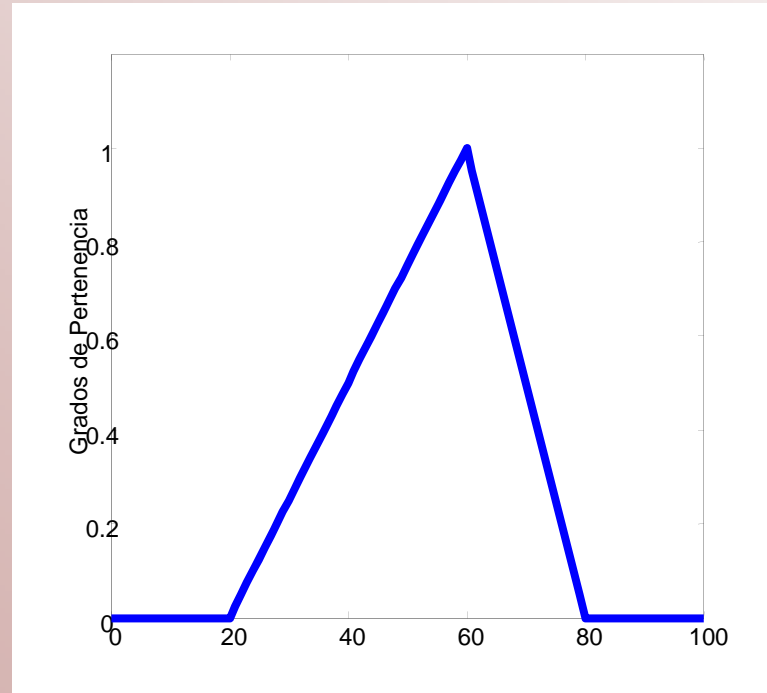
□ Conjuntos Borrosos: la función de pertenencia μ_A

$$\mu_A : X \rightarrow [0,1]$$

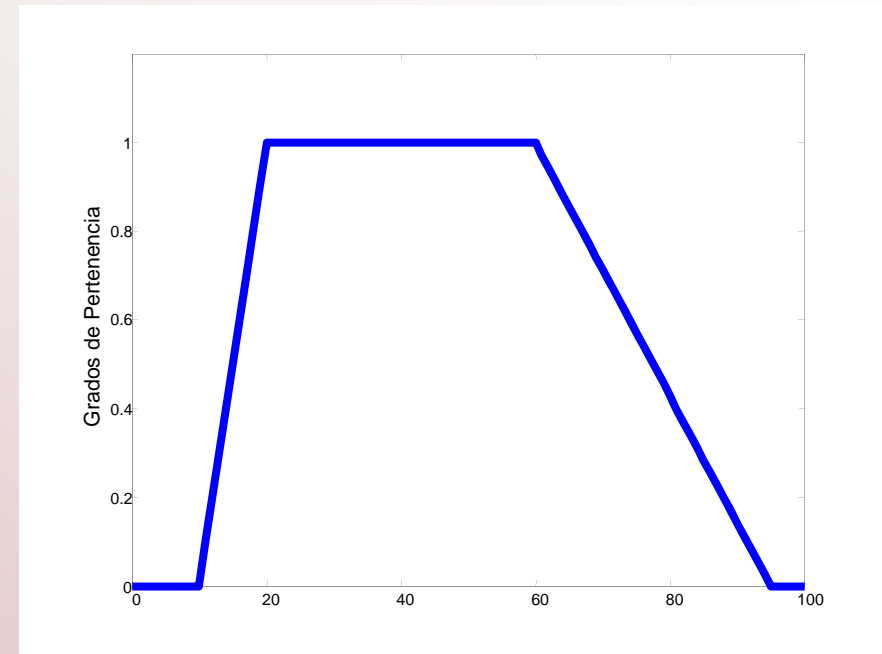
Ej. $A = \{\text{conjunto de gente joven}\}$



Conjuntos Borrosos

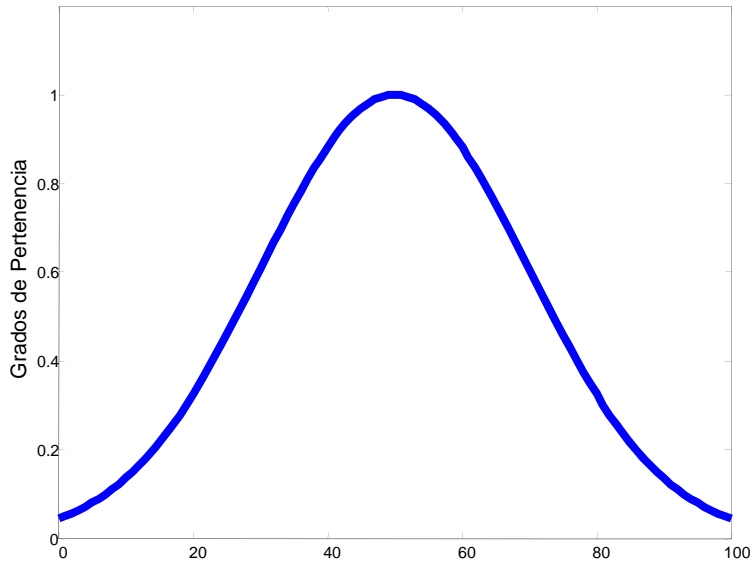


Función de pertenencia triangular(20,60,80).

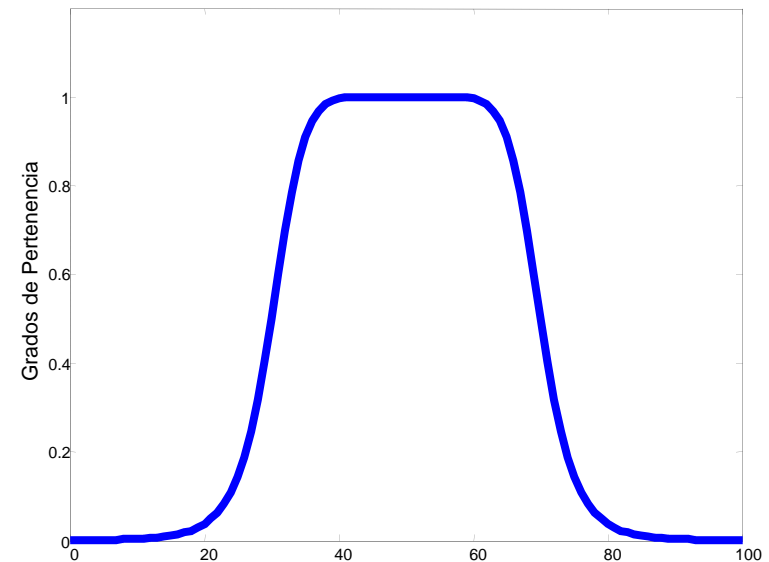


Función de pertenencia trapezoidal con parámetros (10,20,60,95)

Conjuntos Borrosos

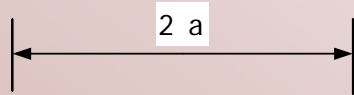
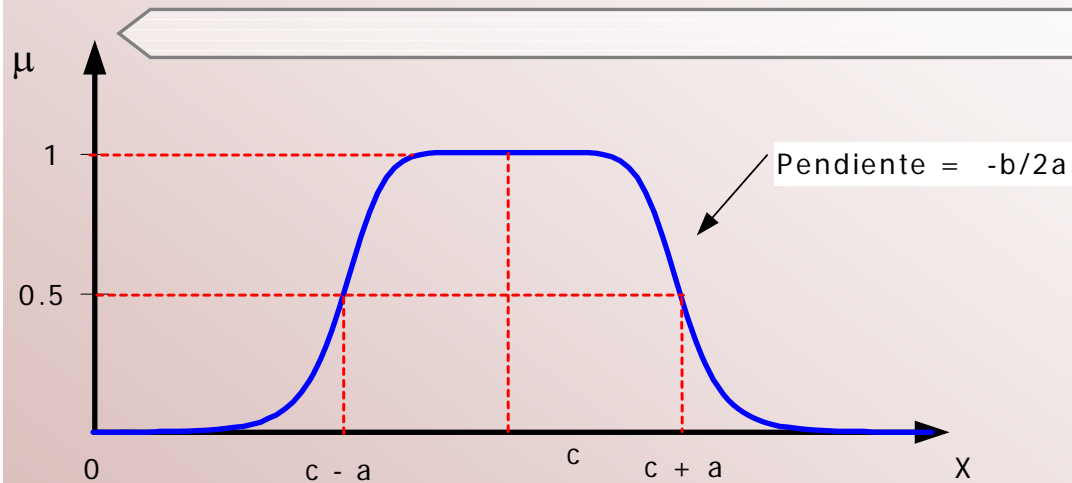


Función de pertenencia
gausiana (50,20)



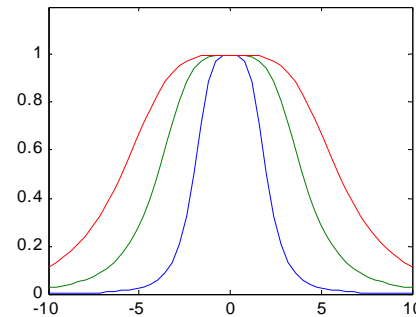
Función de pertenencia campana
generalizada (x; 20,4,50)

Conjuntos Borrosos

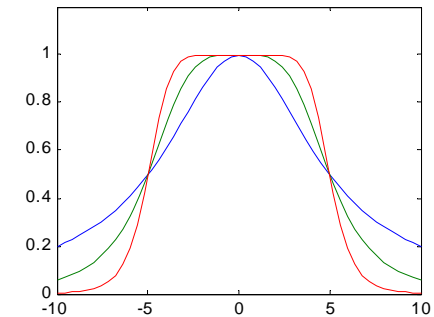


Selección de los parámetros $\{a, b, c\}$ se define la campana deseada

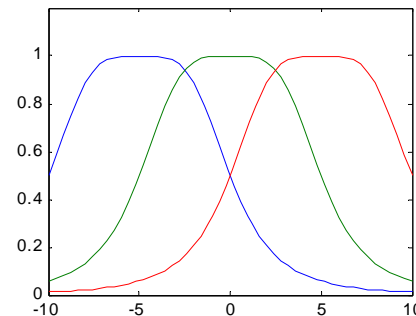
(a) Variando 'a'



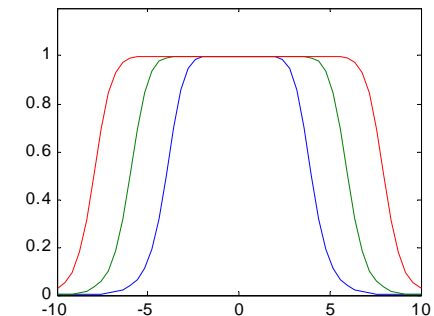
(b) Variando 'b'





(c) Variando 'c'



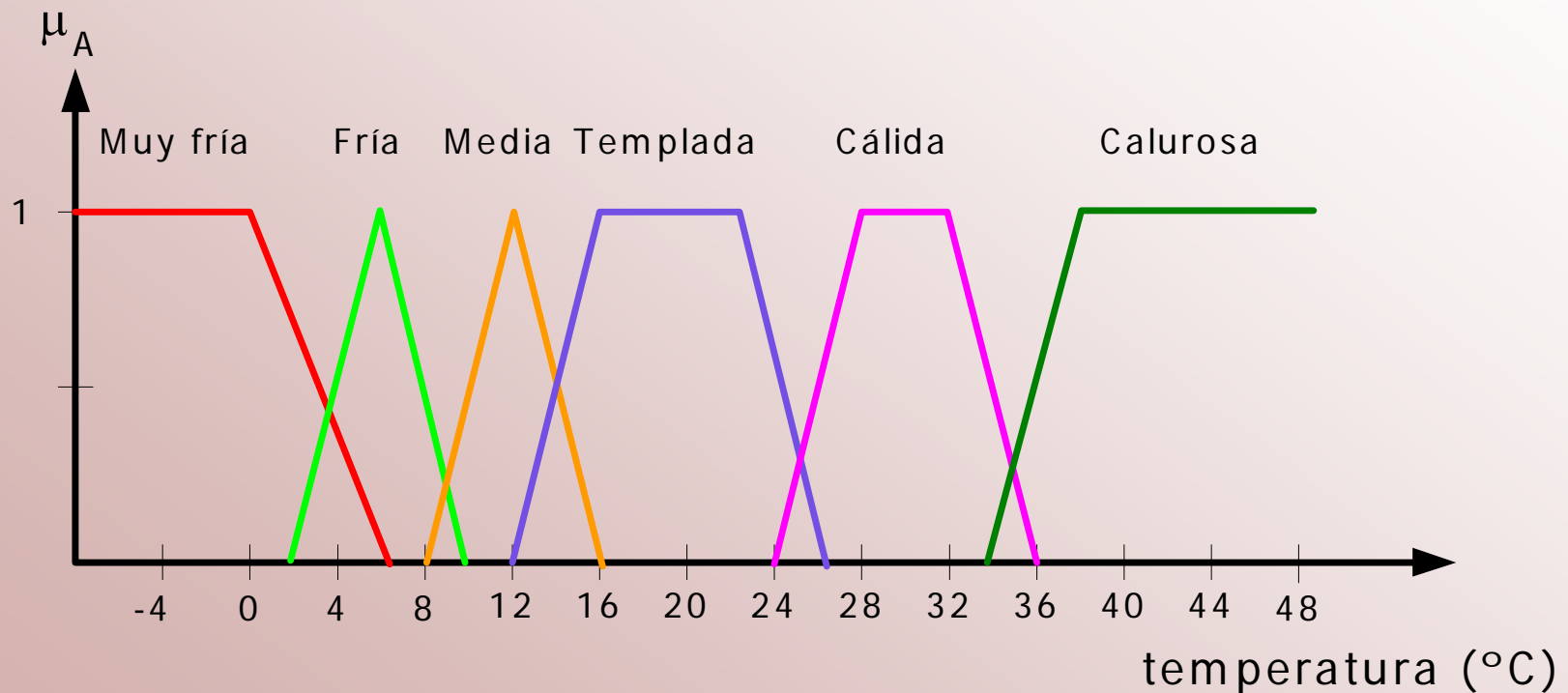
(d) Variando 'a' y 'b'



1. Introducción 
2. Conjuntos Borrosos 
3. Variables Lingüísticas
4. Definición Lógica Borrosa
5. Operaciones con Conjuntos Borrosos
6. Reglas Borrosas Si-Entonces
7. Razonamiento Borroso
8. Sistema de Inferencia Borrosa
9. Ejemplo

Variables Lingüísticas

- Utilizar los conjuntos borrosos para representar variables lingüísticas



Variables Lingüísticas

□ Términos lingüísticos normalizado

• GP Grande Positivo

• GN Grande Negativo

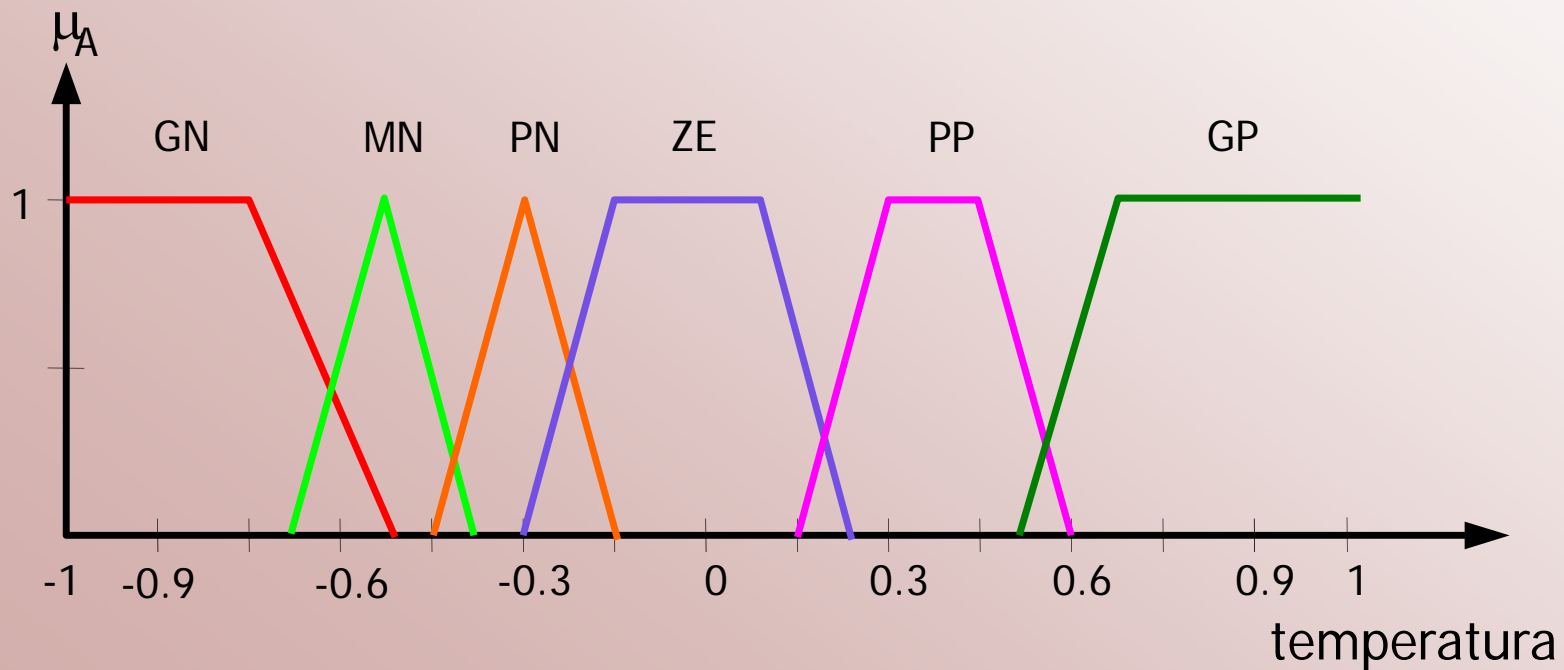
• MP Medio Positivo




• MN Medio Negativo

• PP Pequeño Positivo

• ZE Cero

• PN Pequeño Negativo



1. Introducción 
2. Conjuntos Borrosos 
3. Variables Lingüísticas 
4. Definición Lógica Borrosa
5. Operaciones con Conjuntos Borrosos
6. Reglas Borrosas Si-Entonces
7. Razonamiento Borroso
8. Sistema de Inferencia Borrosa
9. Ejemplo

Lógica Borrosa

□ Relación entre la Lógica clásica y Teoría clásica de conjuntos.

Unión	$A \cup B$	$x \in A \vee x \in B$
Intersección	$A \cap B$	$x \in A \wedge x \in B$
Complemento	$X - A$	$\neg(x \in A)$
Inclusión	$A \subseteq B$	$x \in A \Rightarrow x \in B$





□ Los siguientes elementos son equivalentes:

\cup	\vee
\cap	\wedge
$-$	\neg
X	V
\emptyset	F
\subseteq	\Rightarrow

Lógica Borrosa

- Este isomorfismo para las teorías clásicas se traslada a la Lógica Borrosa.
- Definir las operaciones sobre conjuntos borrosos \Rightarrow queda definida la Lógica Borrosa

Conmutativa:	$P \vee Q = Q \vee P$	$P \wedge Q = Q \wedge P$
Asociativa:	$(P \vee Q) \vee R = P \vee (Q \vee R)$	$(P \wedge Q) \wedge R = P \wedge (Q \wedge R)$
Idempotencia:	$P \vee P = P$	$P \wedge P = P$
Absorción:	$P \vee (P \wedge Q) = P$	$P \wedge (P \vee Q) = P$
Distributiva:	$P \vee (Q \wedge R) = (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$	$P \wedge (Q \vee R) = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
Involución:	$\neg \neg P = P$	
Elementos neutros:	$P \vee F = P$	$P \wedge V = P$
Mitad excluida		
y no contradicción:	$P \vee \neg P = V$	$P \wedge \neg P = F$
$\neg F = V$	$\neg V = F$	
Leyes de Morgan:	$\neg (P \vee Q) = \neg P \wedge \neg Q$	$\neg (P \wedge Q) = \neg P \vee \neg Q$

1. Introducción 
2. Conjuntos Borrosos 
3. Variables Lingüísticas 
4. Definición Lógica Borrosa 
5. Operaciones con Conjuntos Borrosos
6. Reglas Borrosas Si-Entonces
7. Razonamiento Borroso
8. Sistema de Inferencia Borrosa
9. Ejemplo

Operaciones con conjuntos borrosos

Complemento La aplicación c definida por:

$$c : [0,1] \rightarrow [0,1]$$
$$\mu_A(x) \quad \mu_{\bar{A}}(x) = c[\mu_A(x)], \quad x \in X$$

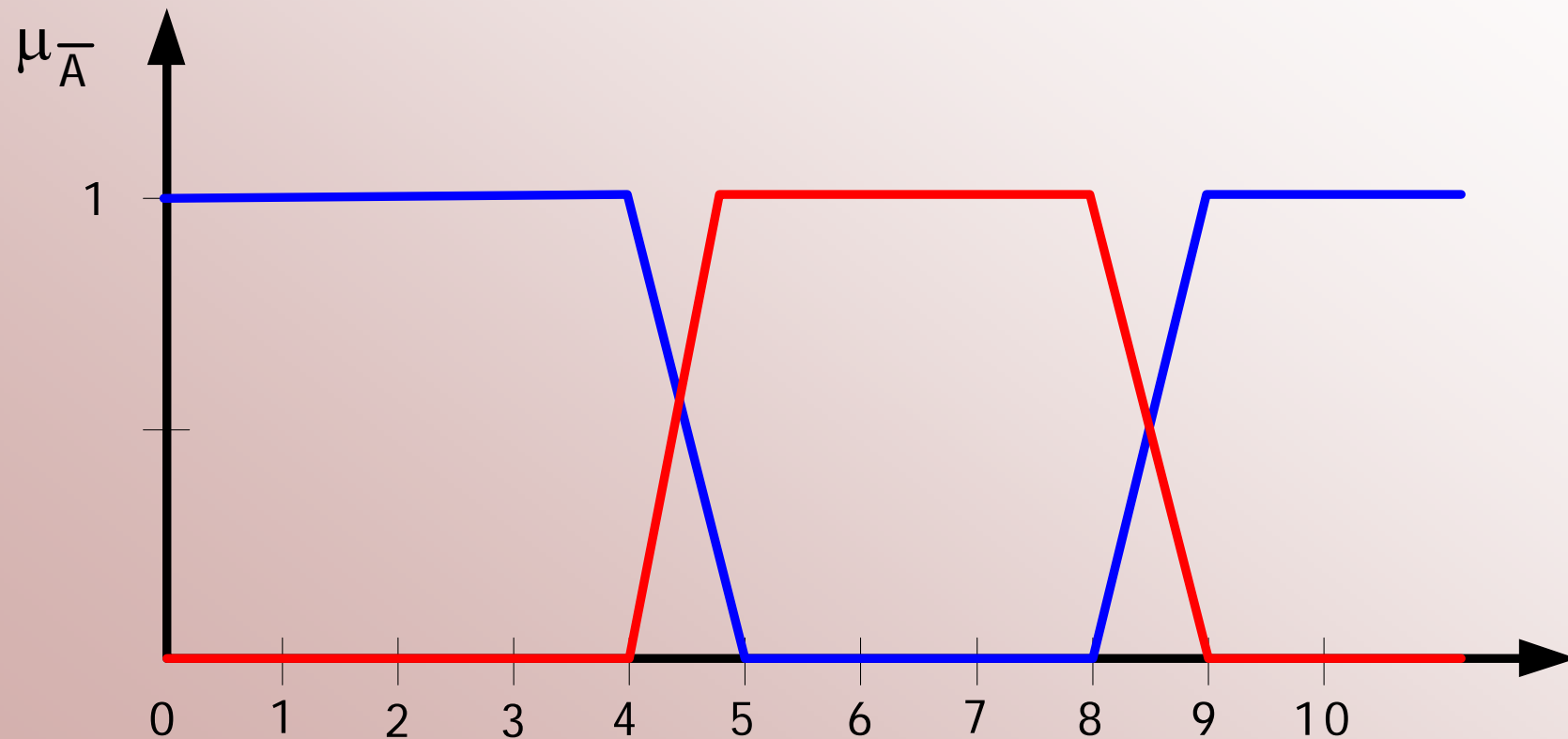
Implementa el complemento de un conjunto borroso A si satisface las siguientes propiedades:

