

Ficha para el dominio de la teoría I

Producto de Matrices

Mariela Carrillo Fernández
Domingo Israel Cruz Báez
Concepción González Concepción
Juan Carlos Moreno Piquero
Celina Pestano Gabino (coordinadora)
José Enrique Rodríguez Hernández



Def.- Si $A = (a_{ij})_{\substack{i=1,\dots,m \\ j=1,\dots,n}} \in M_{m \times n}(\mathbb{R})$, $B = (b_{ij})_{\substack{i=1,\dots,n \\ j=1,\dots,p}} \in M_{n \times p}(\mathbb{R})$, el **producto de A por B** se denota **A.B** o equi-

valentemente **AB** y se define de la siguiente forma: $C = AB = \left(\sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj} \right)_{\substack{i=1,\dots,m \\ j=1,\dots,p}} \in M_{m \times p}(\mathbb{R})$.

C1) Sean A,B, C y λ ciertas matrices e I la matriz identidad, ¿bajo qué condiciones se satisfacen las siguientes propiedades?

Propiedades

i) $(AB)C = A(BC)$.

ii) $\lambda(AB) = (\lambda A)B = A(\lambda B)$

iii) $C(A+B) = CA + CB$

iv) $(A+B)C = AC + BC$

v) $IA = AI = A$

vi) $(AB)^t = B^t A^t$

vii) La potencia de una matriz diagonal es la potencia de cada uno de sus elementos

C2) Comenta verbalmente las ideas principales de las demostraciones de las propiedades anteriores. No se pide la demostración completa, las cuales puedes encontrar en los manuales recomendados.

No has entendido bien la teoría si a partir de ella crees que son ciertas, por ejemplo, las siguientes afirmaciones (o propiedades) falsas:

i) $AB = BA$

ii) $(AB)^t = A^t B^t$

iii) La potencia de una matriz A es la potencia de cada uno de sus elementos

iv) Si $AB = AC$ entonces $B = C$

v) $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

vi) $(A^2 - B^2) = (A+B)(A-B)$

vii) $A^2 + A = A(A+1)$

viii) $AB + CA = A(B+C)$

ix) $AC + BC = C(A+B)$

x) Si $AB = 0$ (donde 0 denota la matriz nula de dimensiones apropiadas) entonces $A = 0$ ó $B = 0$

C3) Para cada una de las “propiedades falsas” (en rojo) da un contraejemplo en el que se vea que es falsa en general.

C4) Para cada una de las “propiedades falsas” (en rojo) da un ejemplo en el que sí se verifique “por casualidad”.