

## Ficha para el dominio de la teoría IV

### **Rango de una matriz**

Mariela Carrillo Fernández  
Domingo Israel Cruz Báez  
Concepción González Concepción  
Juan Carlos Moreno Piquero  
Celina Pestano Gabino (coordinadora)  
José Enrique Rodríguez Hernández



♦ **Def.-** Se define el rango de una matriz  $A \in M_{m \times n}(\mathbb{R})$  (**rangA**) por una de las siguientes definiciones equivalentes:

- a) Es el orden de la mayor submatriz cuadrada de A con determinante no nulo.
- b) Es el mayor número de filas de A linealmente independientes.
- c) Es el mayor número de columnas de A linealmente independientes.

**C1)** Comenta verbalmente las ideas principales de las demostraciones de las propiedades anteriores. No se pide la demostración completa, las cuales puedes encontrar en los manuales recomendados.

### Propiedades

i) Si  $A \in M_{m \times n}(\mathbb{R})$  entonces  $\text{rang}A \leq \min(m, n)$ . Se dice que tiene rango máximo si  $\text{rang}A = \min(m, n)$ .

ii)  $\text{rang}A = \text{rang}A^t$ .

iii)  $A \in M_n(\mathbb{R})$  es inversible ( $|A| \neq 0$ )  $\Leftrightarrow \text{rang}A = n$ .

iv) Sea  $A \in M_{m \times n}(\mathbb{R})$ , si se intercambian dos filas (resp., dos columnas) de A o se multiplica una fila (resp. columna) por un escalar no nulo, o se suma a una fila (resp. columna) otra fila (resp. columna) multiplicada por un escalar, entonces el rango de la matriz resultante no varía.

v) Si una matriz se transforma en triangular superior (inferior) con elementos no nulos en la diagonal, por medio de operaciones elementales, el rango es el número de filas (columnas) que no son completamente nulas al final de la triangularización.

**No has entendido bien la teoría si a partir de ella crees que son ciertas, por ejemplo, las siguientes afirmaciones falsas:**

**i) Si dos matrices tienen el mismo rango entonces son equivalentes**

**ii) Si una matriz es triangular superior el rango es el número de filas no completamente nulas**

**iii) Si una matriz es triangular inferior el rango es el número de columnas no completamente nulas**

**iv) Al estudiar el rango de una matriz dependiendo de un parámetro  $a$  siempre el rango es diferente si  $a=0$  ó  $a \neq 0$ , y por tanto, siempre es necesario estudiar aparte el caso  $a=0$ .**

**v) Si el determinante de una submatriz de A de 4x4 es nulo entonces el rango de A es menor que 4.**

**C2)** Para cada una de las “propiedades falsas” (en rojo) da un contraejemplo en el que se vea que es falsa en general, también da algún ejemplo en el que se verifique “por casualidad”.

**C3)** Para cada una de las “propiedades falsas” (en rojo) da un ejemplo en el que sí se verifique “por casualidad”.