Tema 5:

Equilibrio General

Parte II

OWC Economía para Matemáticos

Fernando Perera Tallo

ttp://bit.ly/8l8DDu

Enfoque Diferencial

Fernando Perera-Tallo

Equilibrio General: Enfoque Diferencial

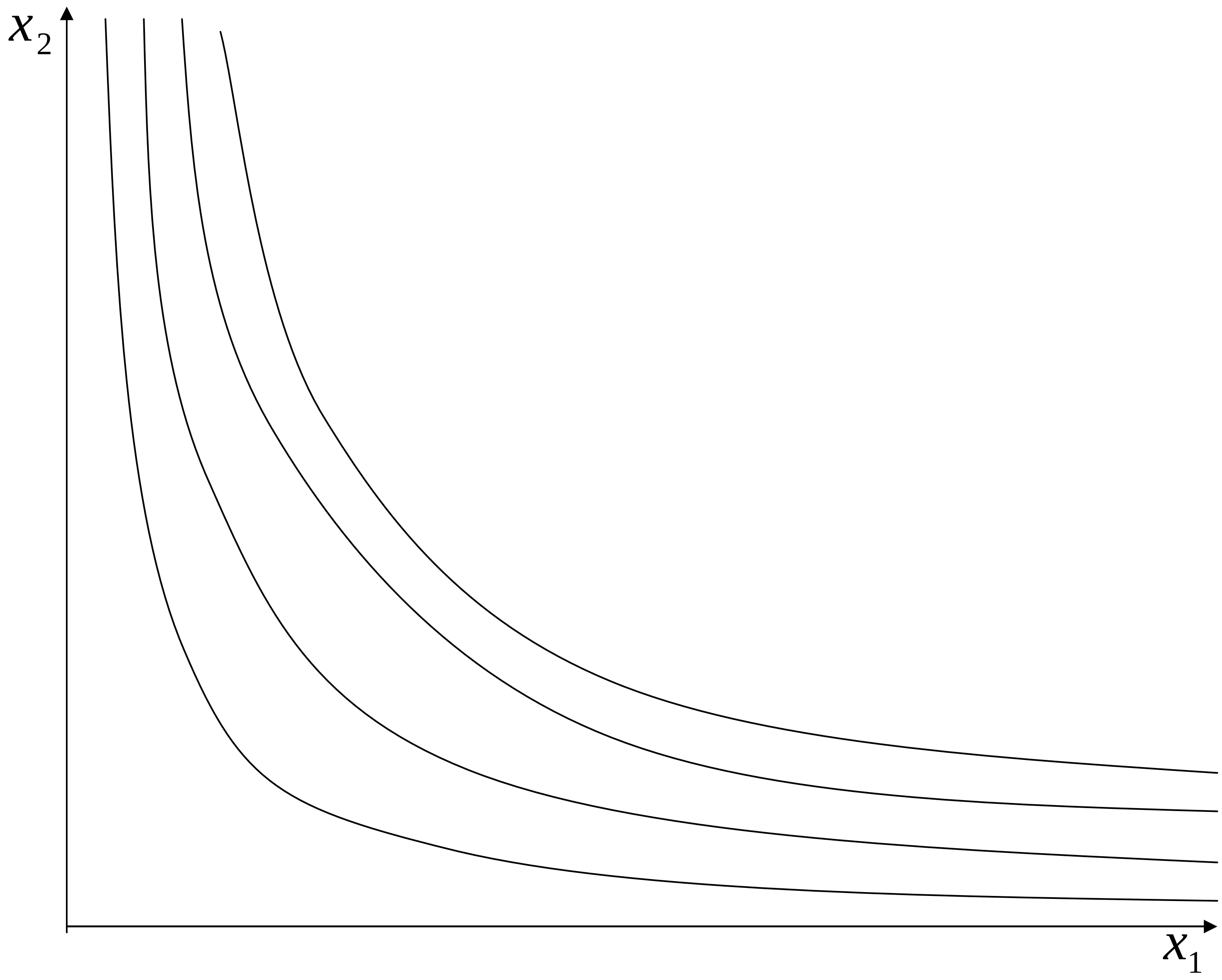
Supuestos:

- Las funciones de utilidad y de producción son continuas y diferenciables de segundo orden.
- $\forall h, i, i^* \quad i \neq i^* \quad \forall x^h_{-i^*} \gg 0 \quad \lim_{x^h_{i^*} \to 0} RMS^h_{i^*,i}(x^h_{i^*}, x^h_{-i^*}) = +\infty,$

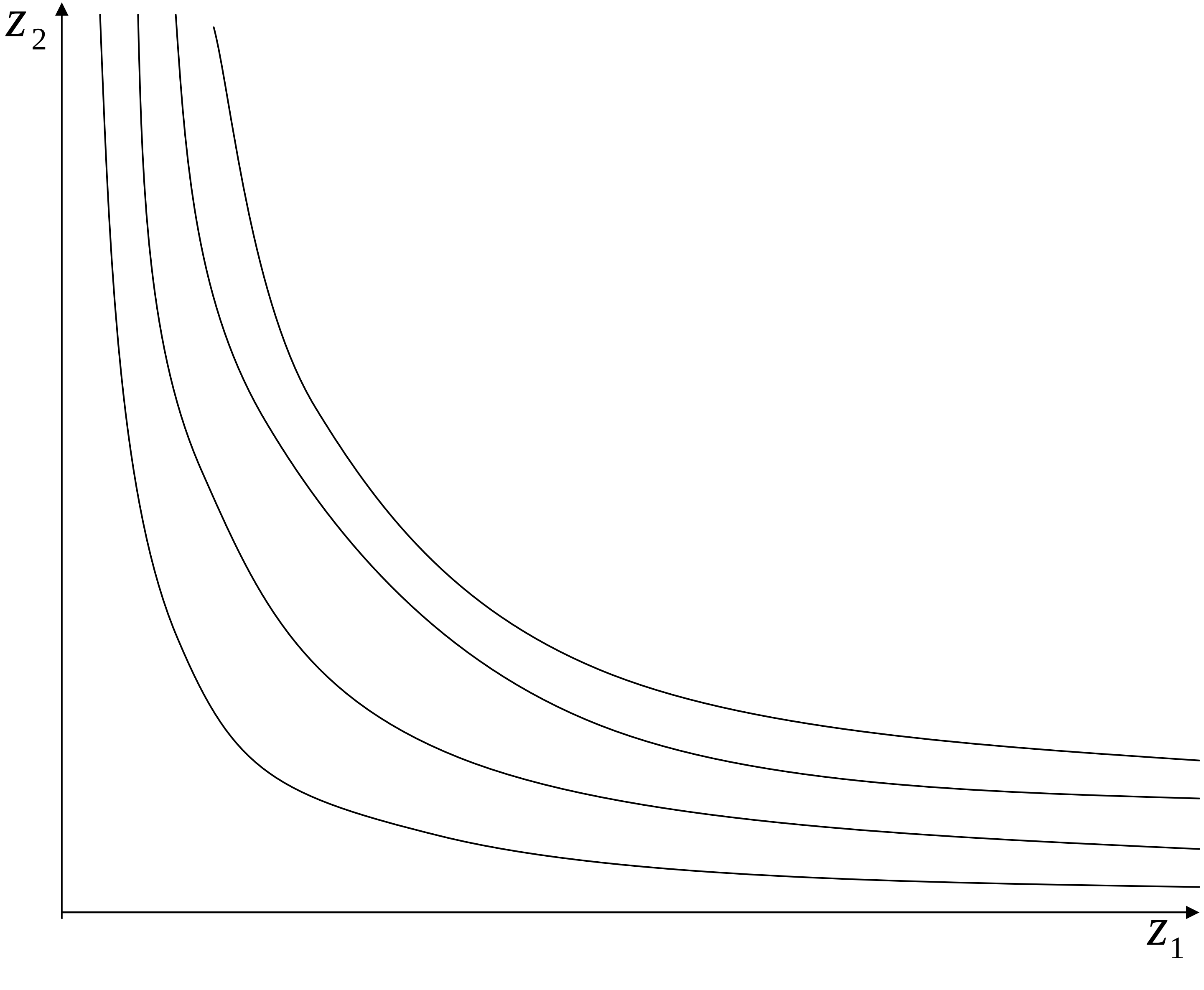
donde $x^h_{-i} \in \Re^{n-1}_+$ es el vector de consumo de la economía doméstica *h* de todos los bienes excepto del bien *i*.