- $c(x) \leq c(y)$, si $x > y$ (monotonicidad no creciente)
 $x, y \in [0,1]$
- $c(0)=1$; $c(1)=0$ (condición de contorno)

Estándar	$c(x) = 1 - x$
Sugeno	$c_\lambda(x) = \frac{1-x}{1+\lambda x}$, con $\lambda > -1$
Yager	$c(x) = (1 - x^p)^{1/p}$, $p > 0$

Operaciones con conjuntos borrosos

Complemento estándar



Operaciones con conjuntos borrosos

Intersección

La aplicación i definida por:

$$i : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$
$$(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad \mu_{A \cap B}(x) = i[\mu_A(x), \mu_B(x)] , x \in X$$

Implementa la intersección entre los conjuntos borrosos A y B si satisface las siguientes propiedades:

1. $i(x,y) = i(y,x)$ (conmutatividad) $x,y,z \in [0,1]$
2. $i(x,i(y,z)) = i(i(x,y),z)$ (asociatividad)
3. $i(x,y) \leq i(x',y')$, si $x \leq x'$ e $y \leq y'$
(monotonicidad en cada argumento)
4. $i(1,1)=1$; $i(0,1)=i(1,0)=i(0,0)=0$ (condición de contorno)

Operaciones con conjuntos borrosos

□ Norma triangular o T-norma es una generalización de la intersección.

$$T : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

• Tiene que satisfacer:

$$T(x,1) = x \quad (\text{Neutro } 1)$$

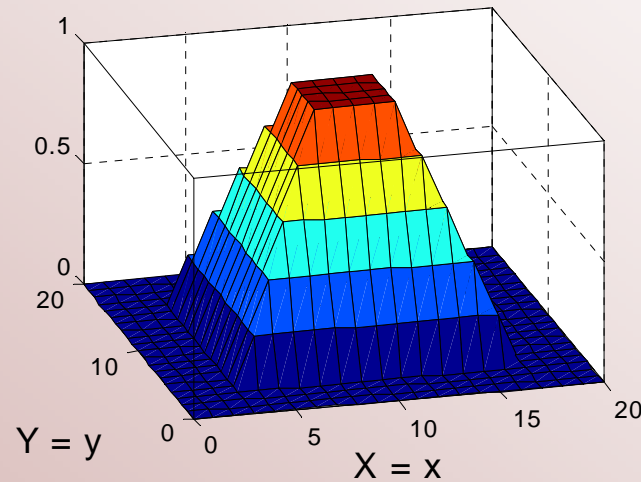
$$T(x,0) = 0 \quad (\text{Absorbente } 0)$$

Mínimo	$T(x,y) = \min\{x,y\}$
Producto algebraico	$T(x,y) = xy$

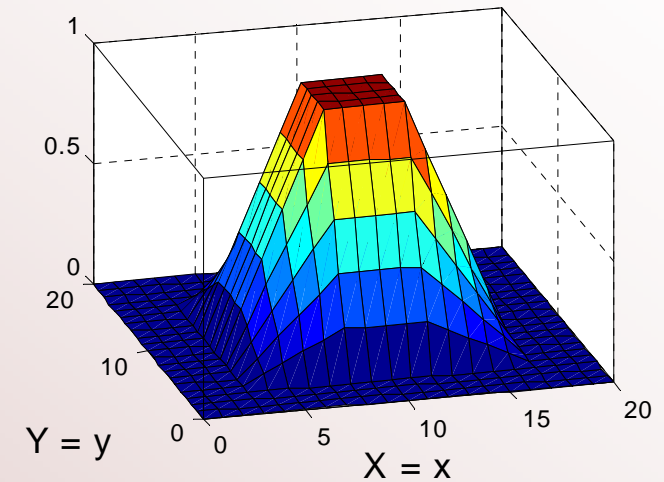
Operaciones con conjuntos borrosos

T-norma $X=Y=\text{trapezoide}(3,8,12,17)$

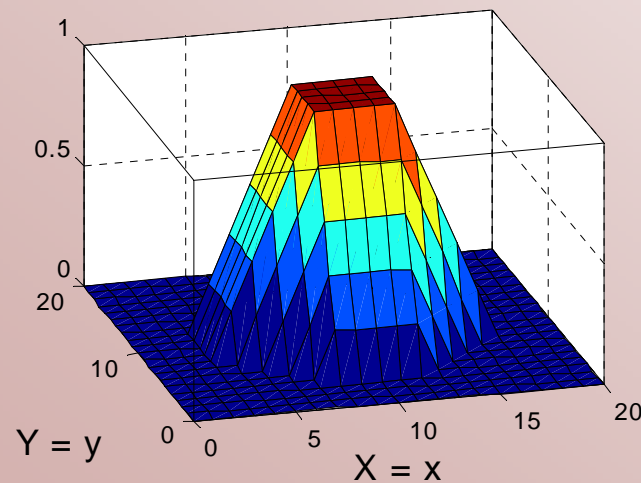
(a) Mínimo



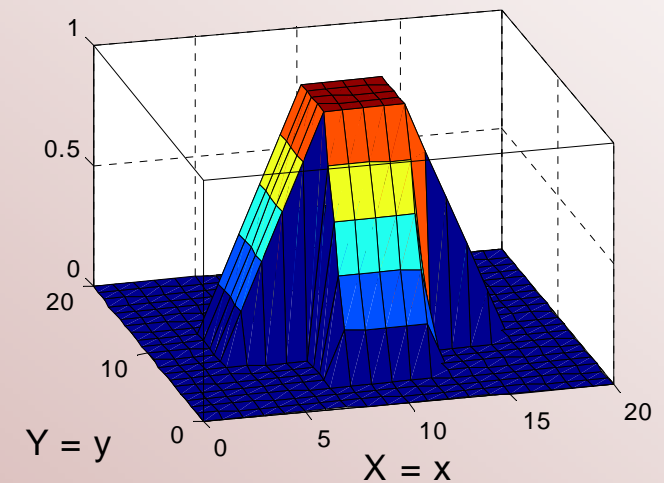
(b) Producto Algebraico



(c) Producto acotado

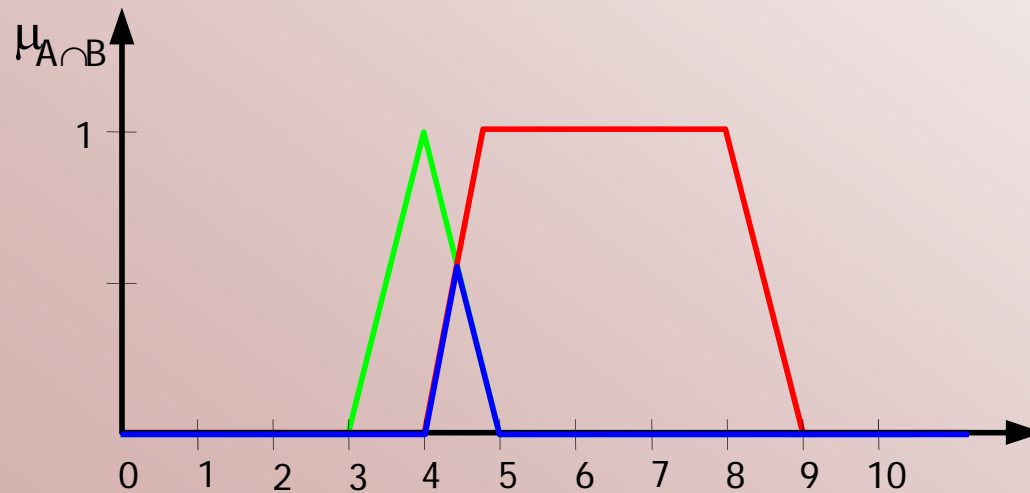
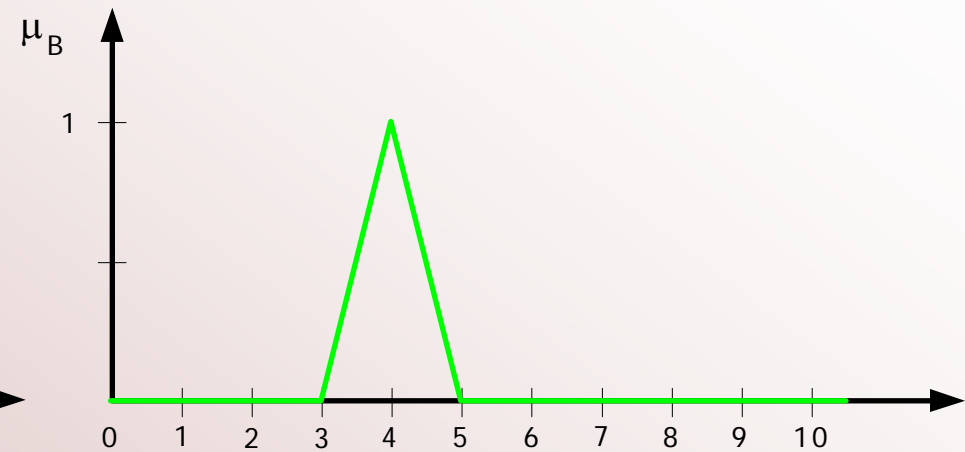
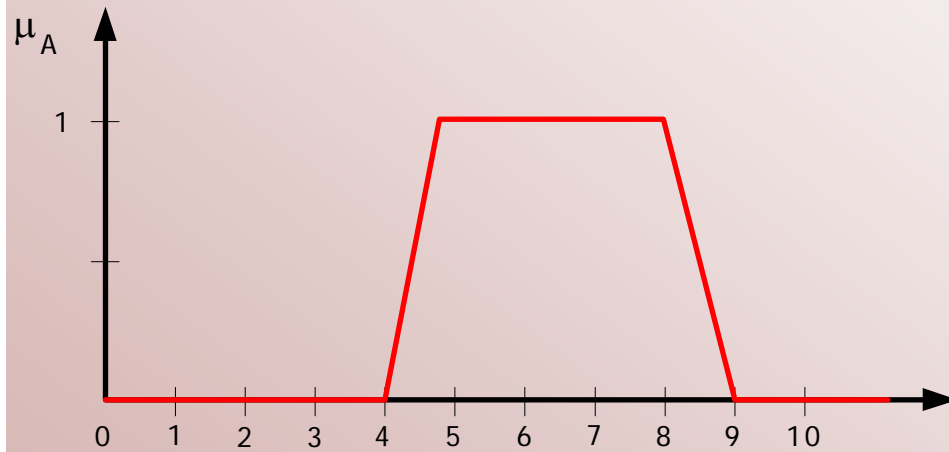


(d) Producto drástico



Operaciones con conjuntos borrosos

T-norma mínimo



Operaciones con conjuntos borrosos

Unión

La aplicación u definida por:

$$u : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$
$$(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad \mu_{A \cup B}(x) = u[\mu_A(x), \mu_B(x)] , x \in X$$

Implementa la unión entre los conjuntos borrosos A y B si satisface las siguientes propiedades:

1. $u(x,y) = u(y,x)$ (conmutatividad) $x,y,z \in [0,1]$
2. $u(x,u(y,z)) = u(u(x,y),z)$ (asociatividad)
3. $u(x,y) \leq u(x',y')$, si $x \leq x'$ e $y \leq y'$
(monotonicidad en cada argumento)
4. $u(0,0)=0$; $u(0,1)=u(1,0)=u(1,1)=1$ (condición de contorno)

Operaciones con conjuntos borrosos

□ Norma triangular o S-norma es una generalización de la unión.

$$S : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

• Tiene que satisfacer:

$$S(x,0) = x \quad (\text{Neutro } 0)$$

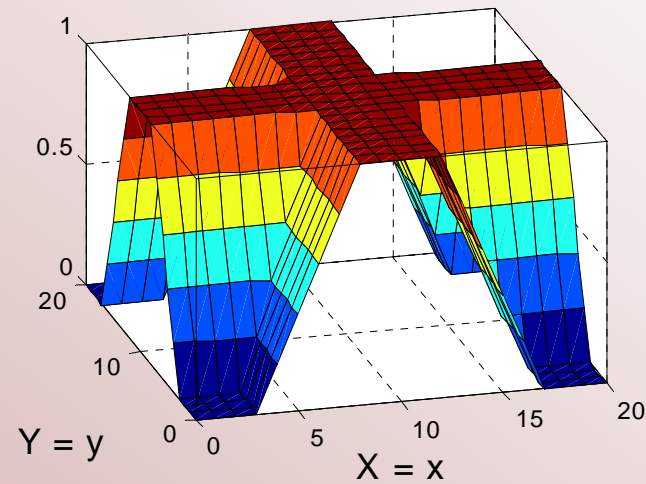
$$S(x,1) = 1 \quad (\text{Absorbente } 1)$$

Máximo	$S(x,y) = \max\{x,y\}$
Probabilística (suma algebraica)	$S(x,y) = x+y-xy$

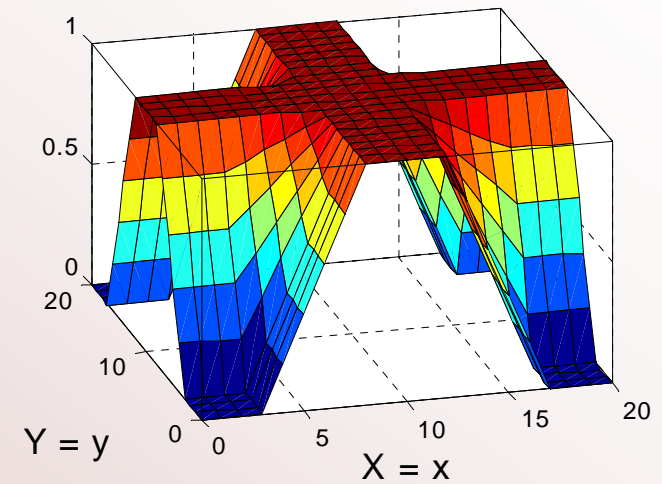
Operaciones con conjuntos borrosos

S-norma $X=Y=\text{trapezoide}(3,8,12,17)$

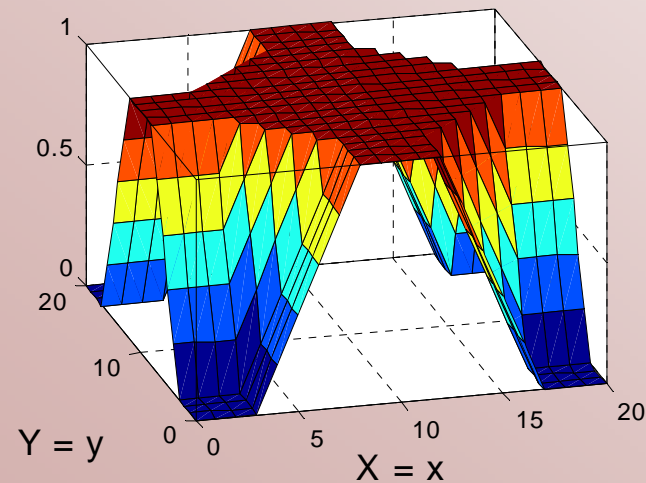
(a) Maximo



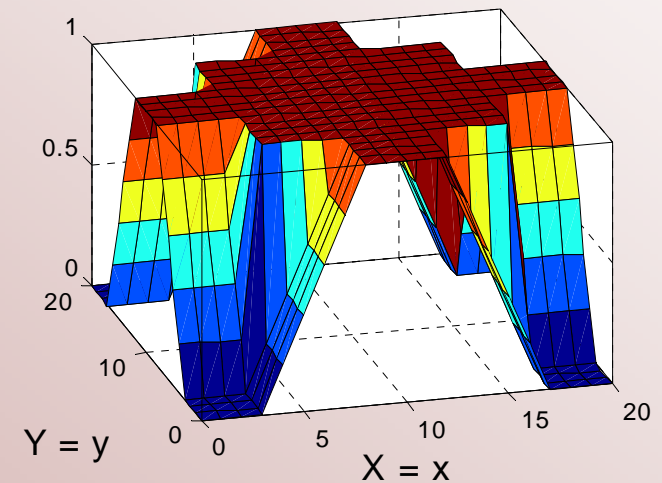
(b) Suma Algebraica



(c) Suma Acotada

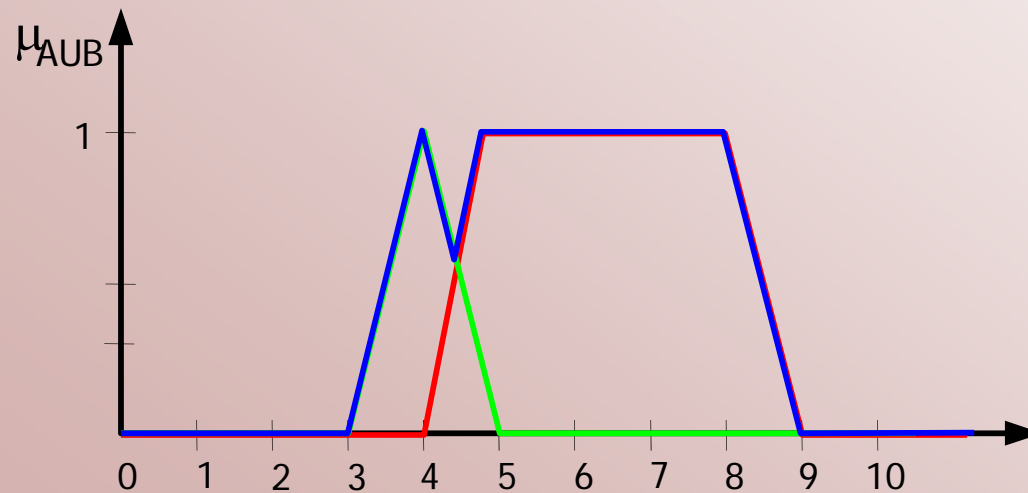
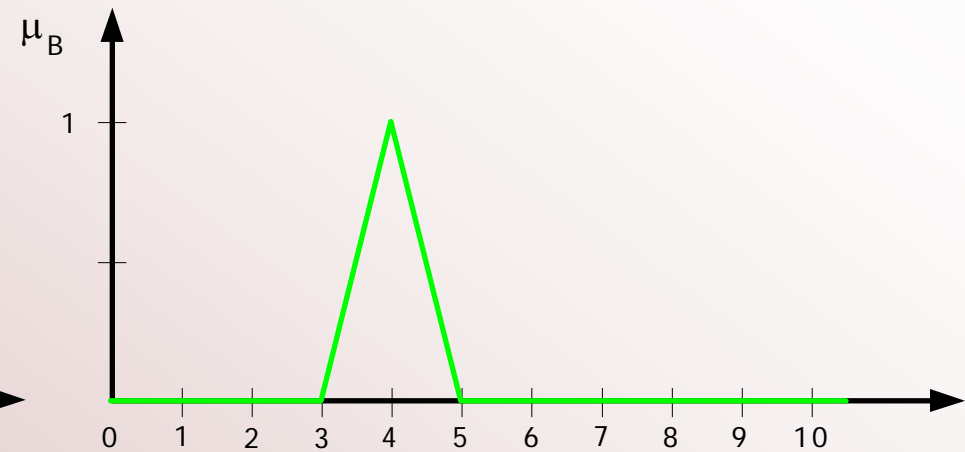
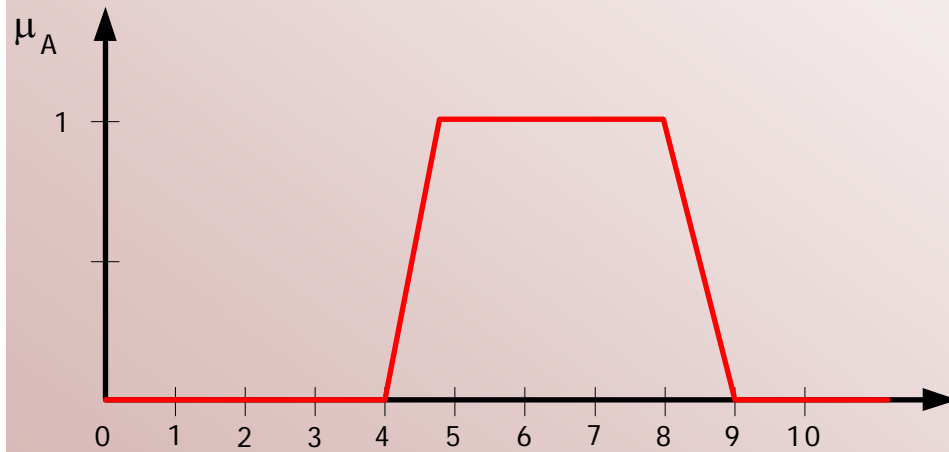







(d) Suma Drastica



Operaciones con conjuntos borrosos

S-norma máximo



1. Introducción 
2. Conjuntos Borrosos 
3. Variables Lingüísticas 
4. Definición Lógica Borrosa 
5. Operaciones con Conjuntos Borrosos 
6. Reglas Borrosas Si-Entonces
7. Razonamiento Borroso
8. Sistema de Inferencia Borrosa
9. Ejemplo

Reglas borrosas

□ Una regla borrosa tiene la siguiente forma: (A y B valores lingüísticos)

Si x es A entonces y es B

□ Ejemplos:

“Si la presión es alta, entonces el volumen es pequeño”

“Si el caballo es rápido, entonces el caballo es valioso”

“Si la edad es corta, entonces el individuo es joven”

• Para utilizar una regla borrosa es necesario formalizar el significado de la expresión “Si x es A entonces y es B”, $A \rightarrow B$.

