

OWC Economía para Matemáticos
Tema 2: Teoría del Consumidor

1. La función de utilidad de un consumidor viene dada por: $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$.
- Calcule la función de demanda Marshalliana de este consumidor.
 - Dado un precio relativo, calcule la Curva de Engel.
 - Suponga a otro consumidor con una función de utilidad $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + \ln x_2$. ¿Tiene este consumidor las mismas preferencias que el primer consumidor?
 - Suponga que $p_1 = p_2 = 1$ y $m=20$ ¿Cuál es la cantidad demandada de los bienes 1y 2?. Calcule las elasticidades demanda precio, demanda renta y las elasticidades cruzadas en ese punto.
 - Suponga que el precio del bien 1 pasa a ser 2, calcule el efecto renta y sustitución, represéntelo gráficamente.
 - Suponga que $p_2 = 1$ y $m=20$, obtenga y represente la curva de demanda del bien 1.
2. Considere la siguiente función de utilidad: $u(x_1, x_2) = \ln(x_1 + x_2) + x_1$
- Represente el mapa de curvas de indiferencia correspondiente a esta función de utilidad.
 - Obtenga la función de demanda Marshalliana (Nota: cuidado con las soluciones esquina).
 - ¿Hay algún subconjunto del espacio precios renta (\mathfrak{R}_+^3) en el que alguno de los bienes es inferior?
 - Suponga que $p_1 = 11$, $p_2 = 1$, obtenga y representa la curva de Engel.
3. Considere un país con n_c consumidores idénticos, cada uno de ellos tiene una renta igual a m y la siguiente función de utilidad:

$$u(x) = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$$

- Calcular la función indirecta de utilidad de este consumidor.
- Suponga que el gobierno quiere reducir el consumo del bien uno sin perjudicar a este consumidor. Para ello establece un impuesto indirecto ad-valorem, de tal manera que el nuevo precio del bien dos es $p_1(1 + \tau)$, donde p_1 es el precio antes del impuesto y τ es el tipo impositivo. También establece una transferencia para que este hogar no se vea perjudicado por el impuesto indirecto. Calcule el valor de la transferencia.
- Suponga que al final el gobierno decide poner el impuesto pero sin compensar a los hogares y decide construir con el dinero de la recaudación del impuesto un “spa” en el parlamento. Sin embargo se rumorea que muchos parlamentarios estarían dispuestos a votar en contra de este impuesto si se les corrompe. ¿Cuál es la cantidad máxima que estaría dispuesto a pagar cada consumidor para que esta ley impositiva no saliera adelante? La transferencia y el soborno del apartado b y c corresponden a las medidas de pérdida de bienestar dadas en clase ¿Cuáles son?. Comprobar que la reducción del excedente del consumidor debida a la introducción del impuesto está entre las dos medidas antes citadas.
- Suponga que hay n_p políticos corruptos idénticos que podrían rechazar la ley en el parlamento (con lo que no se construiría el “spa” del parlamento). La renta de los políticos es m_p y su función de utilidad es:

$$u_p(x) = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} a^{x_3}$$

donde $a > 1$ y $x_3 \in \{0,1\}$ es el “spa” del parlamento (0 si no se hace, 1 si se hace). ¿Bajo que condiciones se podría llegar a un acuerdo entre los políticos y los consumidores para que se rechazara la ley? (compare lo máximo que estarían dispuestos a pagar los consumidores por no

pagar el impuesto con lo mínimo soborno que los políticos aceptarían para rechazar la ley, y pondere usando el número de consumidores y políticos).

4. La función de utilidad de un consumidor viene dada por:

$$u(x_1, x_2) = \frac{x_1^\rho + x_2^\rho}{\rho} \quad \rho \in (-\infty, 0) \cup (0, 1)$$

g) ¿Bajo que condiciones los bienes uno y 2 son substitutivos brutos? ¿Bajo que condiciones son complementarios brutos?