- $\forall j, k, k^* \quad k \neq k^* \quad \forall z^j_{-k^*} \gg 0 \quad \lim_{z^j_{k^*} \to 0} RMST^j_{k^*,k}(z^j_{k^*}, z^j_{-k^*}) = +\infty,$

donde $z^j_{-k} \in \Re^{m-1}_+$ es el vector de factores utilizados por la empresa *j* de todos los factores excepto del factor *k*.



x_2
x_1


z_2
z_1

Definición 1: Un **equilibrio Walrasiano** es una asignación $\left(\left(x^h\right)_{h=1}^{H}, \left(\left(y^{ji}, z^{ji}\right)_{j=1}^{J_i}\right)_{i=1}^{n}\right)$, llamada **asignación de equilibrio,** y un vector de precios (p, w), llamado **vector de precios de equilibrio**, tal que:

- Las economías domésticas maximizan su utilidad:

$$x^h \in Arg\max_{x^h} \quad u^h(x^h)$$

$$s.a. \quad px^h \le we^h + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\theta^{hji}\pi^{ji}$$

- Las empresas maximizan beneficios:

$$(y^{ji}, z^{ji}) \in \quad \arg\max_{y^{ji}, z^{ji}} p_i y^{ji} - wz^{ji}$$

$$s.a. \; f^{ji}(z^{ji}) \ge y^{ji}$$

Fernando Perera-Tallo

- Los mercados de bienes se vacían:

$$\sum_{h=1}^{H} x_i^h = \sum_{j=1}^{J_i} y^{ji} \quad \forall i \in \{1,2,...,n\}$$

- Los mercados de factores se vacían:

$$\sum_{h=1}^{H} e_k^h = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{J_i} z_k^{ji} \quad \forall k \in \{1,2,...,m\}$$

Definición 2: Un **equilibrio Walrasiano (**cuando hay **soluciones interiores)** es una asignación $\left(\left(x^h\right)_{h=1}^{H}, \left(\left(y^{ji}, z^{ji}\right)_{j=1}^{J_i}\right)_{i=1}^{n}\right)$, llamada **asignación de equilibrio,** y un vector de precios (p, w), llamado **vector de precios de equilibrio**, tal que:

- Las economías domésticas maximizan su utilidad:

$$RMS^{h}_{\tilde{\imath},i}(x^{h}) = \frac{p_{\tilde{\imath}}}{p_{i}}$$

$$px^{h} = we^{h} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\theta^{hji}\left(p_{i}y^{ji} - wz^{ji}\right)$$

- Las empresas maximizan beneficios:

$$p_{i}\frac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_{k}^{ji}} = w_{k}$$

$$y^{ji} = f^{ji}(z^{ji})$$

- Los mercados de bienes se vacían:

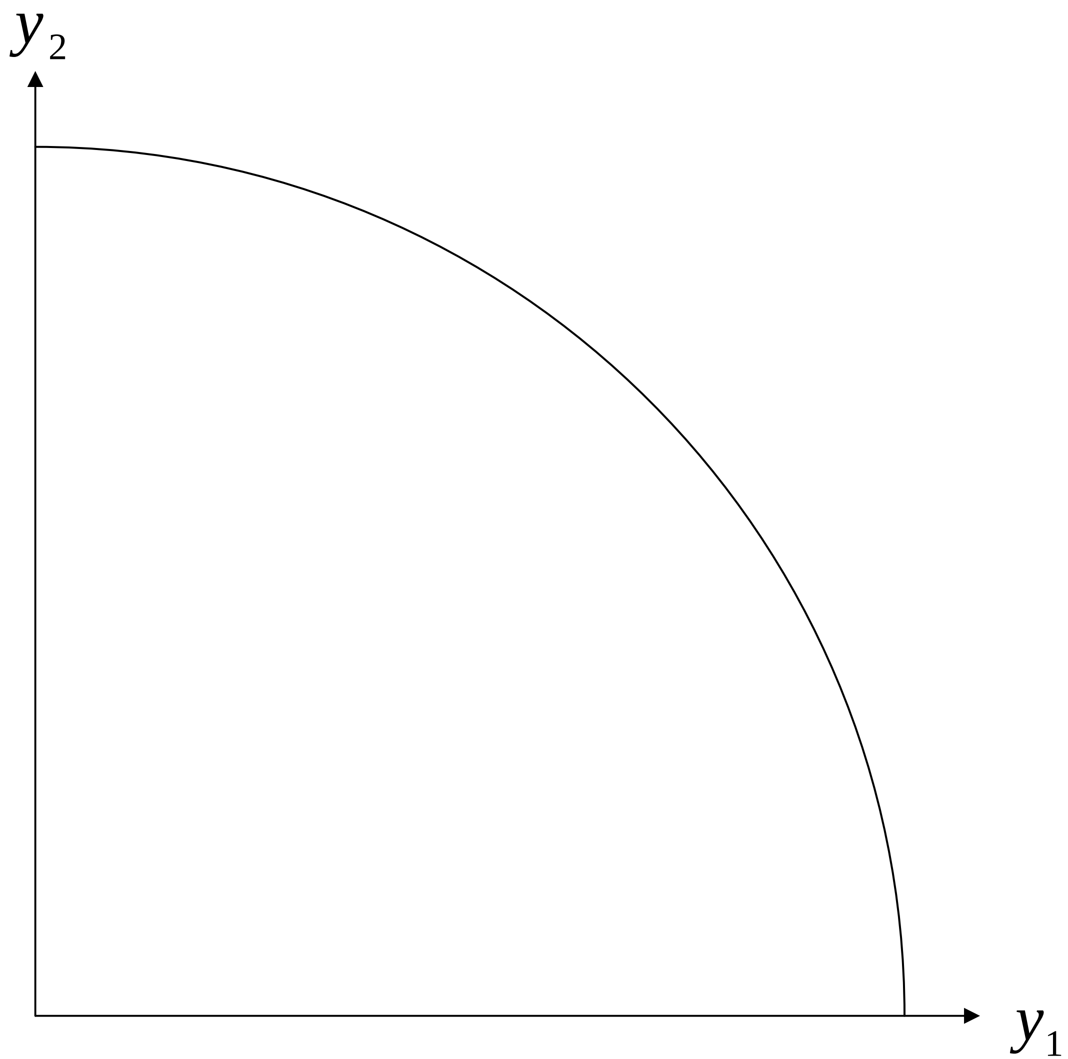
$$\sum_{h=1}^{H} x_i^h = \sum_{j=1}^{J_i} y^{ji} \quad \forall i \in \{1,2,\ldots,n\}$$

- Los mercados de factores se vacían:

$$\sum_{h=1}^{H} e_k^h = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{J_i} z_k^{ji} \quad \forall k \in \{1,2,\ldots,m\}$$

Conjunto de posibilidades de producción. es el conjunto de todas las posibles vectores de producciones agregadas que se pueden producir en una economía dada su tecnología y sus recursos:

$$CPP(e) = \left\{ y \in \Re^n_+ \,/\, y_i \leq \sum_{j=1}^{J_i} f^{ji}(z^{ji}) \text{ y } e_k \geq \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{J_i} z_k^{ji} \right\}$$


y_2
y_1

Combinación de bienes eficientes desde el punto de vista productivo: un vector de bienes pertenecientes al CPP se dice que es eficientes desde el punto de vista productivo si que no existe otro vector de bines en el CPP, tal que se produzca más o igual de todos los bienes, y se produzca una cantidad mayor de alguno de ellos.