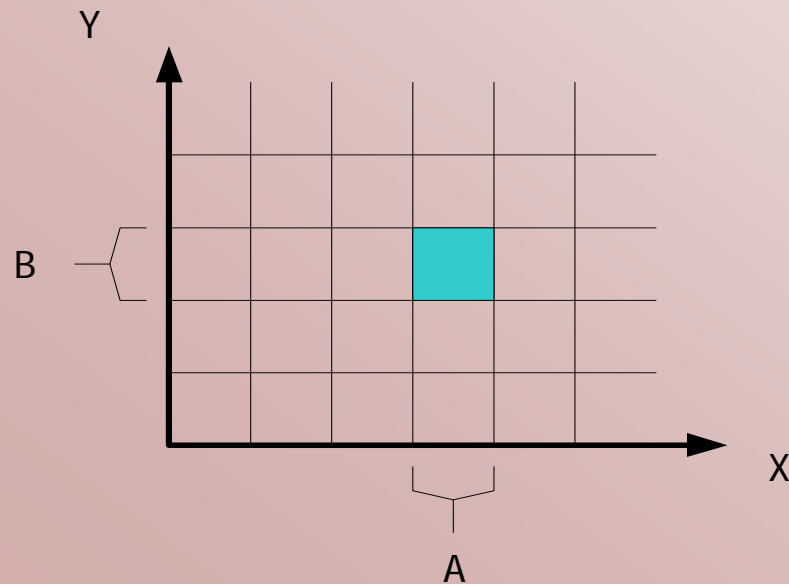
Reglas borrosas

□ $R = A \rightarrow B \Rightarrow R$ es un conjunto borroso en 2 dimensiones:

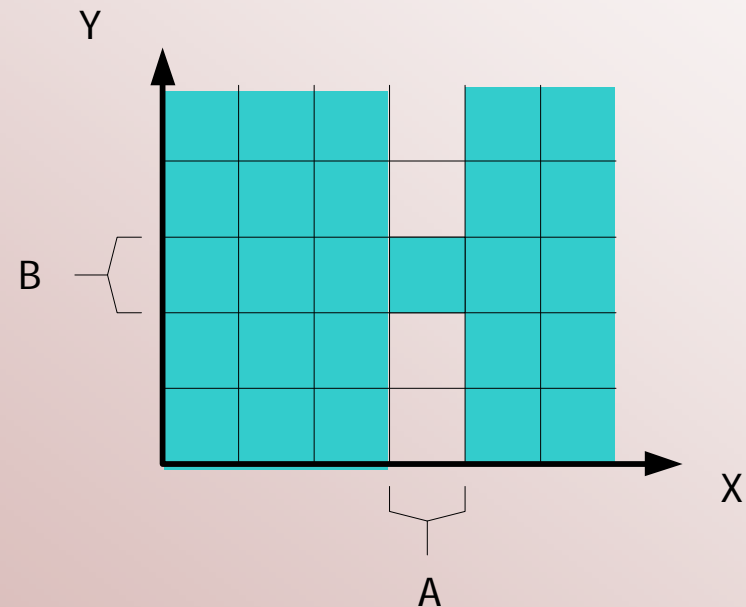
$$\mu_R(x,y) = f(\mu_A(x), \mu_B(y)) = f(a,b)$$

f = función implicación borrosa

1. $A \rightarrow B$ como A está acoplado a B



2. $R = A \rightarrow B = \lceil A \cup B$

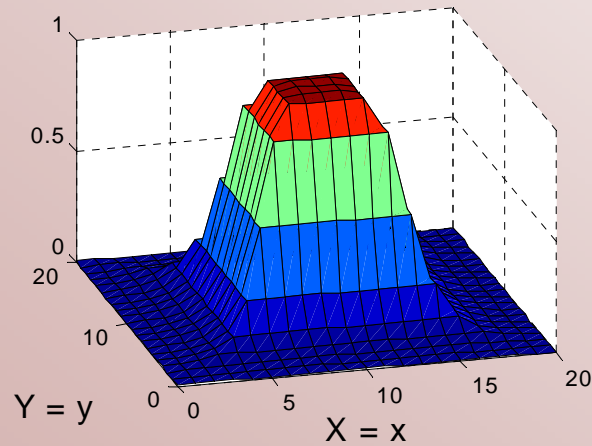


Reglas borrosas

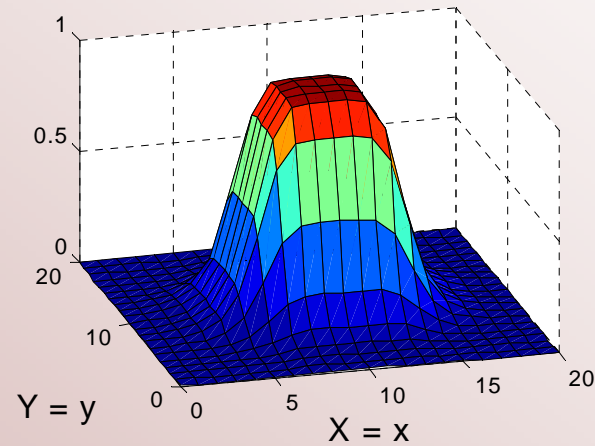
1. $A \rightarrow B \Rightarrow A$ está acoplado a B :

$$R = A \rightarrow B = \mathbf{T}(\mu_A(x), \mu_B(y))$$

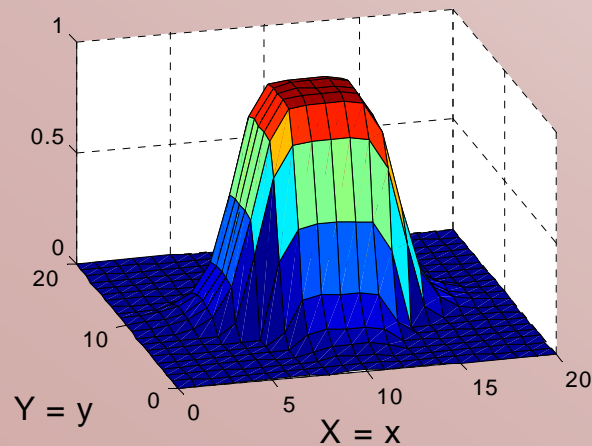
(a) Minimo



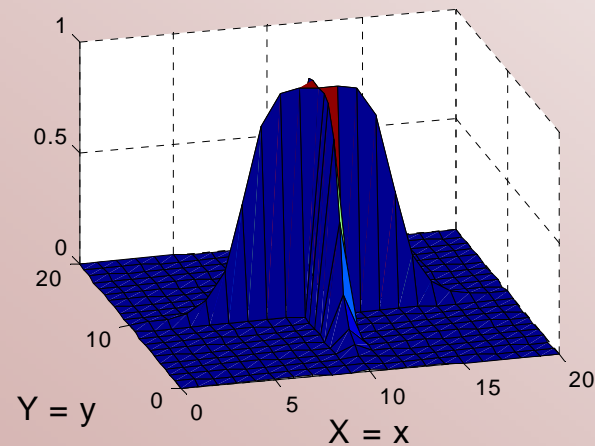
(b) Producto Algebraico



(c) Product Acotado



(d) Producto Drastico

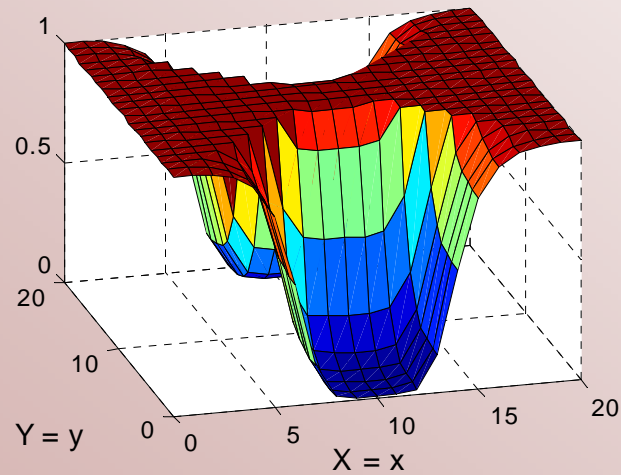


$$\mu_A(x) = \mu_B(y) = \text{campana}(4, 3, 10)$$

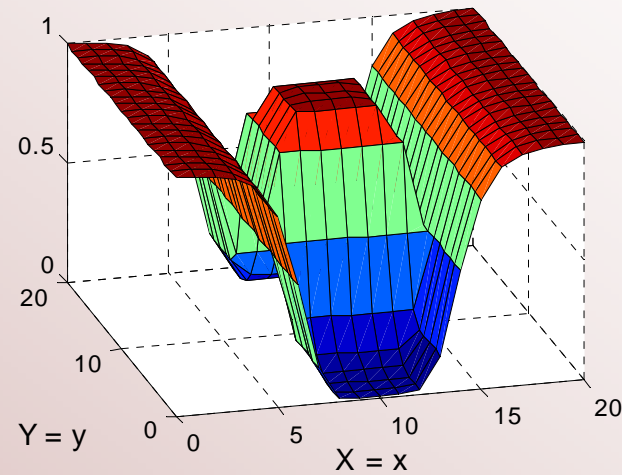
Reglas borrosas

2. $R = A \rightarrow B = \overline{A} \cup B$

(a) Regla Aritmetica de Zadeh

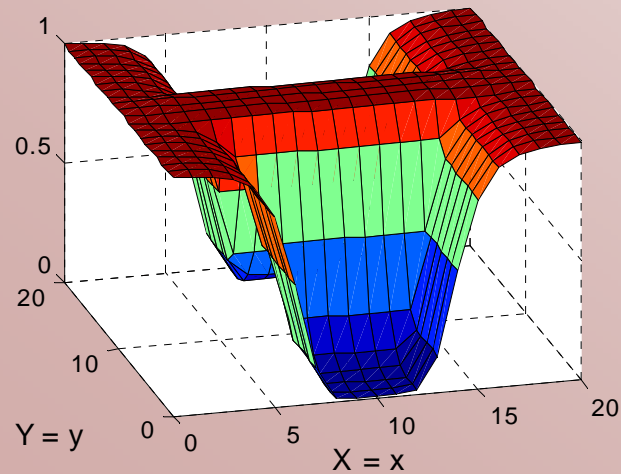


(b) Regla Max-Min de Zadeh

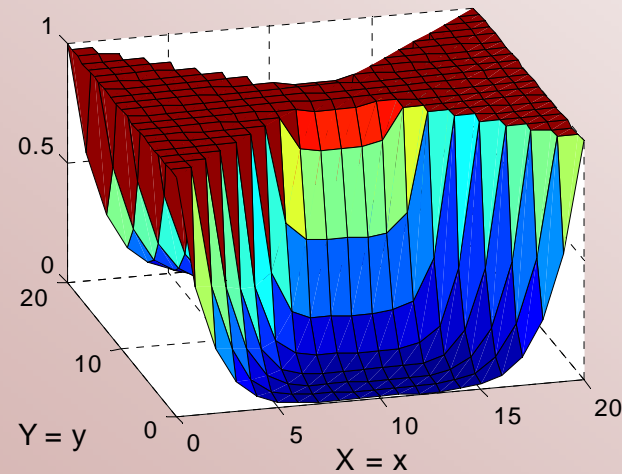








$$\mu_A(x) = \mu_B(y) = \text{campana}(4, 3, 10)$$

(c) Implicacion Borrosa Boolean



(d) Implicacion Borrosa de Goguen



1. Introducción 
2. Conjuntos Borrosos 
3. Variables Lingüísticas 
4. Definición Lógica Borrosa 
5. Operaciones con Conjuntos Borrosos 
6. Reglas Borrosas Si-Entonces 
7. Razonamiento Borroso
8. Sistema de Inferencia Borrosa
9. Ejemplo

Razonamiento borroso

□ El razonamiento borroso: obtener conclusiones a partir de reglas borrosas y hechos borrosos.

Modus Ponens

Premisa 1 (Regla): Si x es **A** ENTONCES y es **B**

Premisa 2 (Hecho): x es **A**

Consecuente (Conclusión): y es **B**

P1: Si *el-caballo* es **rápido** ENTONCES *el-caballo* es **valioso**

P2: *el-caballo* es **rápido**

Consecuente (Conclusión): *el-caballo* es **valioso**

Razonamiento borroso

Premisa 1 (Regla): Si x es A ENTONCES y es B

Premisa 2 (Hecho): x es A'

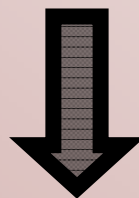
Consecuente (Conclusión): y es B'

P1: Si *el-caballo* es **rápido** ENTONCES *el-caballo* es **valioso**

P2: *el-caballo* es **más-o-menos-rápido**

(Conclusión): *el-caballo* es **más-o-menos-valioso**

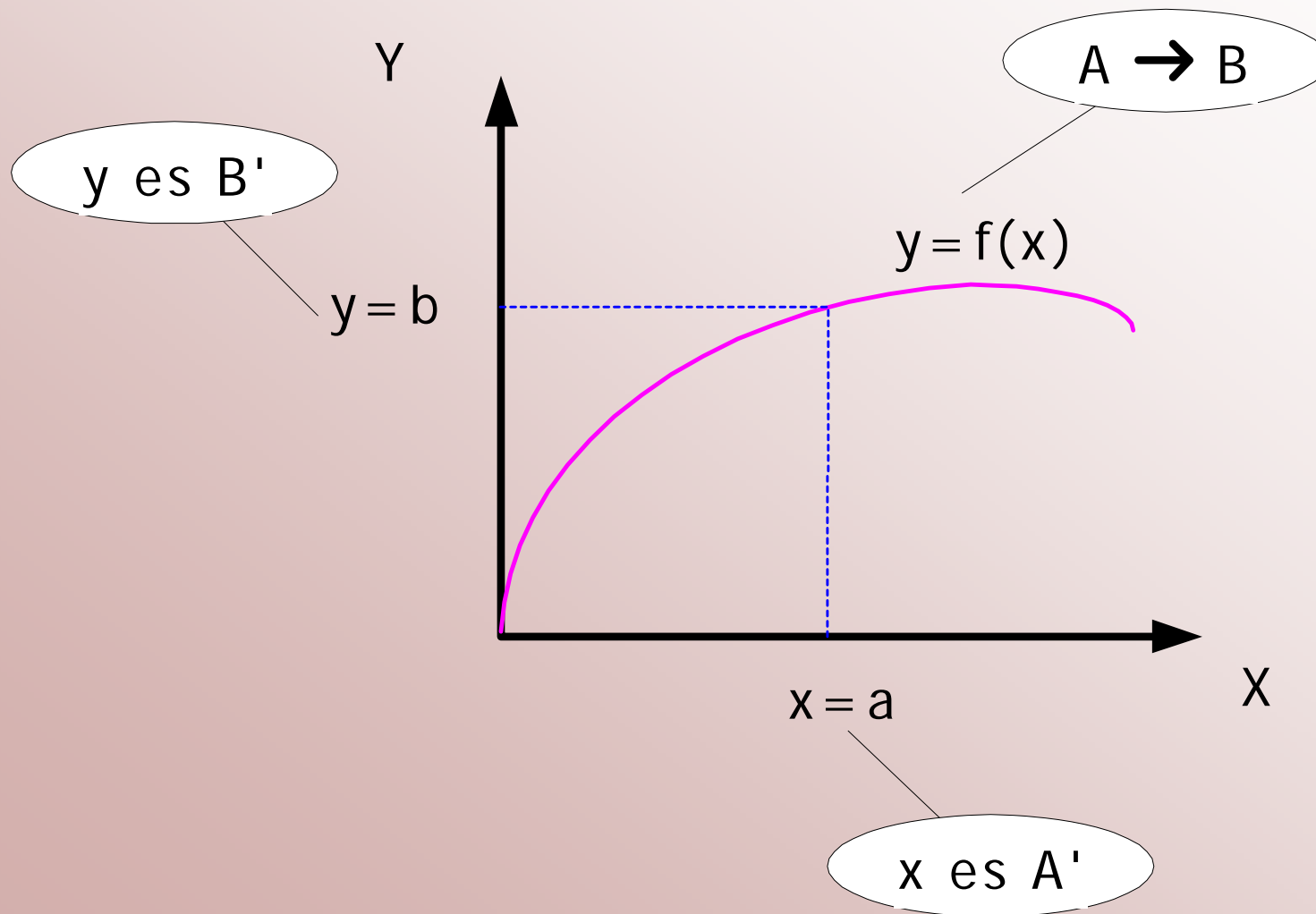
Modus Ponens Generalizado



regla composicional de inferencia

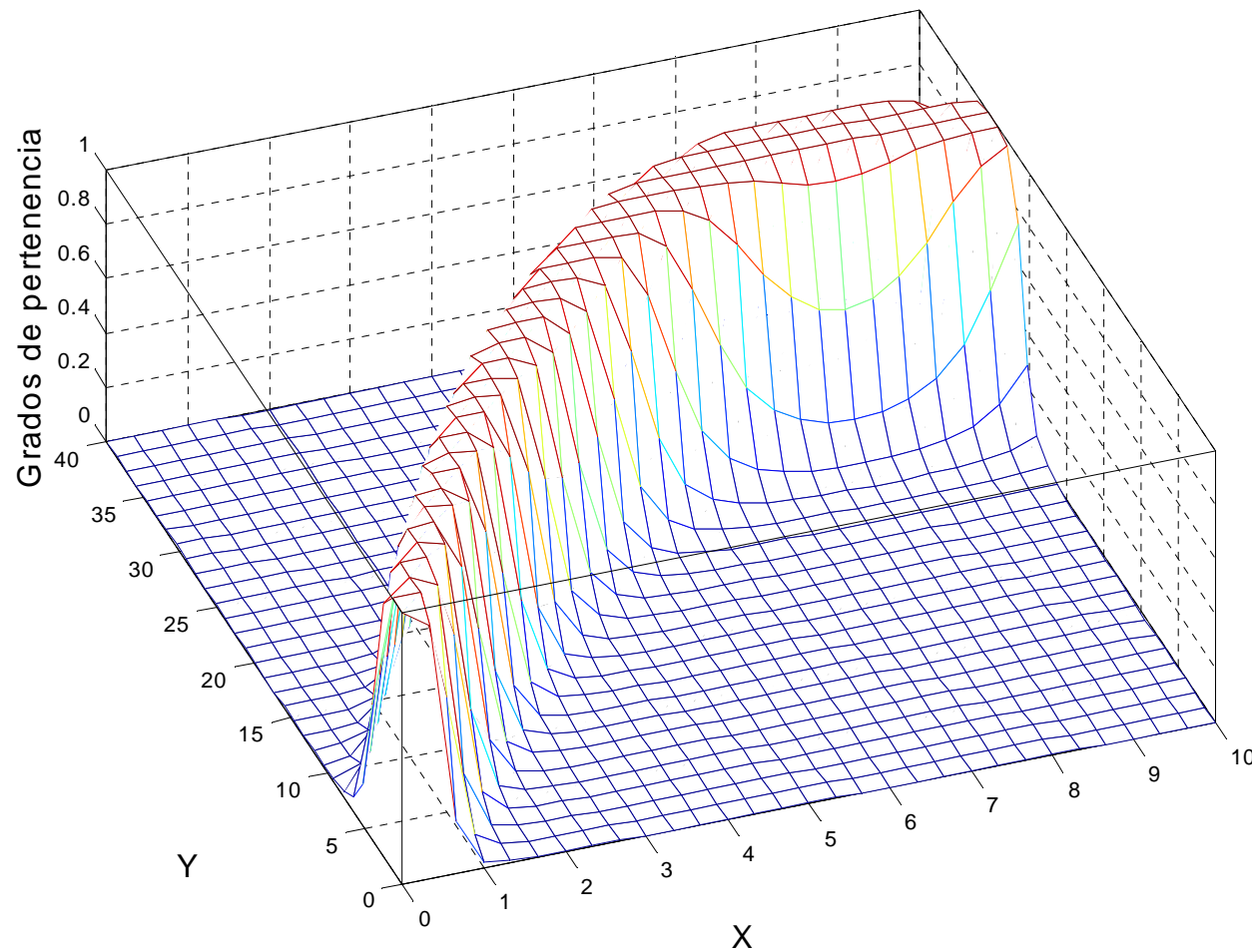
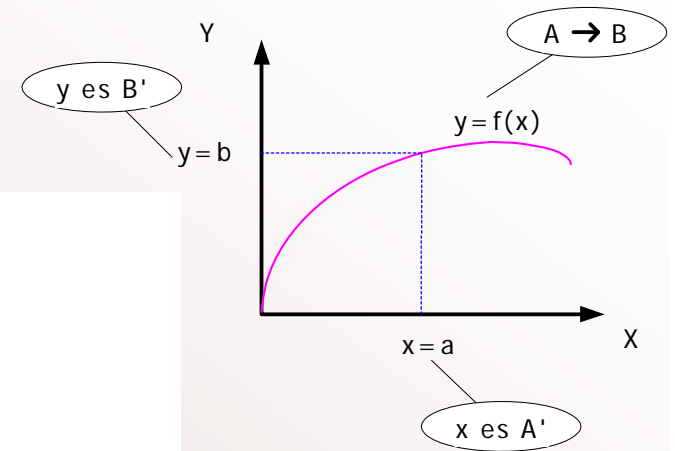
Razonamiento borroso

