Universidad de La Laguna
Departamento de Economía Aplicada

Ficha para el dominio de la teoría VII

Optimización Clásica Libre

Marianela Carrillo Fernández
Domingo Israel Cruz Báez
Concepción González Concepción
Juan Carlos Moreno Piquero
Celina Pestano Gabino (coordinadora)
José Enrique Rodríguez Hernández

Se plantea el siguiente problema de optimización:

$$\textbf{Max. o Min. } F(x_1,\dots,x_n)$$

siendo $F: \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ una función suficientemente diferenciable.

Óptimos Locales

Teorema 1.- (Condición necesaria de óptimo local)

Si $a = (a_1,\dots a_n) \in \mathbb{R}^n$ es un máximo o mínimo local de la función F , entonces se verifica:

$$F_{x_1}(a) = F_{x_2}(a) = \cdots = F_{x_n}(a) = 0$$

Los puntos que anulan todas las derivadas parciales se denominan puntos críticos.

Teorema 2.- (Condiciones suficientes de segundo orden)

Sea $HF = \begin{pmatrix} F_{x_1x_1} & \cdots & F_{x_1x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{x_1x_n} & \cdots & F_{x_nx_n} \end{pmatrix}$ la matriz Hessiana de la función F, y sea $a = (a_1,\dots a_n) \in \mathbb{R}^n$ un punto crítico de F. Entonces se tiene que:

a) Si $HF(a)$ es definida positiva, entonces a es un **mínimo local** de F.

b) Si $HF(a)$ es definida negativa, entonces a es un **máximo local** de F.

c) Si $HF(a)$ es no definida, entonces a es un punto de silla.

Óptimos Globales

Teorema 3. (Condiciones suficientes de óptimo global)

Si $\forall x \in \mathbb{R}^n$ se tiene que $HF(x)$ es semidefinida positiva, entonces todo punto crítico de F es **mínimo global**. Si, además, $HF(x)$ es definida positiva, entonces el **único** punto crítico de F es el mínimo global.

Si $\forall x \in \mathbb{R}^n$ se tiene que $HF(x)$ es semidefinida negativa, entonces todo punto crítico de F es **máximo global**. Si, además, $HF(x)$ es definida negativa, entonces el **único** punto crítico de F es el máximo global.

<u>No has entendido bien la teoría si a partir de ella crees que son ciertas, por ejemplo, las siguientes afirmaciones falsas:</u>

i) En las condiciones del Teorema 2, si los menores principales de HF(*a*) son todos positivos menos el últimos que es cero, *a* es mínimo relativo.

ii) En las condiciones del Teorema 2, si los menores principales de HF(*a*) de orden impar alternan en signo empezando por negativo, entonces *a* es un mínimo relativo

iii) En las condiciones del Teorema 2, si los menores principales de HF(*a*) alternan en signo empezando por negativo, entonces *a* es un mínimo relativo

C1) Escribe donde está el error en la interpretación de la teoría que se comente en las "propiedades falsas" marcadas en rojo.