Es decir, $\hat{y} \in CPP$ se dice que es eficiente desde un punto de vista productivo si no existe $\tilde{y} \in CPP$ tal que $\forall i \quad \tilde{y}_i \geq \hat{y}_i$ y además $\exists i^* \quad \tilde{y}_{i^*} > \hat{y}_{i^*}$

Frontera de Posibilidades de producción $FPP(e)$**:** es el conjunto de vectores de bienes pertenecientes al CPP que son eficientes desde el punto de vista productivo:

$$
\begin{aligned}
(\hat{y},\hat{z}) = \arg\max_{y,z} \quad & y_1 \\
& y_i \geq \hat{y}_i && i \in \{2,3,\ldots,n\} \\
& y_i \leq \sum_{j=1}^{J_i} f^{ji}(z^{ji}) && i \in \{1,2,\ldots,n\} \\
& e_k \geq \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{J_i} z_k^{ji} && k \in \{1,2,\ldots,m\}
\end{aligned}
$$

$$\hat{z} \in \arg\max_{z} \quad \sum_{j=1}^{J_1} f^{j1}(z^{j1})$$

$$\sum_{j=1}^{J_i} f^{ji}(z^{ji}) \geq \hat{y}_i \quad i \in \{2,3,\ldots,n\}$$

$$e_k \geq \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{J_i} z_k^{ji} \qquad k \in \{1,2,\ldots,m\}$$

donde

$$(\hat{y}_1, \hat{y}_2, \ldots, \hat{y}_n) = \left(\sum_{j=1}^{J_1} f^{j1}(\hat{z}^{j1}), \sum_{j=2}^{J_2} f^{j2}(\hat{z}^{j2}), \ldots, \sum_{j=1}^{J_n} f^{jn}(\hat{z}^{jn}) \right)$$

sería el punto de la FPP

Lagrangiano:

$$\sum_{j=1}^{J_1} f^{j1}(z^{j1}) + \sum_{i=2}^{n} \lambda_i \left(\sum_{j=1}^{J_i} f^{ji}(z^{ji}) - \hat{y}_i \right) + \sum_{k=1}^{m} \omega_k \left(e_k - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{J_i} z_k^{ji} \right)$$

$$+ \sum_{k=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{J_i} \mu_k^{ji} z_k^{ji}$$

Condiciones 1$^{\text{er}}$ orden Solución Interior ($z_k^{ji} > 0, \mu_k^{ji} = 0$):

$$\boxed{\lambda_i \frac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}} = \omega_k}$$

donde $\lambda_1 = 1$.

Eficiencia en la asignación factorial entre las empresas de un <u>mismo sector:</u> El producto marginal de un factor se iguala entre todas las empresas que producen <u>el mismo bien</u>:

$$\left.\begin{array}{l} \lambda_i \dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}} = \omega_k \\[2ex] \lambda_i \dfrac{\partial f^{\tilde{j}i}(z^{\tilde{j}i})}{\partial z_k^{\tilde{j}i}} = \omega_k \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}} = \frac{\partial f^{\tilde{j}i}(z^{\tilde{j}i})}{\partial z_k^{\tilde{j}i}}$$

$$\forall k \in \{1,2,\ldots,m\} \quad \forall i \in \{1,2,\ldots,n\} \quad \forall ji, \tilde{j}i \in J_i \qquad \frac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}} = \frac{\partial f^{\tilde{j}i}(z^{\tilde{j}i})}{\partial z_k^{\tilde{j}i}}$$

(FPP.1)

Función de producción agregada del sector i $f^i(z^i)$ como la máxima cantidad de producción del sector i cuando la cantidad de factores utilizados por las empresas del sector i están representados por el vector z^i:

$$f^i(z^i) = \max_{z^{i1}, z^{i2}, \ldots, z^{iJ_i}} \sum_{j=1}^{J_i} f^{ji}(z^{ji})$$