- Regla composicional de inferencia: generalización del concepto de curva



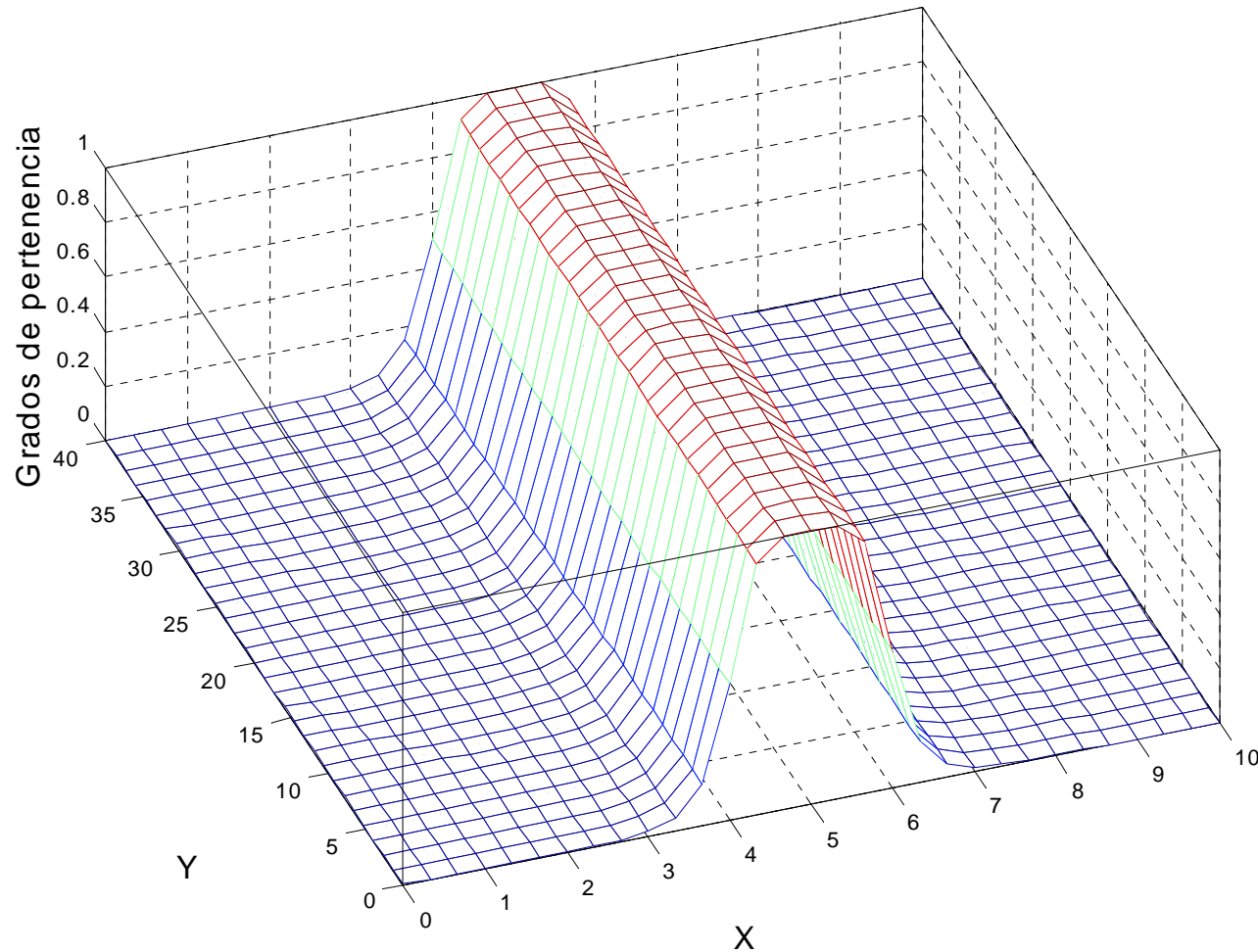
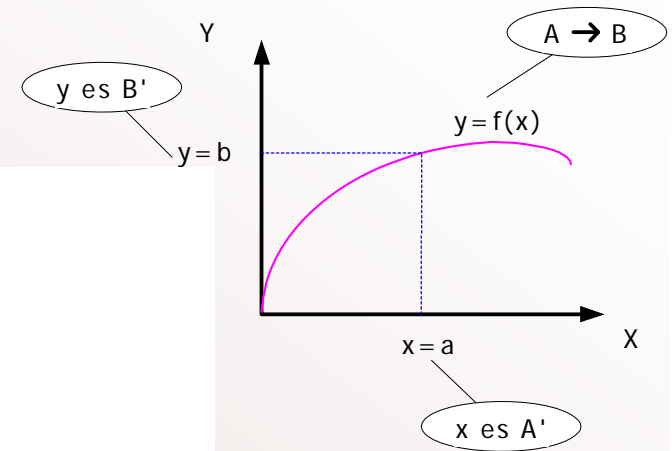
Razonamiento borrosos

1. Generar la relación borrosa $R=A \rightarrow B$



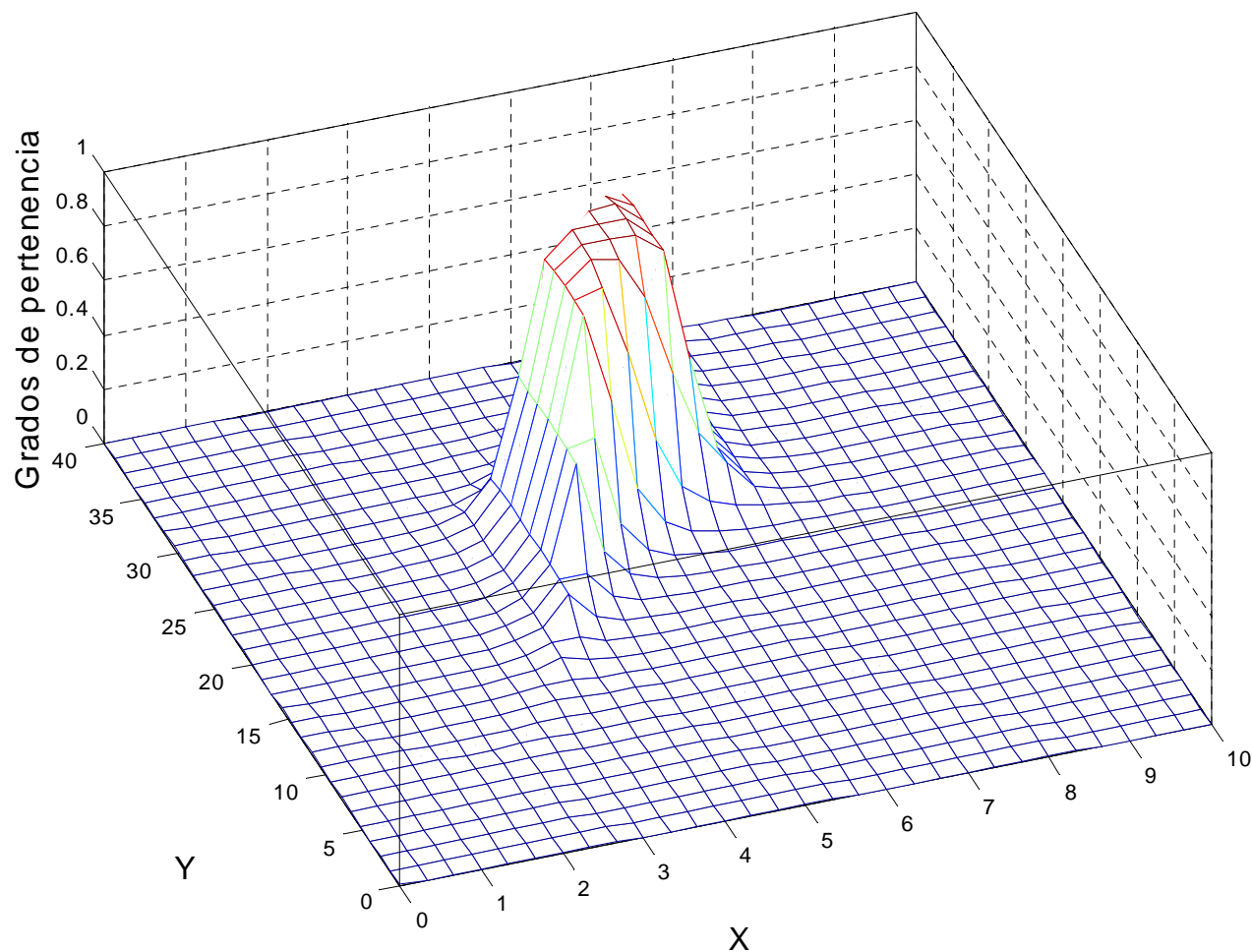
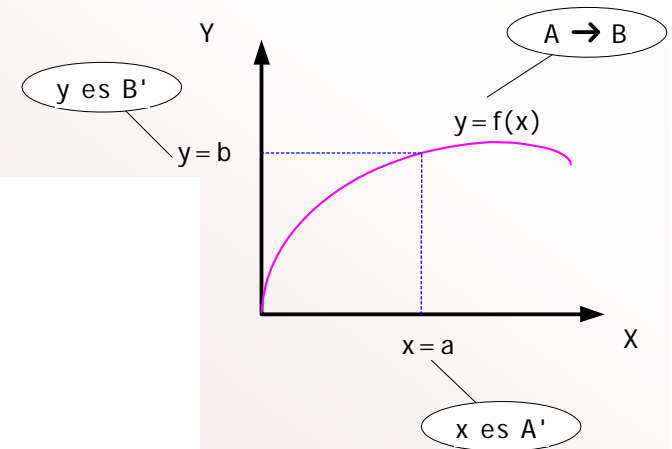
Razonamiento borroso

2. Extensión cilíndrica de $A' \Rightarrow$
 $\mu_{C(A)}(x,y) = \mu_A(x)$



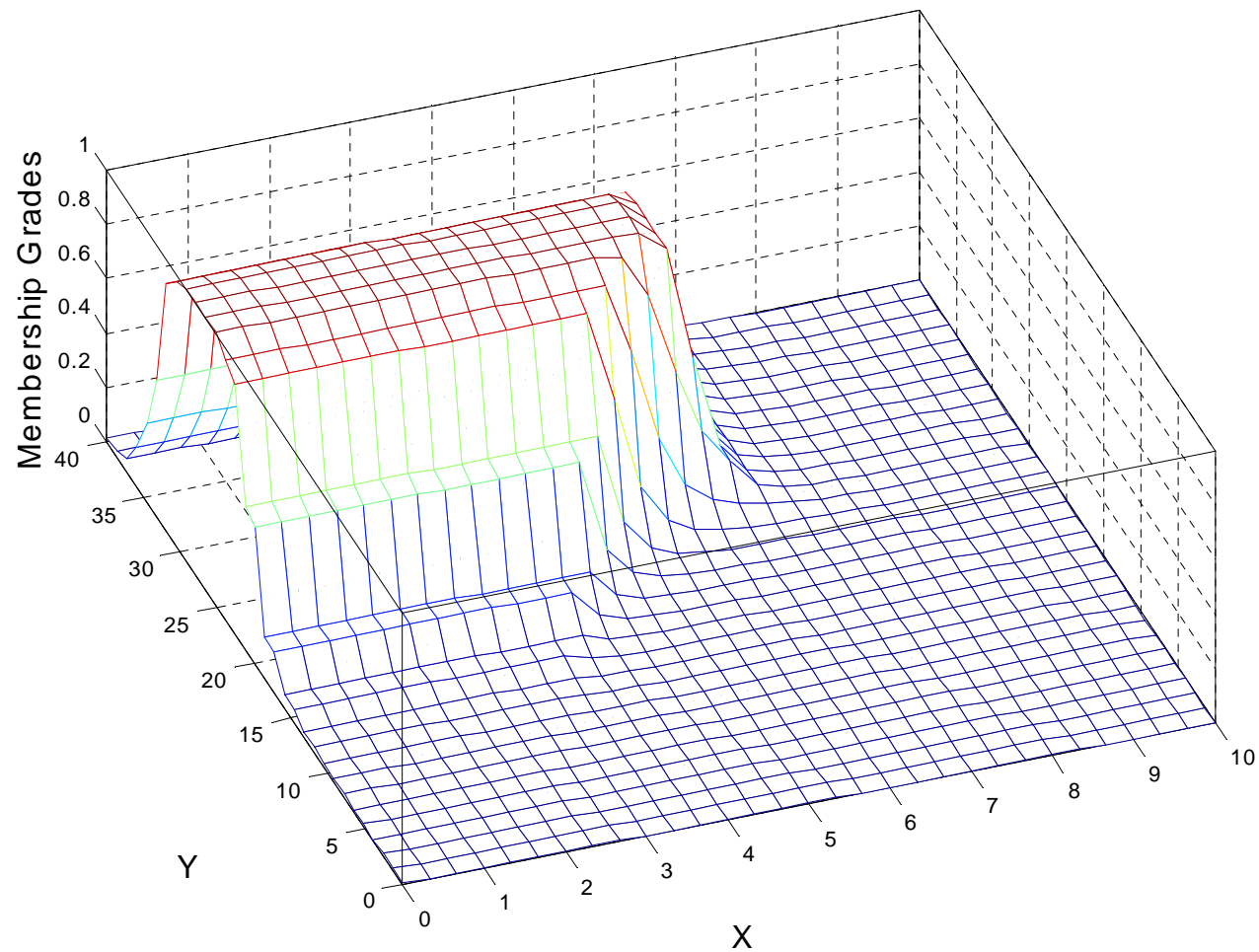
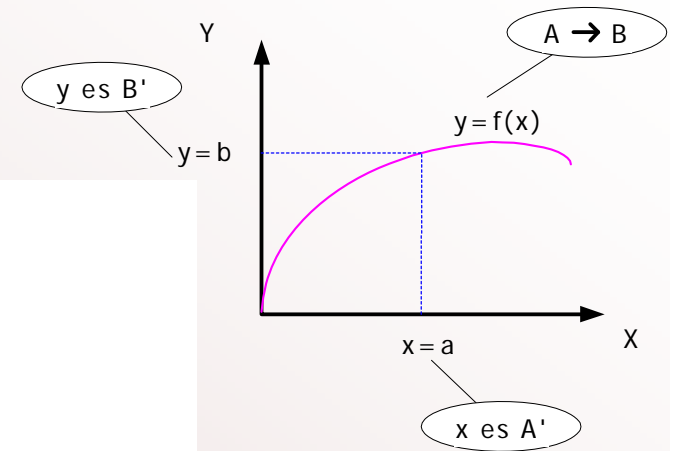
Razonamiento borroso

3. Intersección relación borrosa $R=A \rightarrow B$ y extensión cilíndrica de A'



Razonamiento borroso

4. Proyectar intersección sobre eje Y



Razonamiento borroso

□ Regla composicional de inferencia:

$$B' = A' \circ R = A' \circ (A \rightarrow B) \quad (\circ \text{ operador composicional})$$

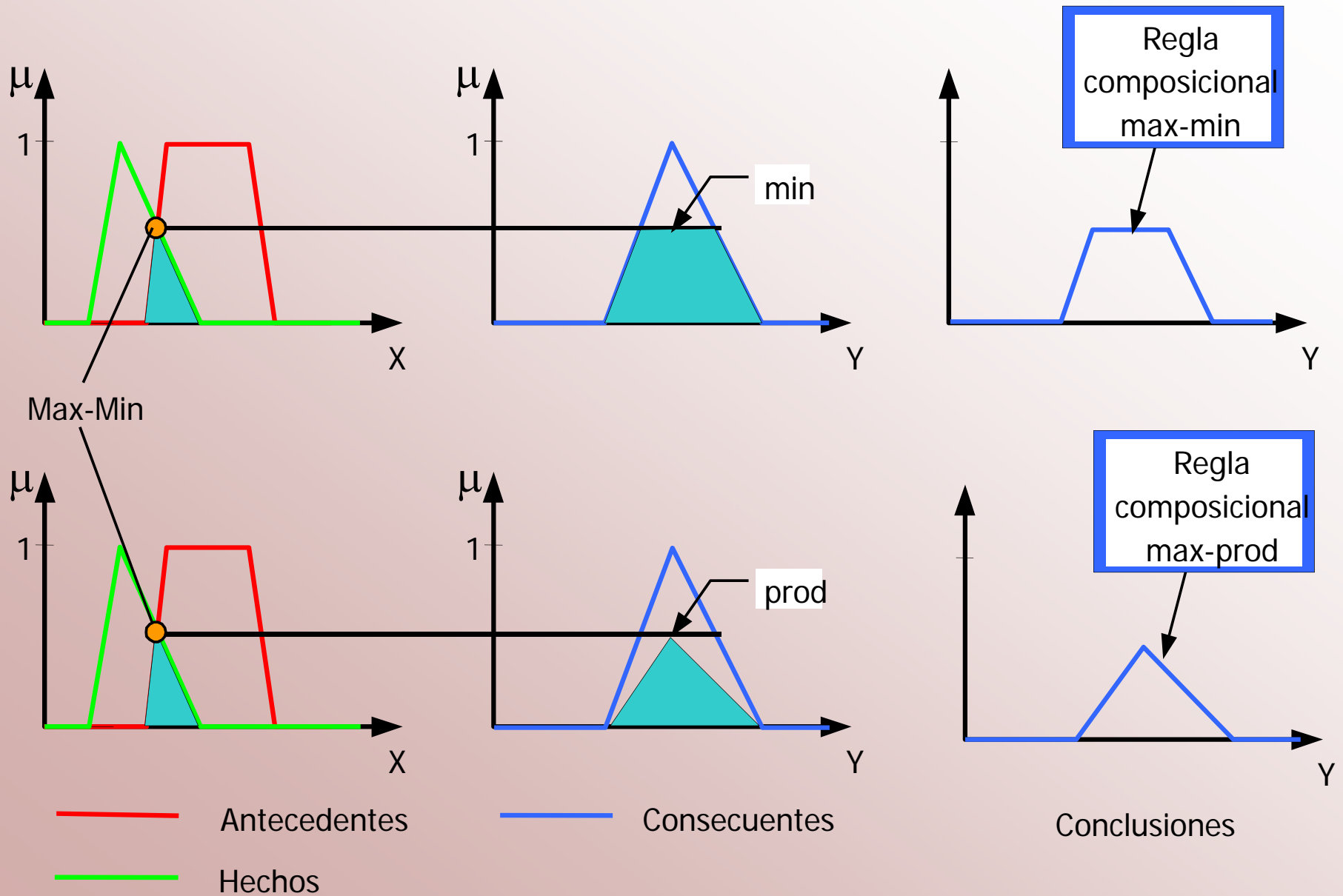
1. Utilizar el mínimo para la intersección de $R \cap c(A')$

$$\mu_{B'}(y) = \max_x \min[\mu_{A'}(x), \mu_R(x, y)] \quad \text{composición max-min}$$

2. Utilizar el producto para la intersección de $R \cap c(A')$

$$\mu_{B'}(y) = \max_x [\mu_{A'}(x) \mu_R(x, y)] \quad \text{composición max-producto}$$

Razonamiento borroso



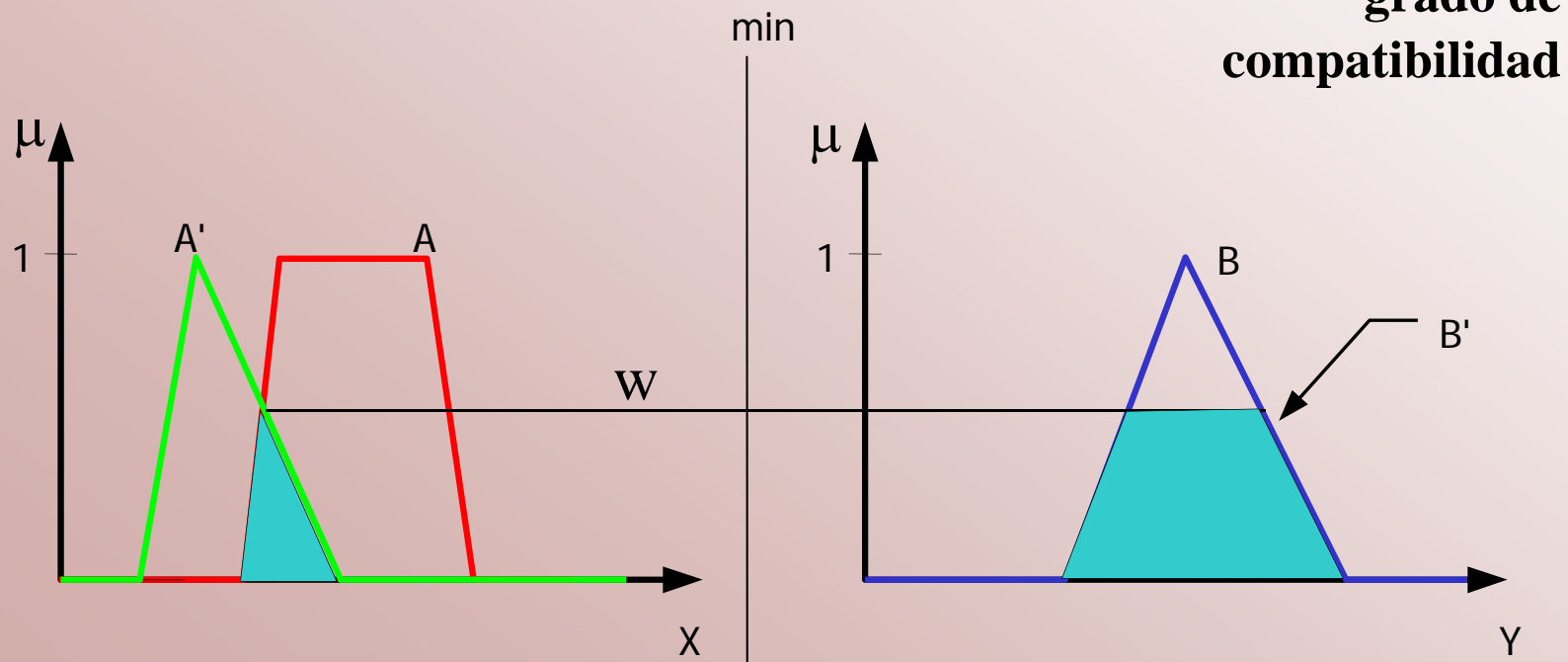
Razonamiento borroso

□ Una regla con un antecedente.

Ej: regla composicional de inferencia max-min
implicación borrosa de Mamdani

$$\mu_{B'}(y) = \max_x \min[\mu_{A'}(x), \mu_R(x,y)] = \max_x \min[\mu_{A'}(x), \min[\mu_A(x), \mu_B(y)]]$$

$$\mu_{B'}(y) = \min\{\max_x \min[\mu_{A'}(x), \mu_A(x)], \mu_B(y)\} = \min[w, \mu_B(y)]$$



Razonamiento borroso

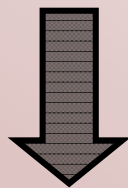
□ Una regla con múltiples antecedentes.