5. Un consumidor tiene que elegir entre consumo presente y consumo futuro. Este consumidor tiene una renta en el presente igual a m_p y una renta futura igual a m_F , suponga que el tipo de interés es igual a r , de esta manera el consumo en el presente y en el futuro vendrá dado

por: $c_p = m_p - s$; $c_F = m_F + (1+r)s$, donde s es el ahorro. La función de utilidad es:

$$U(c_p, c_F) = \frac{(c_p)^{1-\gamma}}{1-\gamma} + \beta \frac{(c_F)^{1-\gamma}}{1-\gamma}.$$

- ¿Cuál es la restricción presupuestaria? ¿Cuál es el precio relativo del consumo presente con respecto al consumo futuro?
- Calcule la función de demanda de consumo presente y consumo futuro de este consumidor.
- Calcule la función de demanda de ahorro
- Represente gráficamente el efecto de un aumento del tipo de interés desglosando entre efecto renta y efecto sustitución. ¿De que dependerá que efecto de un aumento del tipo de interés tenga un efecto renta positivo o negativo?
- Suponga que el tipo de interés al que prestan los bancos r_p es mayor que el tipo de interés que los bancos pagan a sus clientes r . ¿Cuál es la restricción presupuestaria en este caso? Represente gráficamente el conjunto presupuestario.
- Calcule la función de demanda de consumo presente y consumo futuro de este consumidor para el caso en que el tipo de interés al que preste los bancos es mayor que el que pagan a sus clientes. Calcule la función de demanda de ahorro.

6. Suponga que un consumidor dispone de una unidad de tiempo que debe distribuir entre trabajo l y ocio $(1-l)$. El salario por unidad de tiempo es igual a w . Este trabajador dispone además de rentas no laborales igual a $y \in (-w, +\infty)$, de tal manera que $c = y + wl$. La función de utilidad de un consumidor viene dada por la siguiente función de utilidad: $U(c, 1-l) = \ln c + \gamma \ln(1-l)$.

- Calcule la restricción presupuestaria en términos de ocio y consumo. ¿Cuál es el precio relativo del ocio con respecto al consumo?
- Calcule la función de demanda de consumo y ocio de este consumidor así como la función de oferta de trabajo por parte de este consumidor.
- Suponga que si este consumidor decide trabajar tiene que gastar una cantidad de tiempo $\phi \in (0, 1)$ en viajar a su trabajo. ¿Cuál es la restricción presupuestaria en este caso? Represente gráficamente el conjunto presupuestario.

7. Un agente tiene 8.000€ para invertir que puede repartir en dos tipos de activos: Bonos del Tesoro, con una rentabilidad del 25%, y acciones cuya rentabilidad depende de la coyuntura económica. En situaciones de crisis la rentabilidad es del 15% mientras que en situaciones de expansión económica es del 45%. De esta manera el consumo del agente en tiempo de crisis c_1 y en tiempos de expansión c_2 vienen dadas por:

$$c_1 \leq b(1,25) + a(1,15)$$

$$c_2 \leq b(1,25) + a(1,45)$$

$$a + b \leq 8000$$

donde b es la cantidad de dinero que invierte bonos y a es la cantidad de dinero que invierte en acciones. Suponga que las preferencias del consumidor vienen dadas por la siguiente función de utilidad:

$$u(c_1, c_2) = p_1 \ln c_1 + p_2 \ln c_2$$

donde p_1 es la probabilidad de crisis económica que es igual al 50% y p_2 es la probabilidad de expansión.

- a) Calcule la restricción presupuestaria y represente gráficamente el conjunto presupuestario.
- b) Calcule la cantidad que invertirá el agente en acciones.
- c) ¿Cuánto debería de invertir en bonos y en acciones para que se maximizara el valor esperado de su consumo? Interprete en términos económicos las condiciones de primer orden de dicho problema de maximización.
- d) Calcule la rentabilidad que deberían ofrecer los Bonos del Tesoro para que el agente decidiera no invertir en acciones.