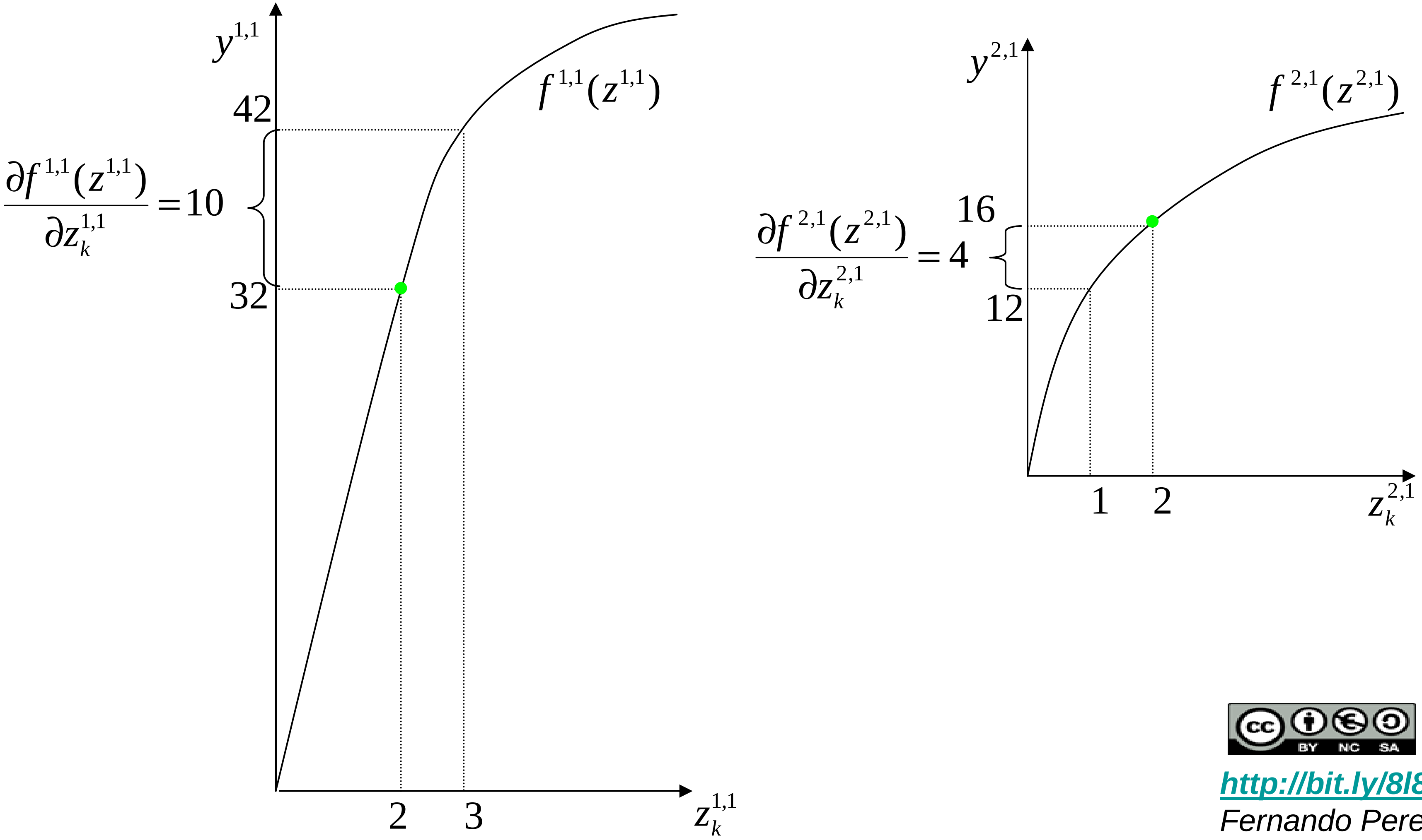
$$\text{s.a.:} \quad z_k^i \geq \sum_{j=1}^{J_i} z_k^{ji}$$

$$f^i(z^i) = \sum_{j=1}^{J_i} f^{ji}(z^{ji}) + \sum_{k=1}^{m} \omega_k \left[z_k^i - \sum_{j=1}^{J_i} z_k^{ji} \right]$$