Premisa 1 (Regla): Si x es **A** y y es **B** ENTONCES z es **C**

Premisa 2 (Hecho): x es **A'** y y es **B'**

Consecuente (Conclusión): z es **C'**

$$C' = [A' \circ (A \rightarrow C)] \cap [B' \circ (B \rightarrow C)]$$



max-min
Mamdani

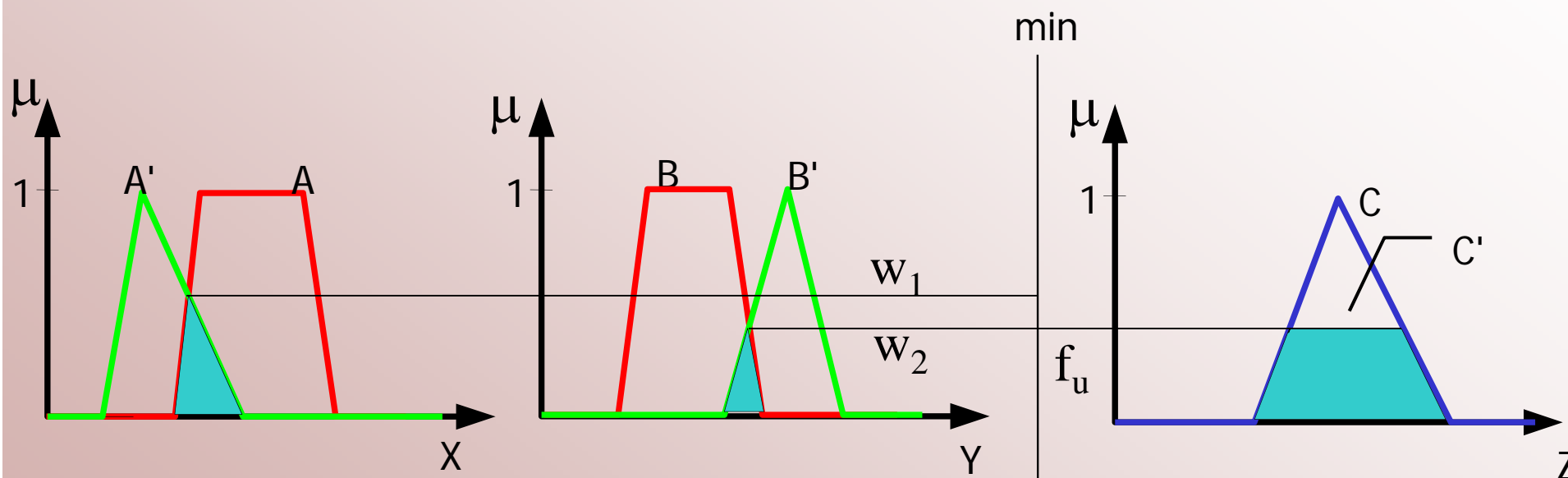
$$\mu_{C'}(z) = \min\{\max_x \min[\mu_{A'}(x), \mu_A(x)], \max_y \min[\mu_{B'}(y), \mu_B(y)], \mu_C(z)\}$$

$$\mu_{C'}(z) = \min[w_{A,A'}, w_{B,B'}, \mu_C(z)]$$

fuerza de disparo

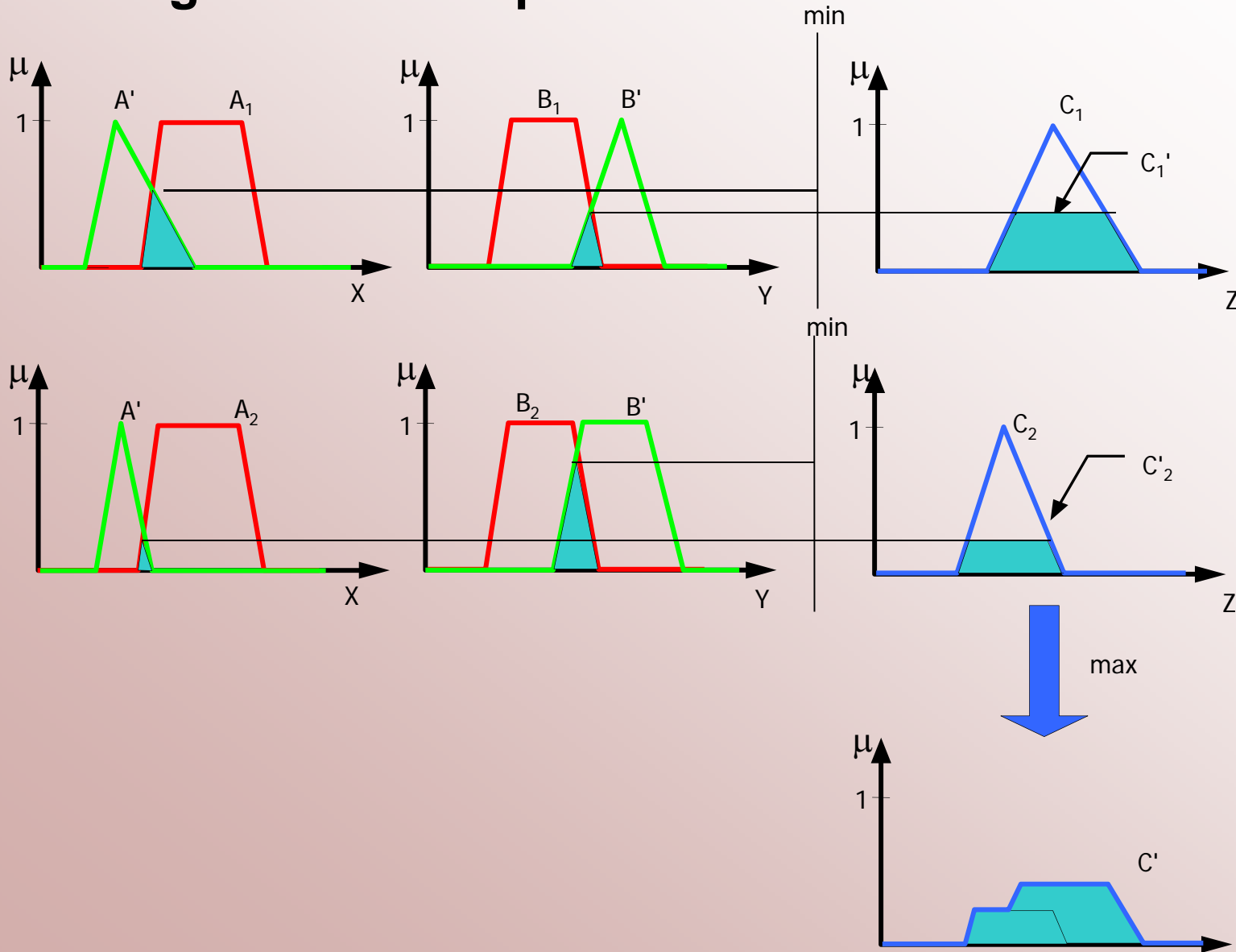
Razonamiento borroso








- Una regla con múltiples antecedentes.



Razonamiento borroso

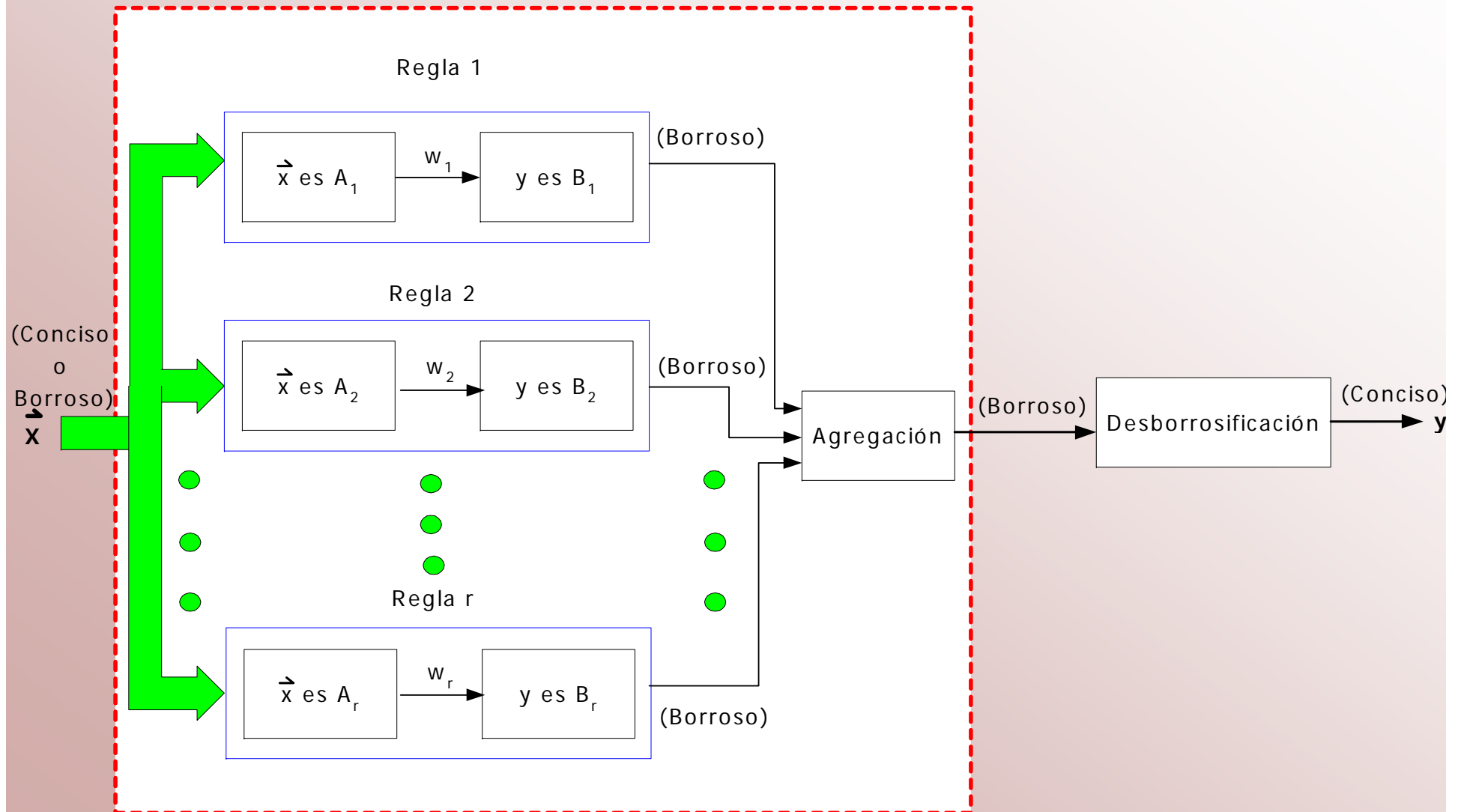
□ Varias reglas con múltiples antecedentes.



1. Introducción 
2. Conjuntos Borrosos 
3. Variables Lingüísticas 
4. Definición Lógica Borrosa 
5. Operaciones con Conjuntos Borrosos 
6. Reglas Borrosas Si-Entonces 
7. Razonamiento Borroso 
8. Sistema de Inferencia Borrosa
9. Ejemplo

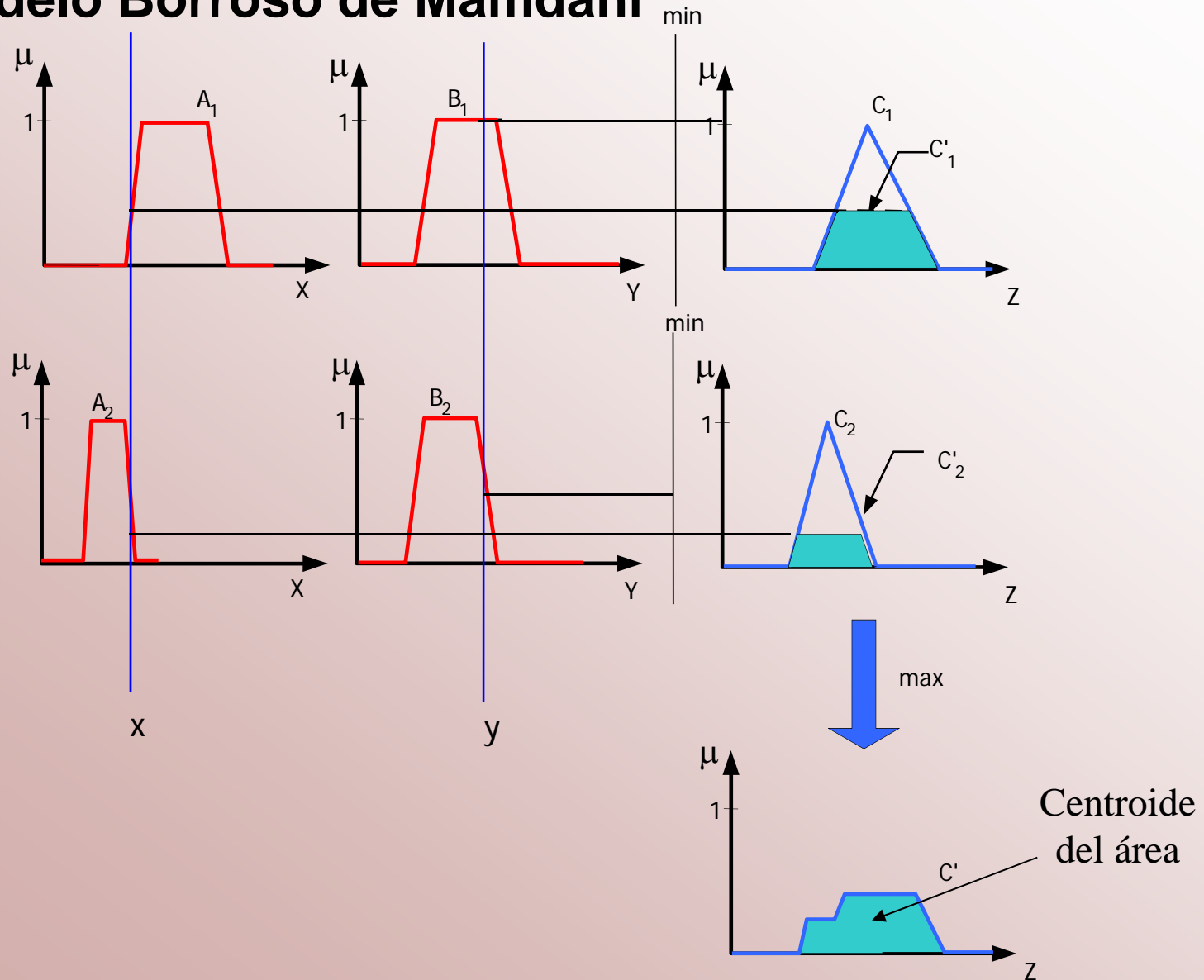
Sistemas inferencia borrosa

❑ **Componentes:** Base reglas, diccionario y mecanismo de inferencia.



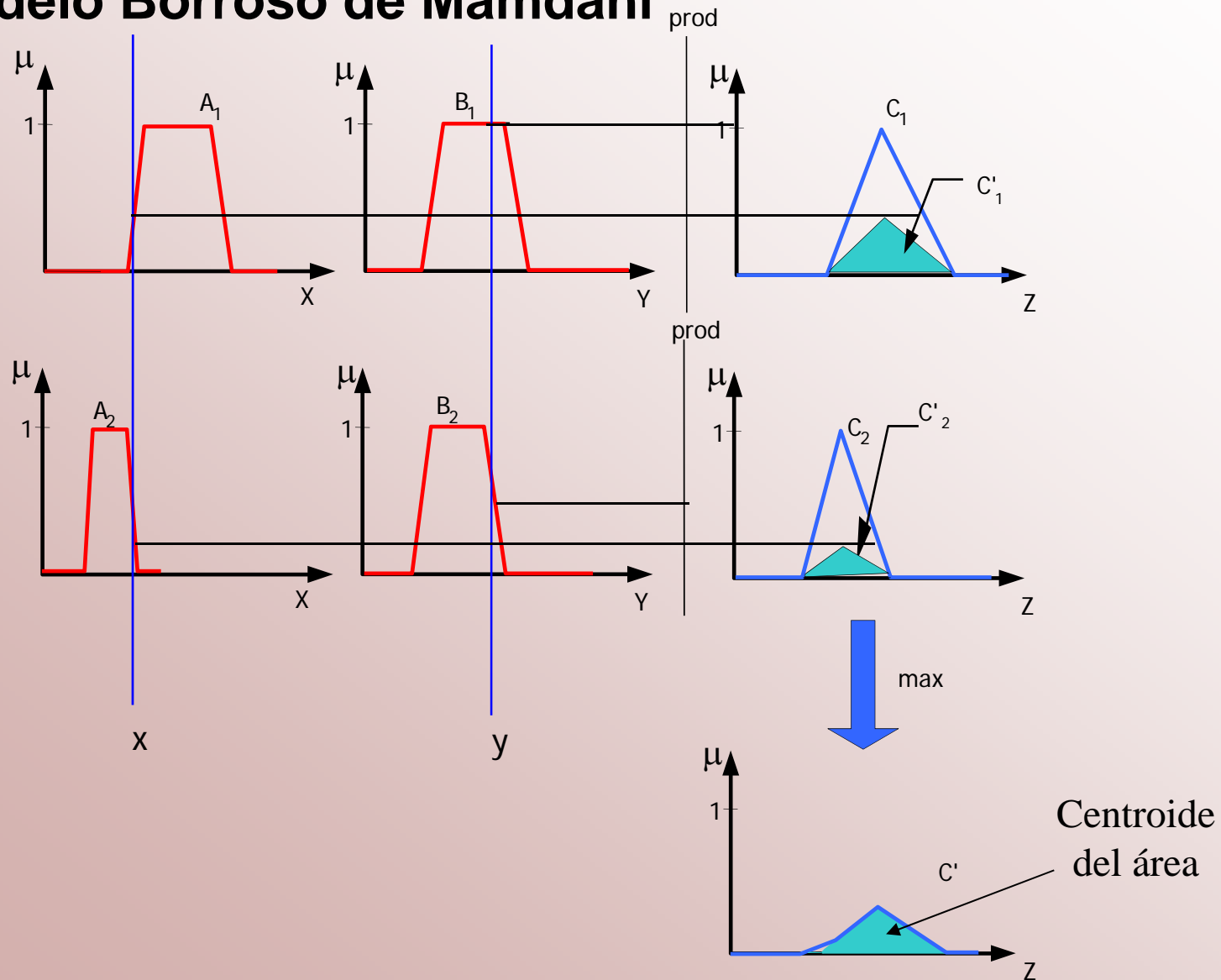
Sistemas inferencia borrosa

Modelo Borroso de Mamdani



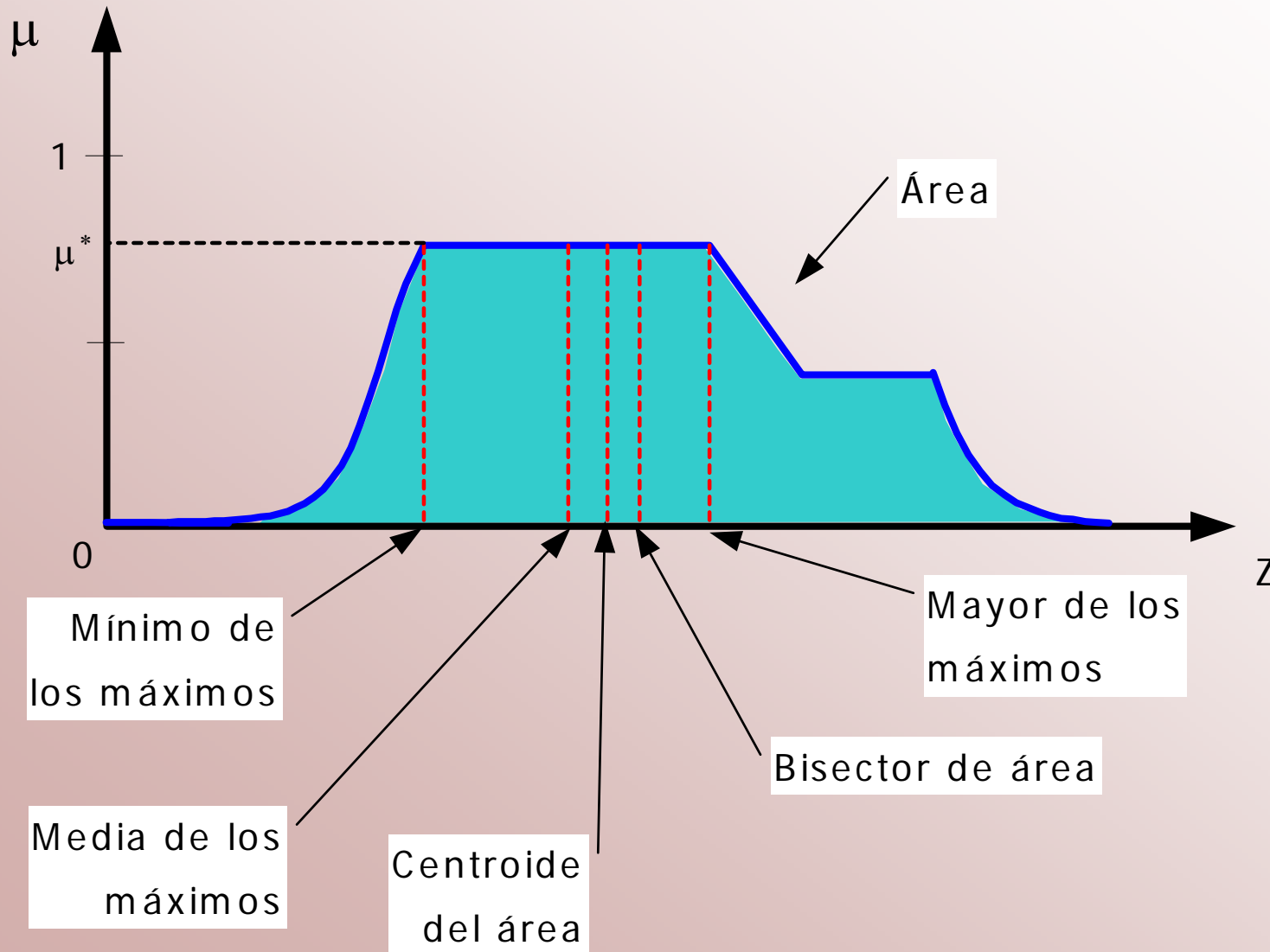
Sistemas inferencia borrosa

Modelo Borroso de Mamdani



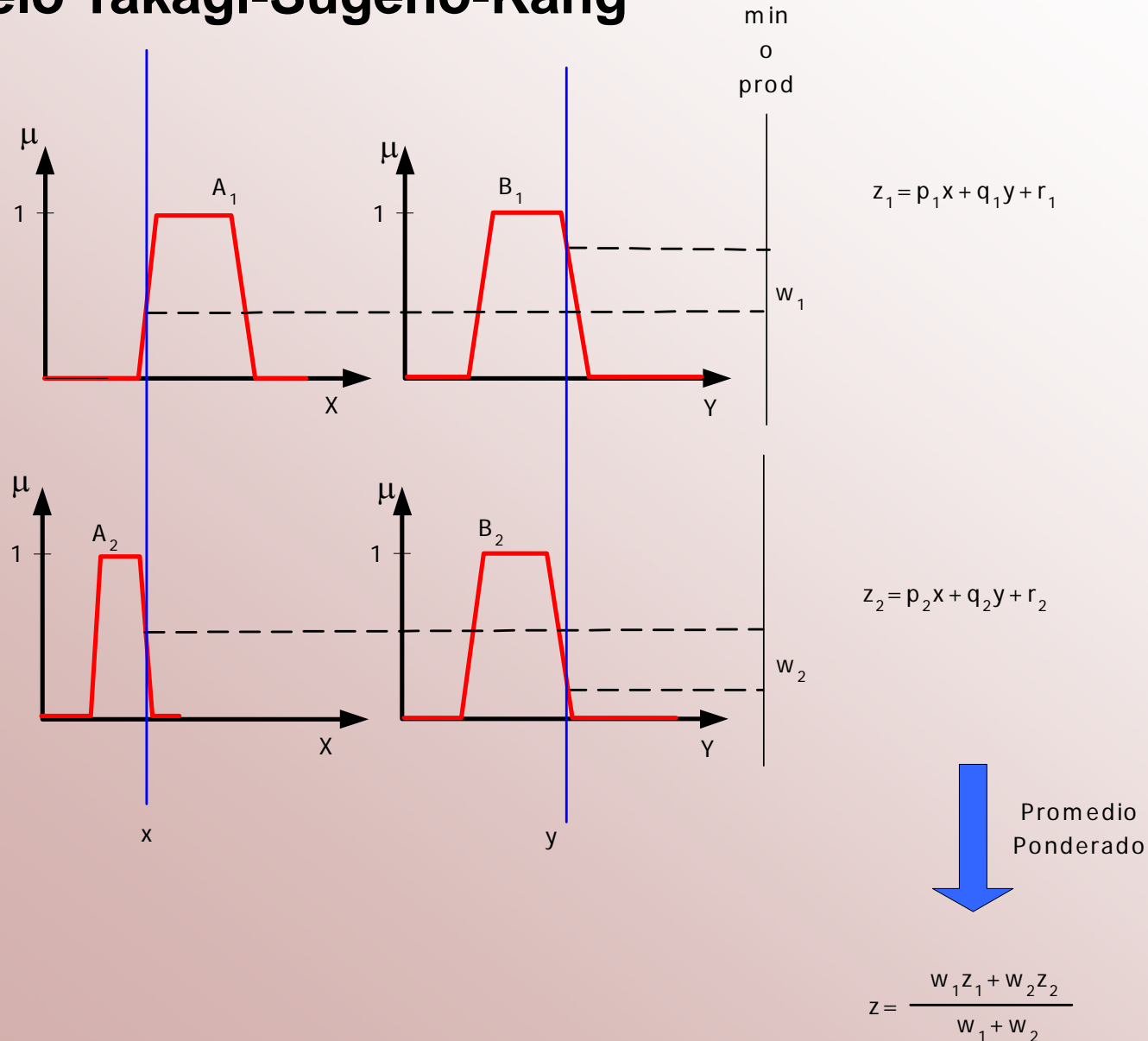
Sistemas inferencia borrosa

Desborrosificación



Sistemas inferencia borrosa

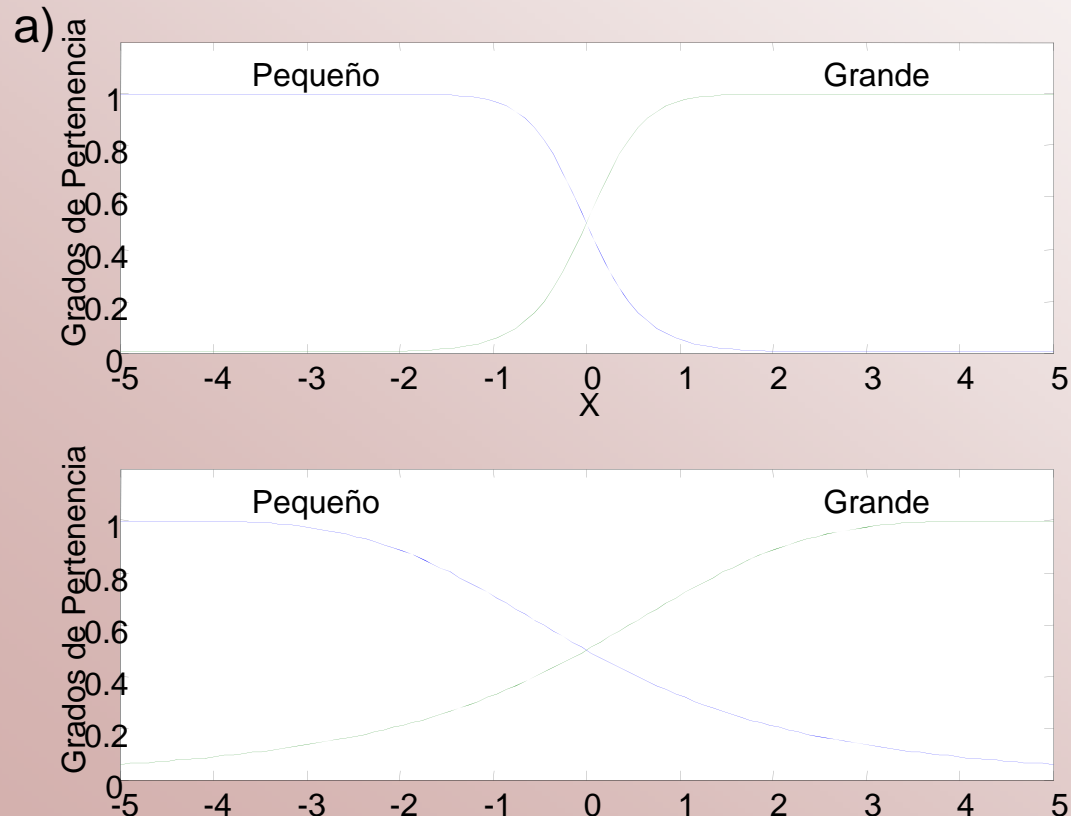
Modelo Takagi-Sugeno-Kang



Sistemas inferencia borrosa

□ Ej: Sistema borroso TSK (2 entradas y 4 reglas)

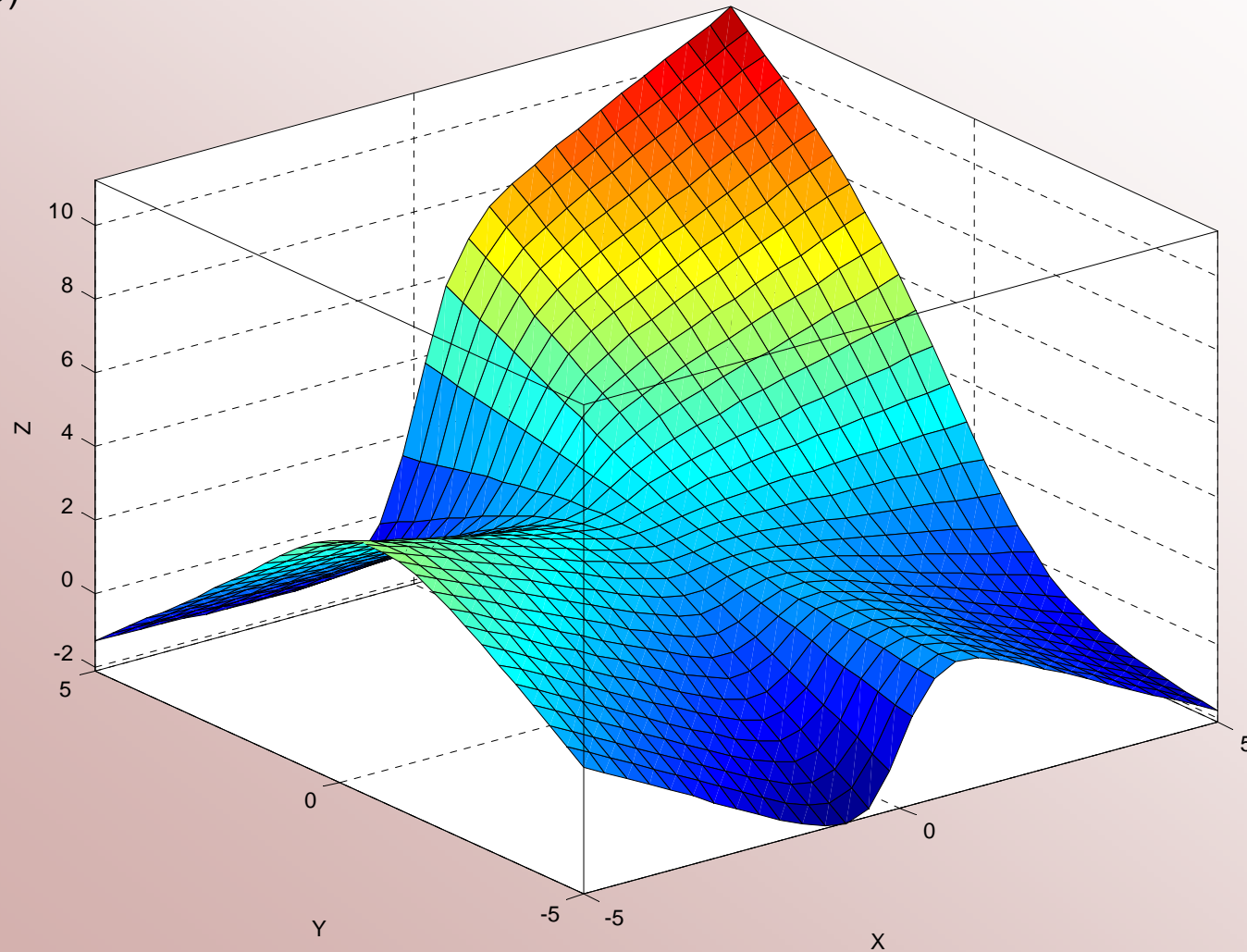
- Si X es *pequeño* y Y es *pequeño* entonces $z = -x + y + 1$
- Si X es *pequeño* y Y es *grande* entonces $z = -y + 3$
- Si X es *grande* y Y es *pequeño* entonces $z = -x + 3$
- Si X es *grande* y Y es *grande* entonces $z = x + y + 2$











Sistemas inferencia borrosa

□ Ej: Sistema borroso TSK (2 entradas y 4 reglas)

b)



1. Introducción 
2. Conjuntos Borrosos 
3. Variables Lingüísticas 
4. Definición Lógica Borrosa 
5. Operaciones con Conjuntos Borrosos 
6. Reglas Borrosas Si-Entonces 
7. Razonamiento Borroso 
8. Sistema de Inferencia Borrosa 
9. Ejemplo

Control Borroso

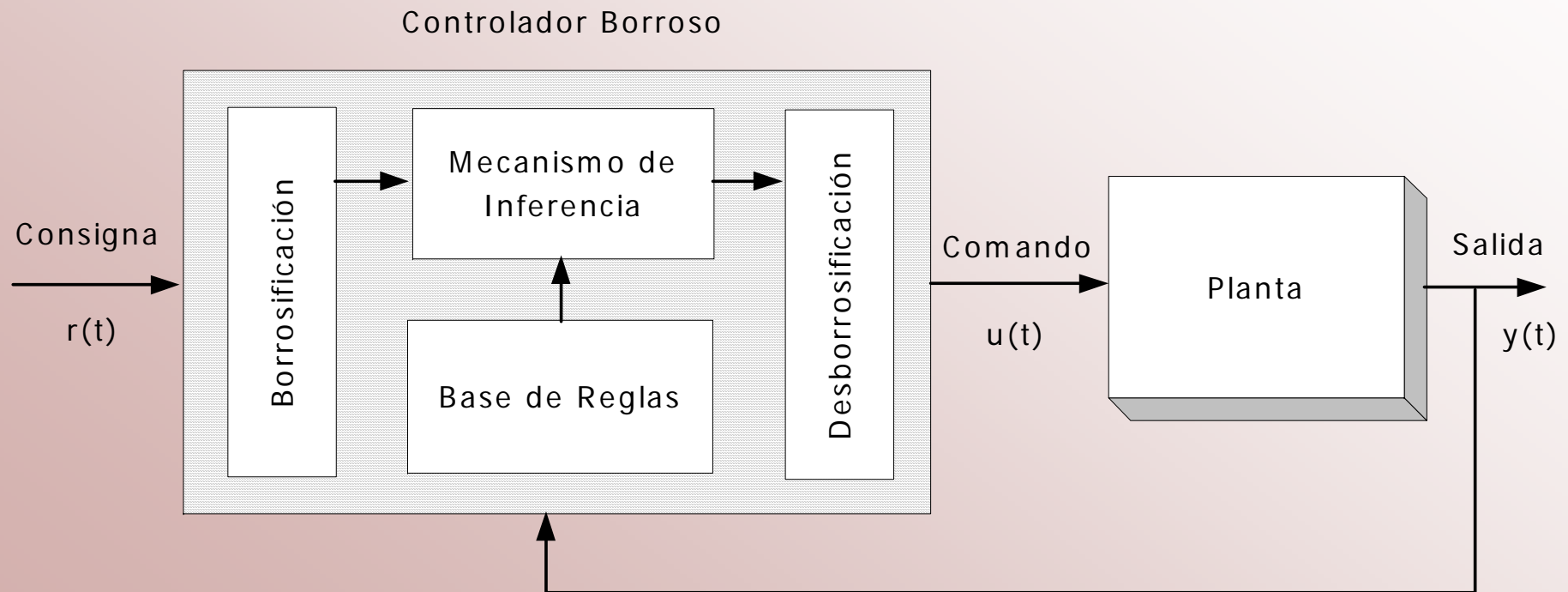
- ❑ **Problema:** Sistemas cuyo conocimiento es a base de reglas poco precisas. \Rightarrow Complejidad del sistema

- ❑ **Método:** reducir la complejidad aumentando la incertidumbre sobre las variables

- ❑ **Componentes:**
 - Base de conocimiento.- reglas que modelan las acciones de control
 - Antecedente y Consecuente: variables lingüísticas
 - Mecanismo de inferencia

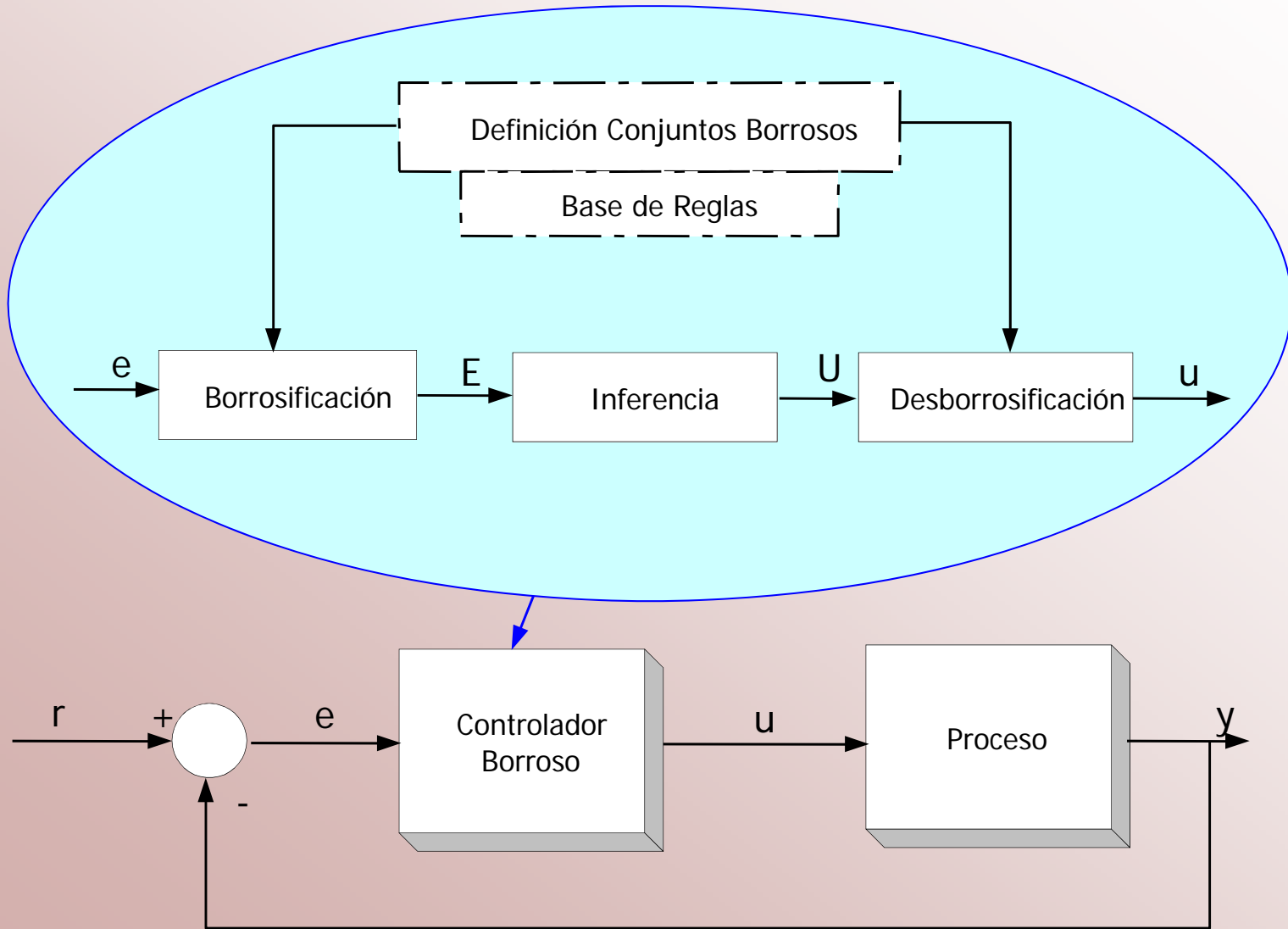
Control Borroso

□ Esquema de un control borroso



Control Borroso

Esquema:



□ Procedimiento:

- Etapa 1 (off-line)
 - Establecimiento de las variables de entrada y salida del controlador (variables lingüísticas)
 - Def. conjuntos borrosos de cada variable
 - Def. funciones de pertenencias de los conjuntos
 - Establecimiento de la base de reglas
 - Def. del mecanismo de desborrosificación

□ Procedimiento:

- Etapa 2 (on-line)
 - Obtener los valores concisos de las entradas
 - Borrosificación: asignación de los valores concisos a los conjuntos difusos de entrada y cálculo del grado de pertenencia a cada uno de esos conjuntos.
 - Inferencia: Aplicación de la base de reglas y cálculo de los conjuntos difusos de salida inferidos de los conjuntos de entrada
 - Desborrosificación: cálculo de los valores concisos (comando) de salida a partir de los conjuntos difusos inferidos.

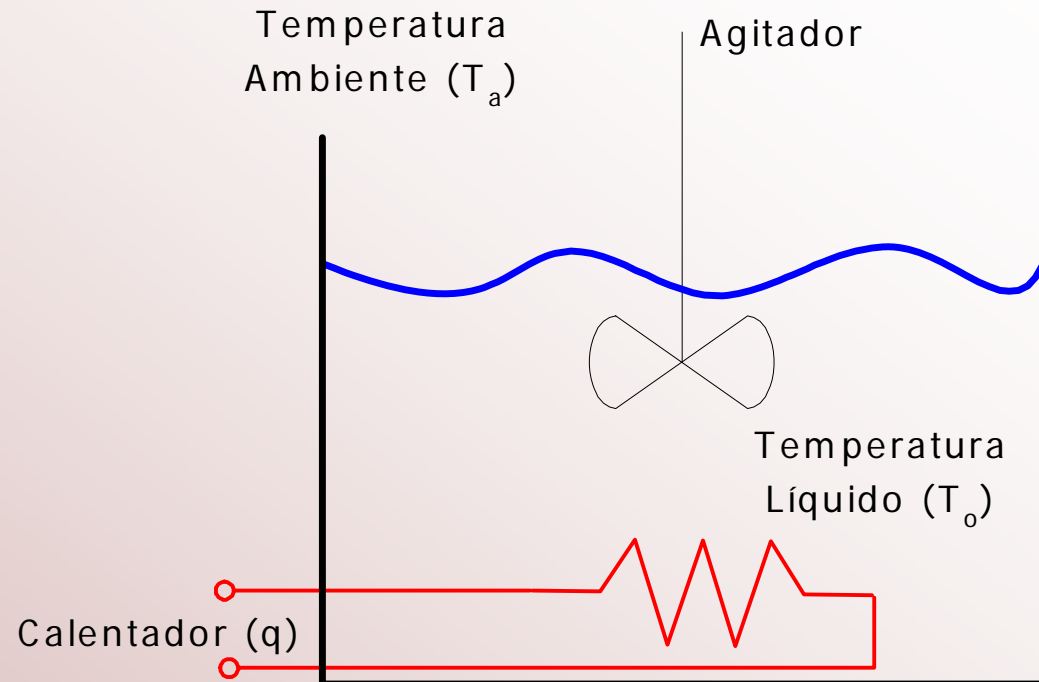
Control Borroso

□ Ejercicio: control de temperatura

$$\frac{T_o(s)}{Q(s)} = G_1(s) + G_2(s)$$

$$G_1(s) = \frac{T_o(s)}{Q(s)} = \frac{1}{\frac{MC_e}{\mu A} s + 1}$$

$$G_2(s) = \frac{T_o(s)}{T_a(s)} = \frac{1}{\frac{MC_e}{\mu A} s + 1}$$



M: Masa del líquido

C_e : Calor específico

μ : coeficiente de transferencia

A: área de transferencia de energía

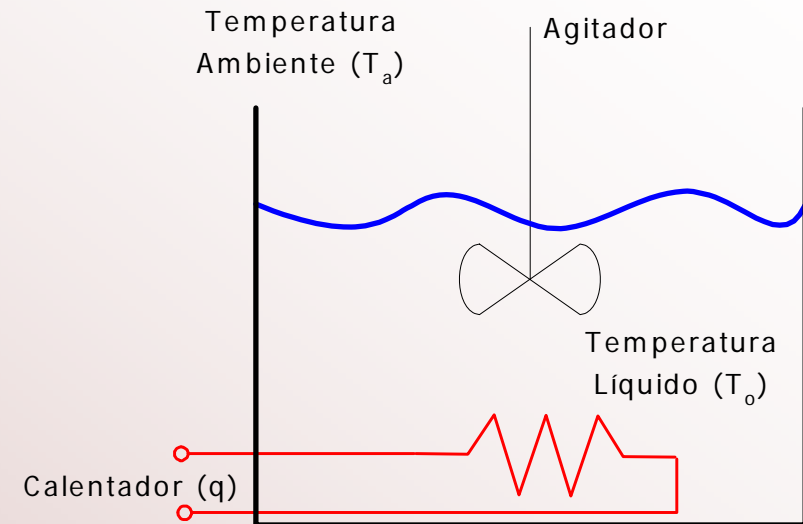
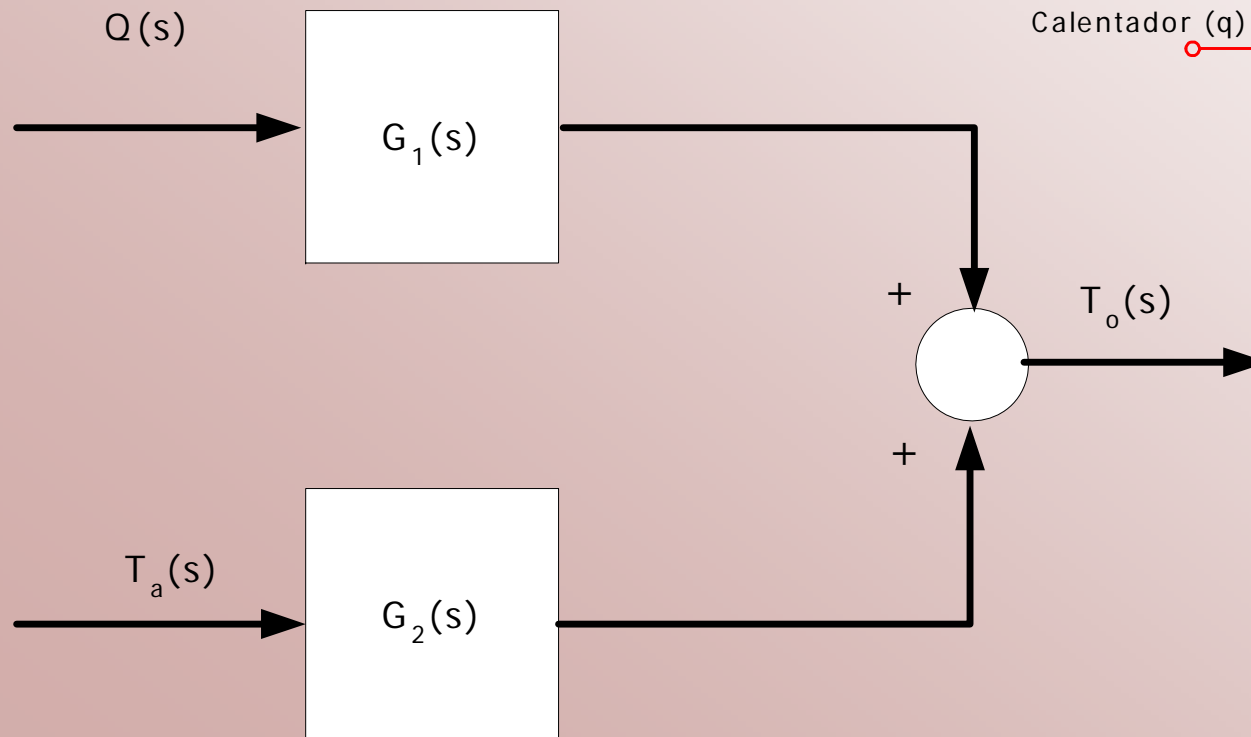
T_o : temperatura del líquido