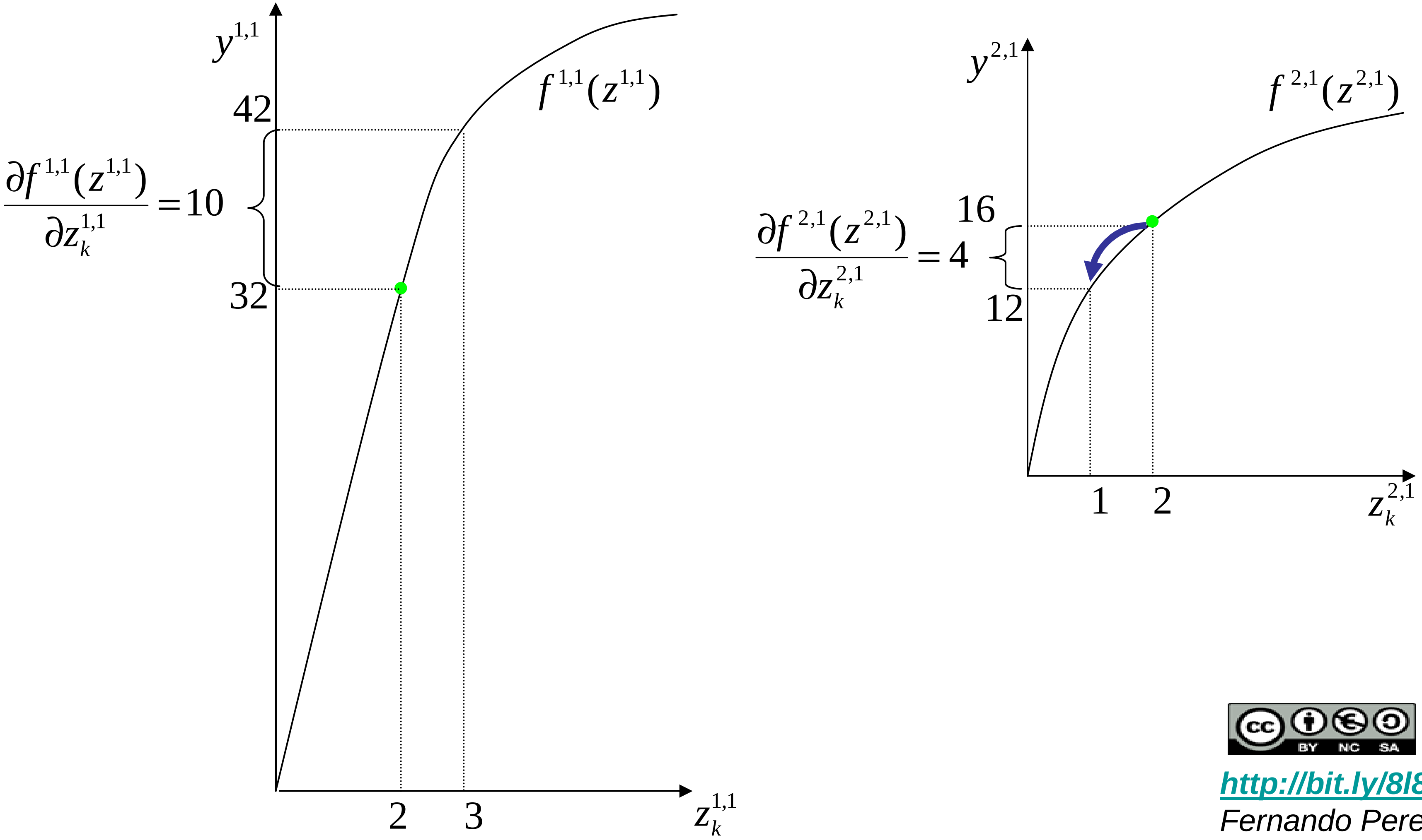
Condiciones de primer orden para solución interior:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}} &= \omega_k \\ \frac{\partial f^{\tilde{j}i}(z^{\tilde{j}i})}{\partial z_k^{\tilde{j}i}} &= \omega_k \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}} = \frac{\partial f^{\tilde{j}i}(z^{\tilde{j}i})}{\partial z_k^{\tilde{j}i}}$$