T_a : temperatura ambiente

Q: energía suministrada

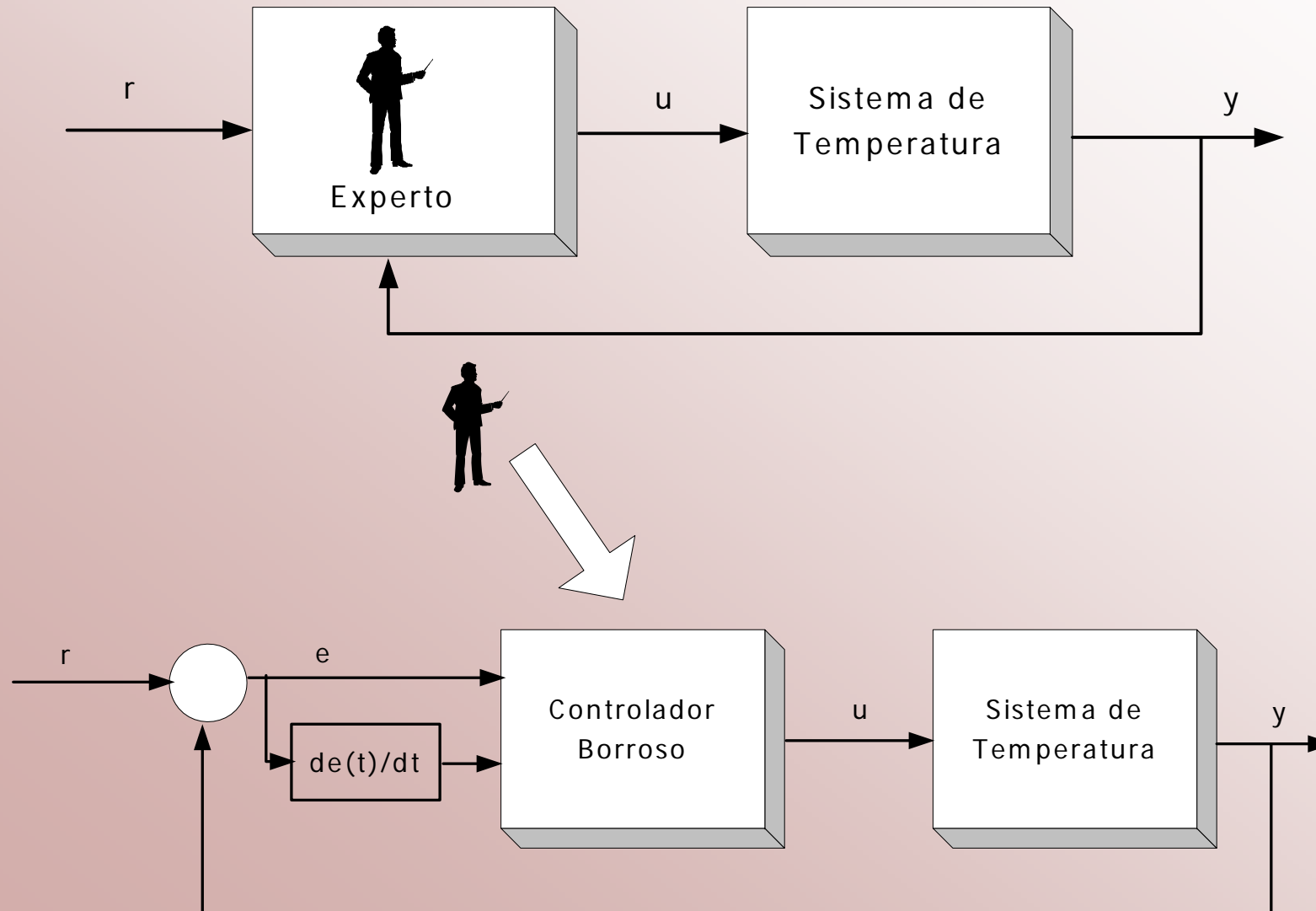
Control Borroso

□ Ejercicio: control de temperatura



Control Borroso

Elección de las Entradas y Salidas en el Controlador Borroso



Control Borroso

□ Inclusión del conocimiento de control en la Base de Reglas

1. Descripción lingüística:

- 'error' para $e(t)$
- 'variación-error' para $de(t)/dt$
- 'incremento-comando' para $\Delta u(t)$

2. Valores lingüísticos:

- PG Positivo Grande
- PM Positivo Medio
- PP Positivo Pequeño
- CE Cero
- NP Negativo Pequeño
- NM Negativo Medio
- NG Negativo Grande

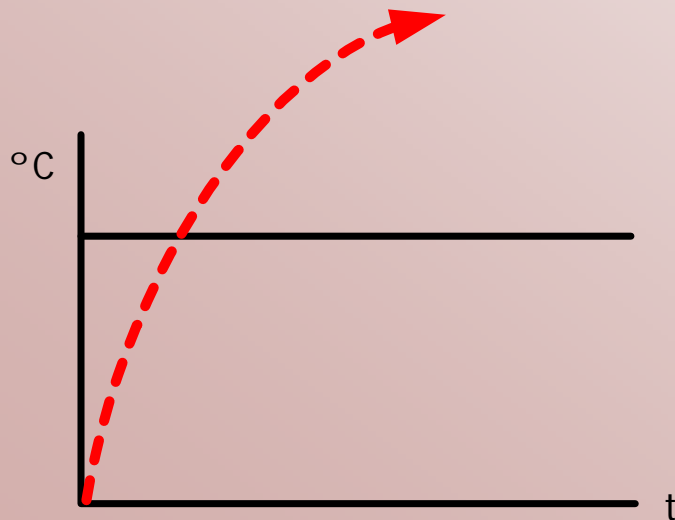
Control Borroso

□ Inclusión del conocimiento de control en la Base de Reglas

3. Reglas:

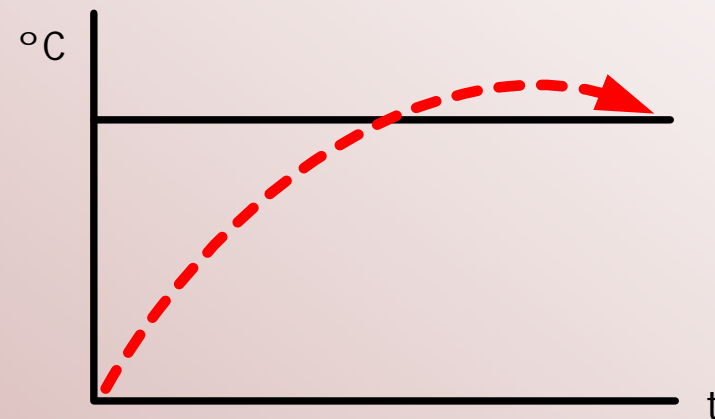
• **Si** el *error* es NG o el *error* es NM o el *error* es NP **Entonces** *incremento-energía-suministrada* es NG.

a) Error = NG



b) Error = NP

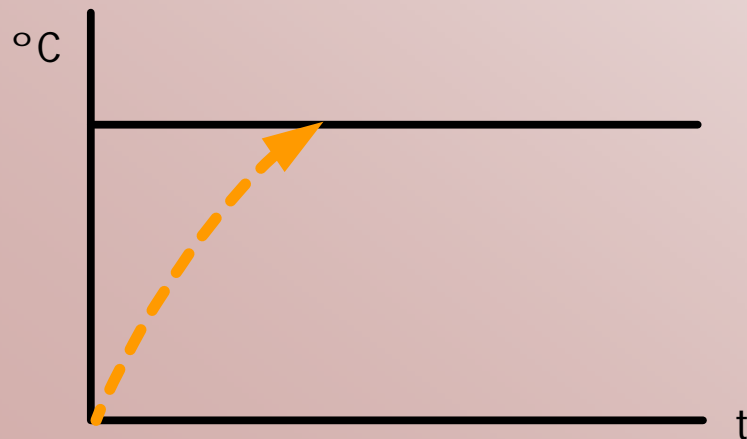
Variación-error = PP



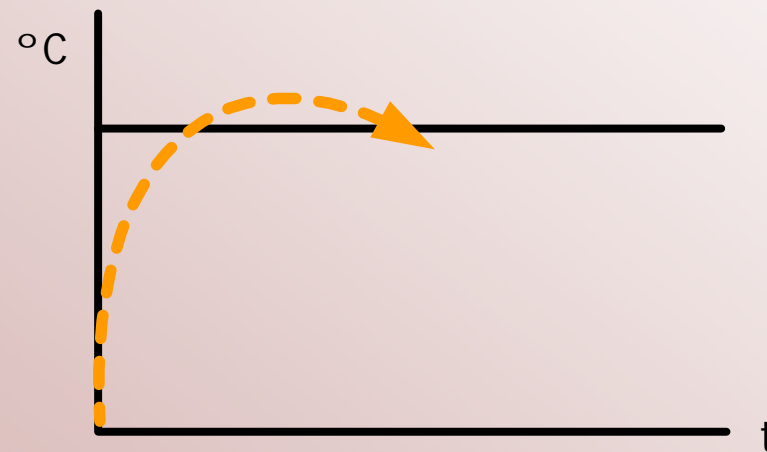
Control Borroso

- **Si** el *error* es CE y la *variación-error* es NP **Entonces** *incremento-energía-suministrada* es NP.
- **Si** el *error* es CE y la *variación-error* es PP **Entonces** *incremento-energía-suministrada* es PP.

c) Error = CE
Variación-error = NP



d) Error = CE
Variación-error = PP

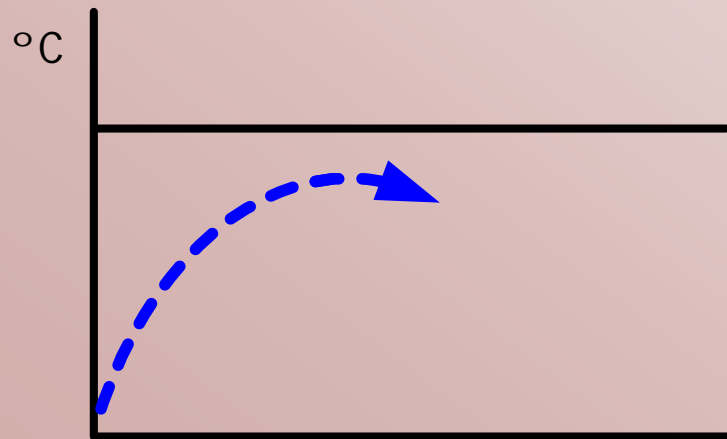


Control Borroso

- **Si el error es PP y la variación-error es PP Entonces incremento-energía-suministrada es PP.**
- **Si el error es PG y la variación-error es NG Entonces incremento-energía-suministrada es CE.**

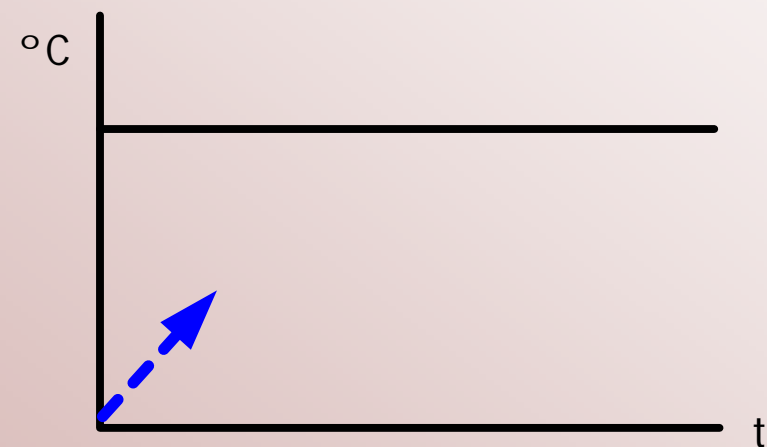
e) Error = PP

Variación-error = PP



f) Error = PG

Variación-error = NG



Control Borroso

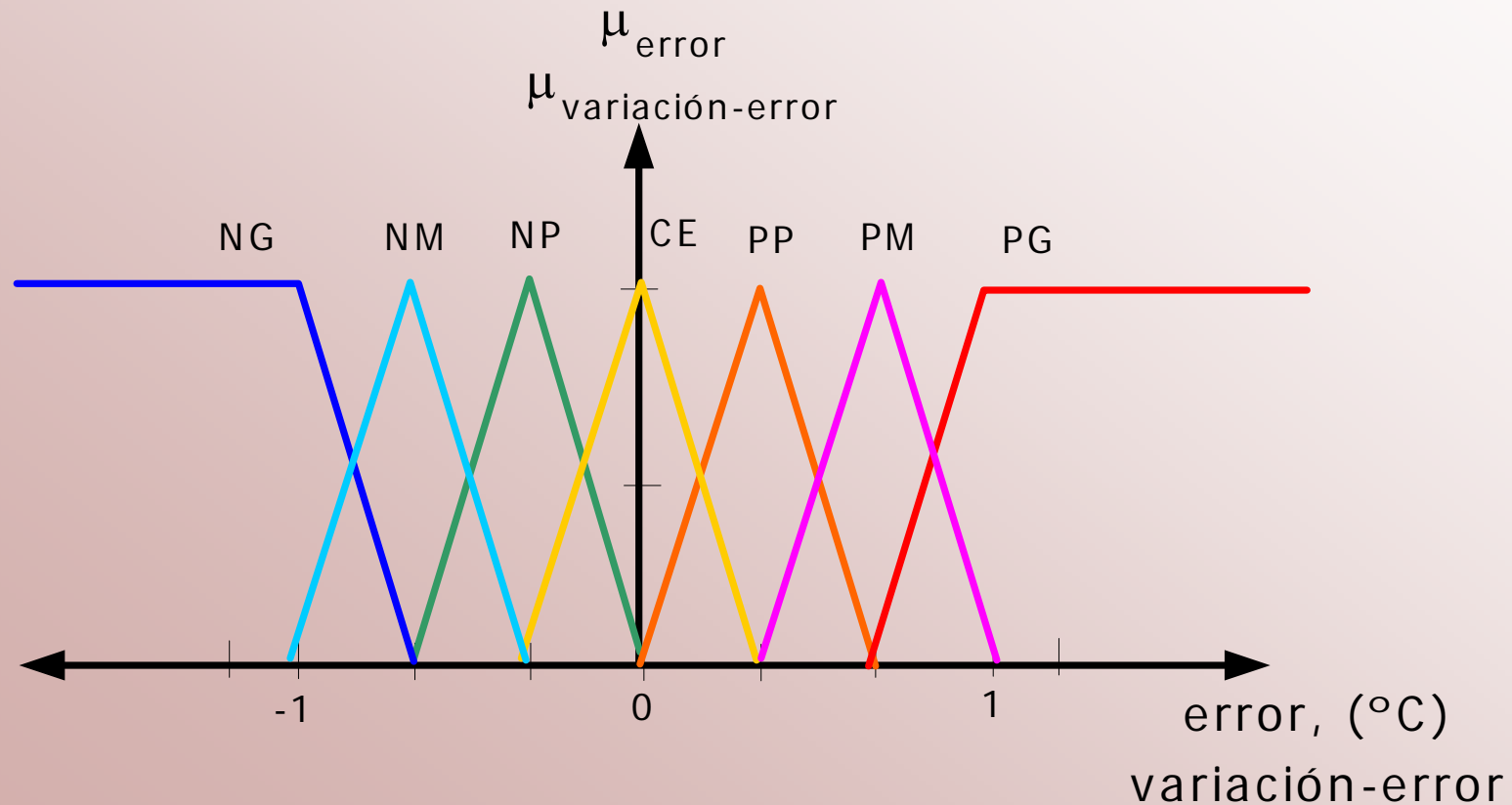
- Todas las posibles reglas (7^2) se representan en la siguiente tabla:

<i>error</i> <i>variación-error</i>	NG	NM	NP	CE	PP	PM	PG
PG	NG	NG	NG	PG	PG	PG	PG
PM	NG	NG	NG	PM	PG	PG	PG
PP	NG	NG	NG	PP	PP	PG	PG
CE	NG	NG	NG	CE	PM	PM	PG
NP	NG	NG	NG	NP	CE	PP	PM
NM	NG	NG	NG	NM	NP	CE	PP
NG	NG	NG	NG	NG	NM	NP	CE

Control Borroso

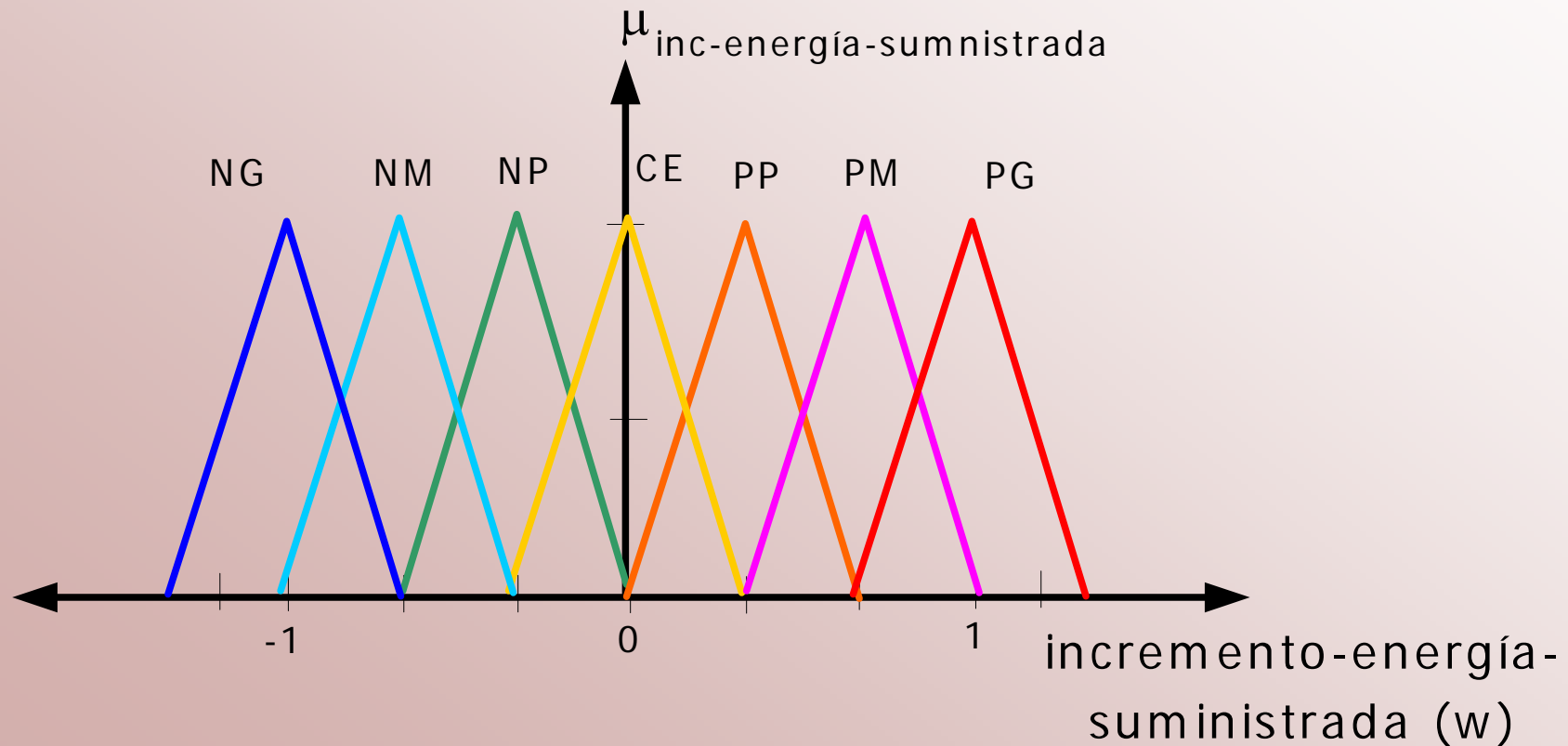
□ Cuantificación borrosa del conocimiento

- Funciones de pertenencia (variables de entrada)



Control Borroso

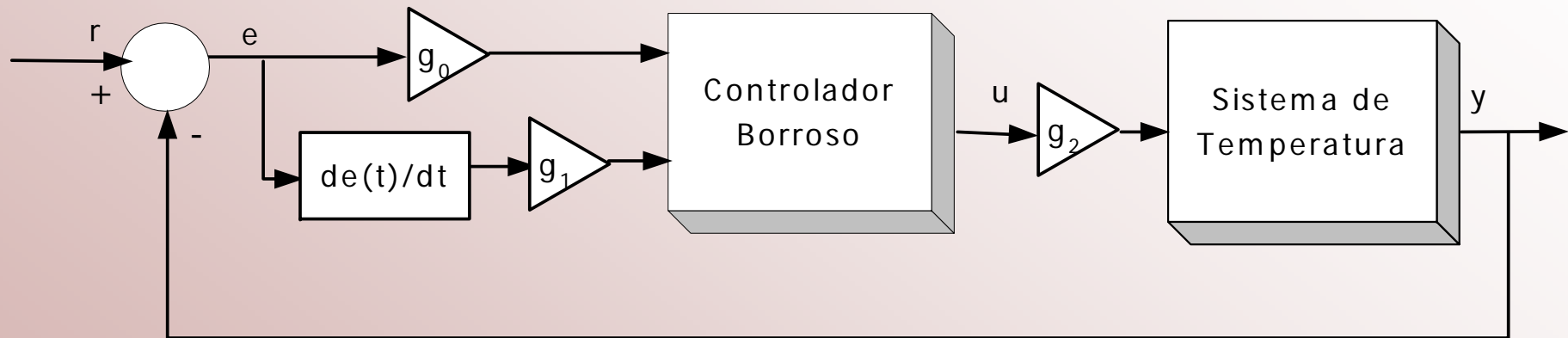
- Cuantificación borrosa del conocimiento
 - Funciones de pertenencia (variable de salida)



Control Borroso

□ Cuantificación borrosa del conocimiento

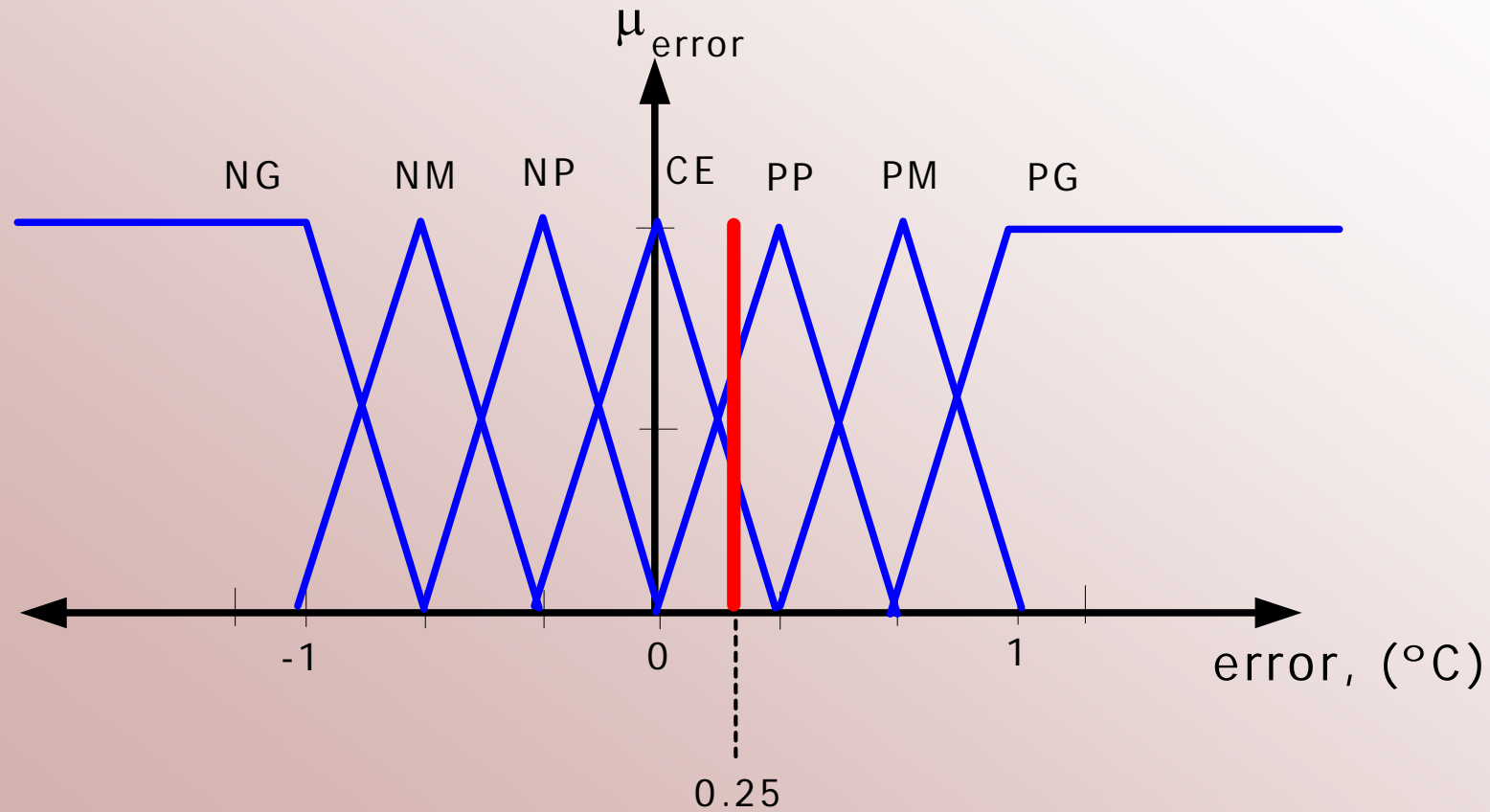
- Ganancias de escala



- Si la $g_e = 1$ no tiene efecto sobre las funciones de pertenencia.
- Si la $g_e > 1$ entonces las funciones de pertenencia son uniformemente contraídas en un factor $1/g_e$.
- Si $g_e < 1$ entonces las funciones de pertenencia son uniformemente expandidas en un factor $1/g_e$.

Control Borroso

- ❑ Mecanismo de borrosificación: *singleton*



Control Borroso

□ Mecanismo de inferencia:

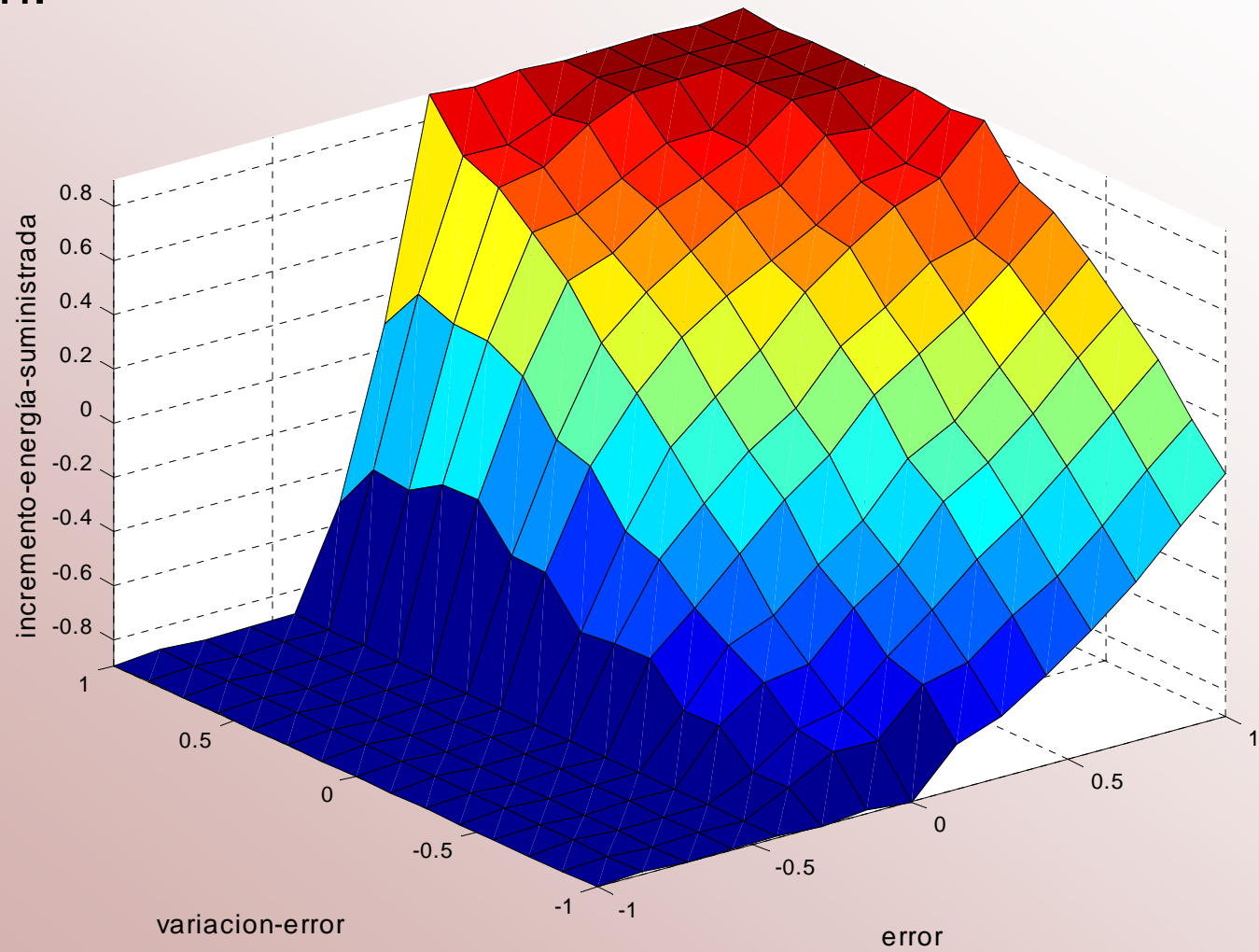
- Modelo de Mamdani: T-norma (mínimo) y S-norma (máximo)

□ Mecanismo de desborrosificación:

- Centro de gravedad

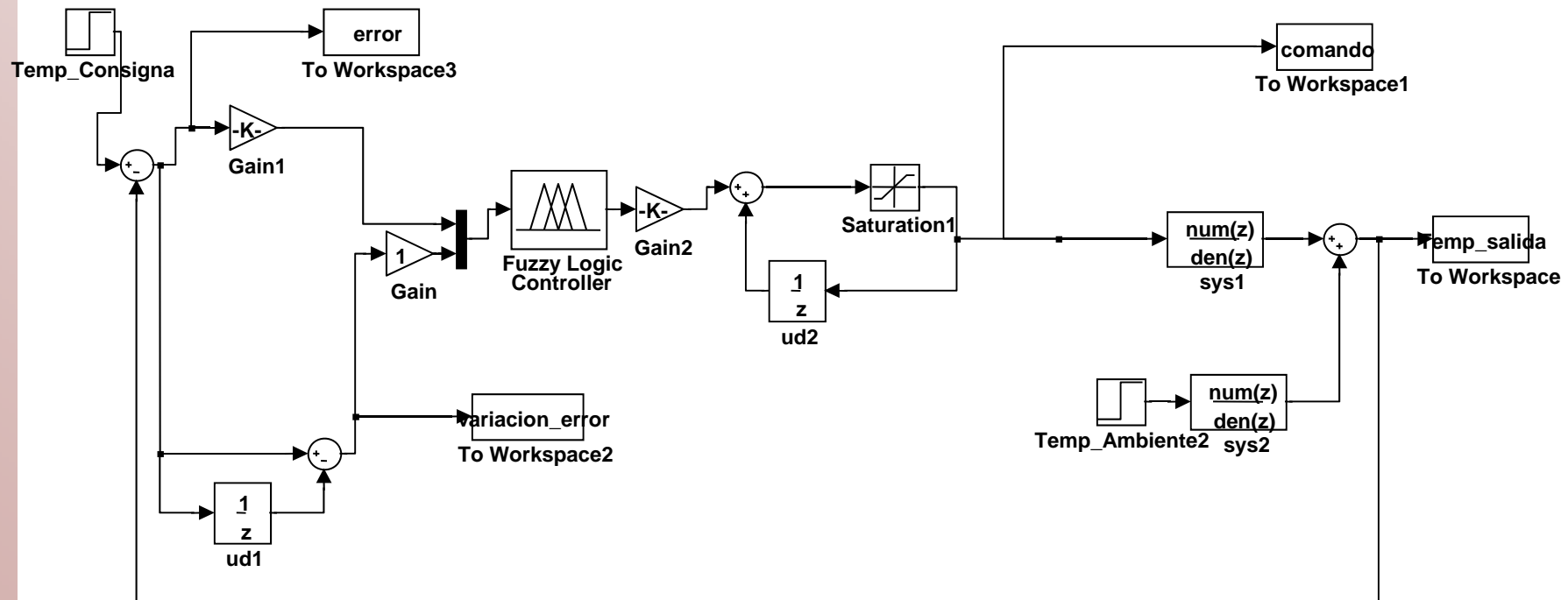
Control Borroso

□ Simulación:



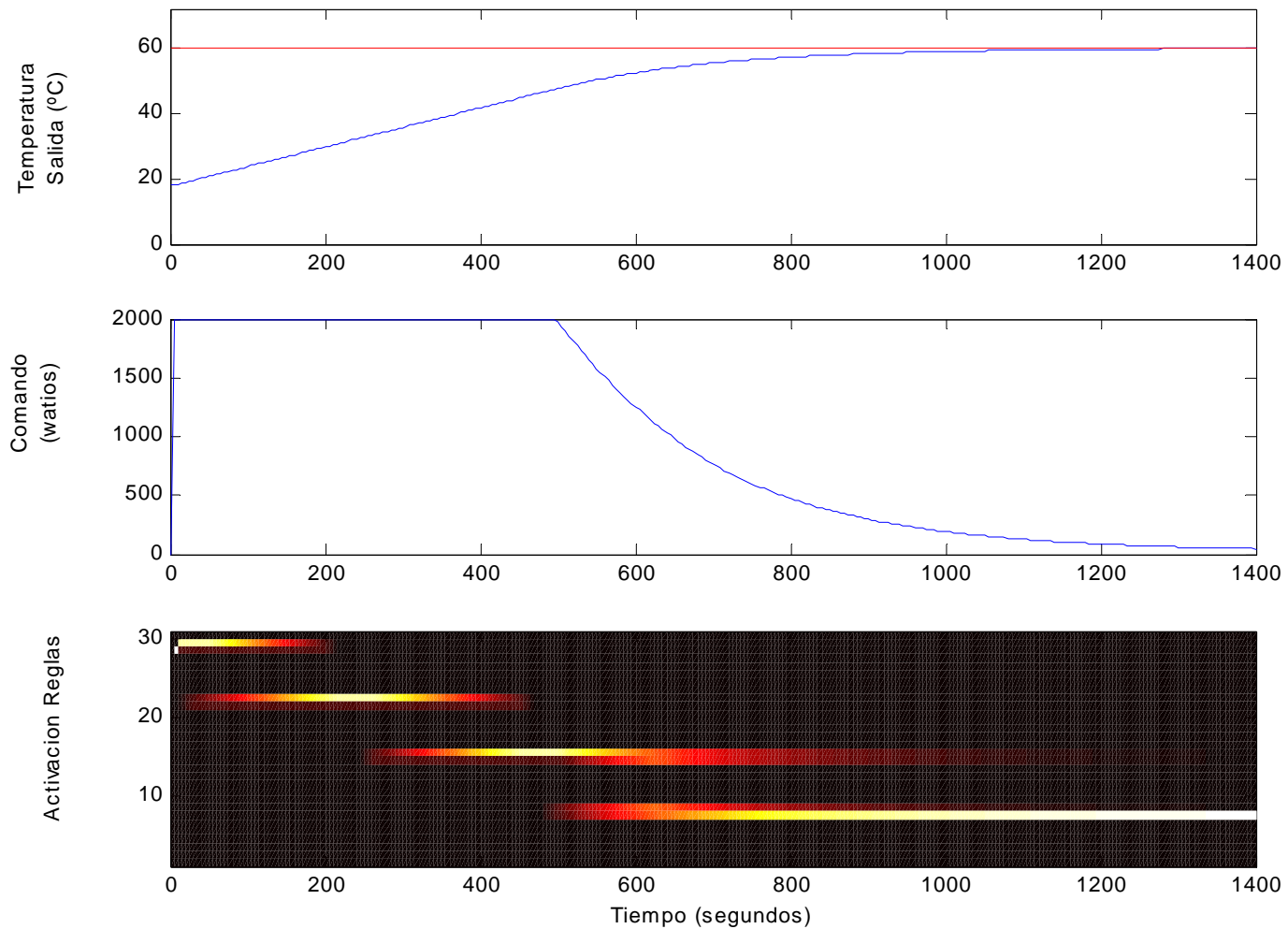
Control Borroso

Simulación:



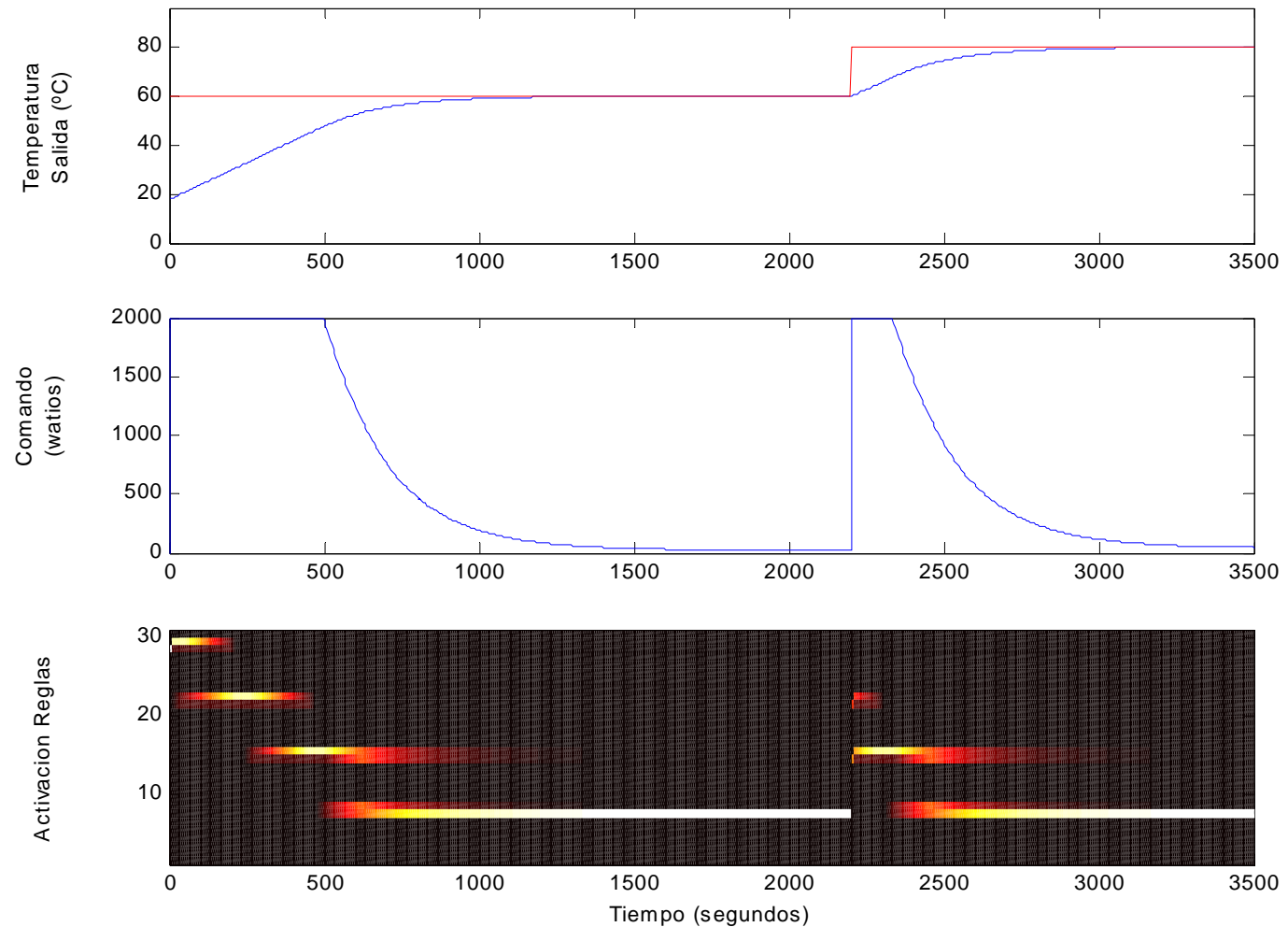
Control Borroso

Resultados:



Control Borroso

Resultados:



□ Bibliografía

1. J.S.R. Jang – C.T. Sun - E. Mizutani

Neuro-Fuzzy and Soft Computing.

A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence

Prentice Hall, 1997 (cap. 2,3 y 4)

2. Kevin M. Passino - Stephen Yurkovich

Fuzzy Control, Addison-Wesley, 1998 (cap. 2)

3. E. Trillas (Editor)

Fundamentos e Introducción a la Ingeniería Fuzzy

Omrom, 1994

Control Borroso

□ Resumen

- Presentación de la idea en la que se basa el Control Borroso
- Uso de reglas “si-entonces” aplicadas a variables lingüísticas (temperatura, caballo,...) que tienen valores imprecisos (fría, rápido, ...)
- Implementación:
 - Poder representar magnitudes vagas (conjuntos borrosos)
 - Trabajar con estas magnitudes (lógica borrosa)
 - Presentación de la inferencia borrosa $A \rightarrow B$
 - Conclusiones borrosos a partir de reglas y hechos borrosos \Rightarrow Modus Ponens generalizado
- Sistemas de inferencia borrosa de Mamdani y el de Takagi-Sugeno-Kang
- Estructura de un controlador borroso
- Ejemplo sobre un control de temperatura.

Control Borroso

□ Resumen

- Presentación de la idea en la que se basa el Control Borroso
- Uso de reglas “si-entonces” aplicadas a variables lingüísticas (temperatura, caballo,...) que tienen valores imprecisos (fría, rápido, ...)
- Implementación:
 - Poder representar magnitudes vagas (conjuntos borrosos)
 - Trabajar con estas magnitudes (lógica borrosa)
 - Presentación de la inferencia borrosa $A \rightarrow B$
 - Conclusiones borrosos a partir de reglas y hechos borrosos \Rightarrow Modus Ponens generalizado
- Sistemas de inferencia borrosa de Mamdani y el de Takagi-Sugeno-Kang
- Estructura de un controlador borroso
- Ejemplo sobre un control de temperatura.