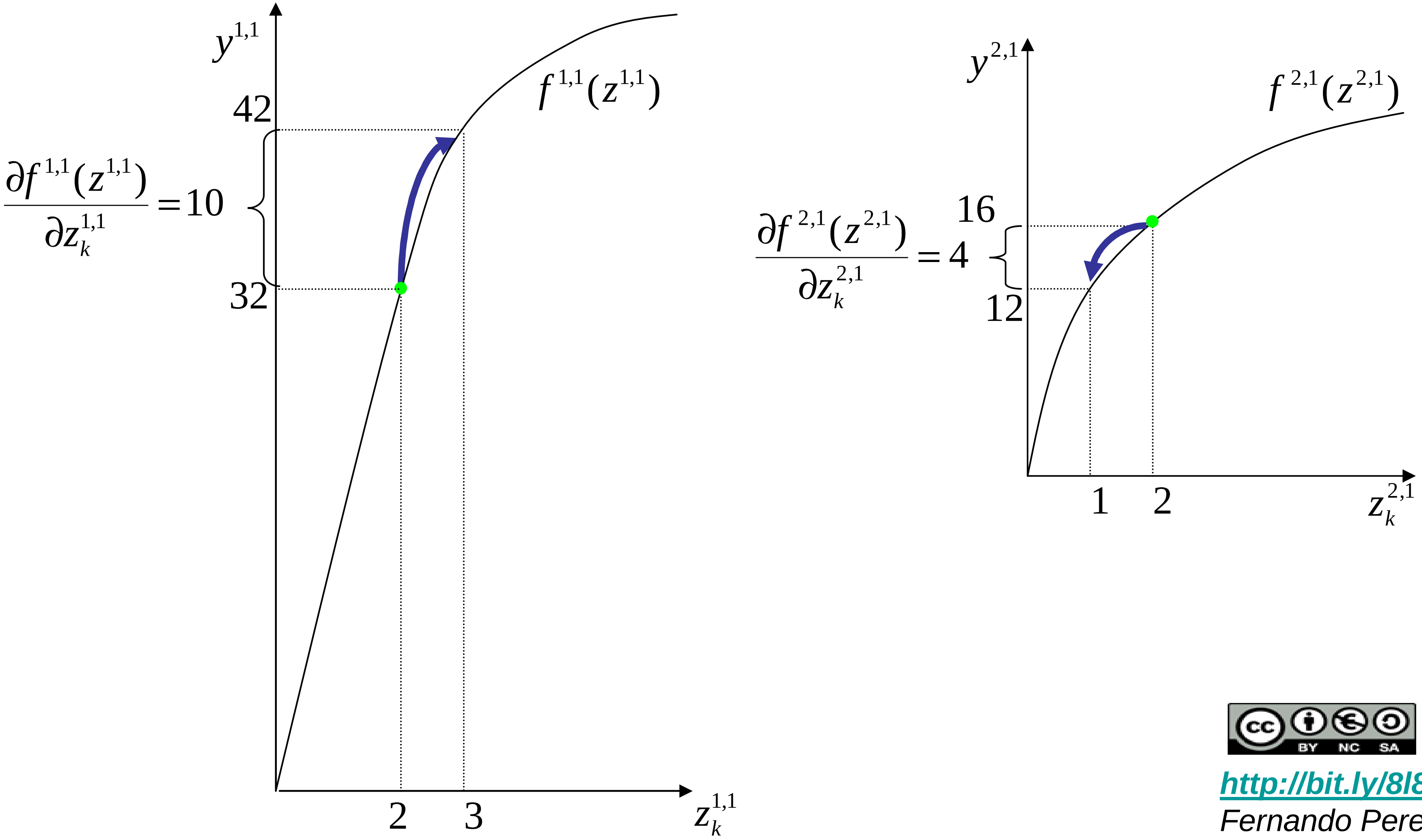
Aumento de la producción del bien 1 reasignado recursos en dos empresas del sector 1 en las que $\dfrac{\partial f^{1,1}(z^{1,1})}{\partial z_k^{1,1}} > \dfrac{\partial f^{2,1}(z^{2,1})}{\partial z_k^{2,1}}$



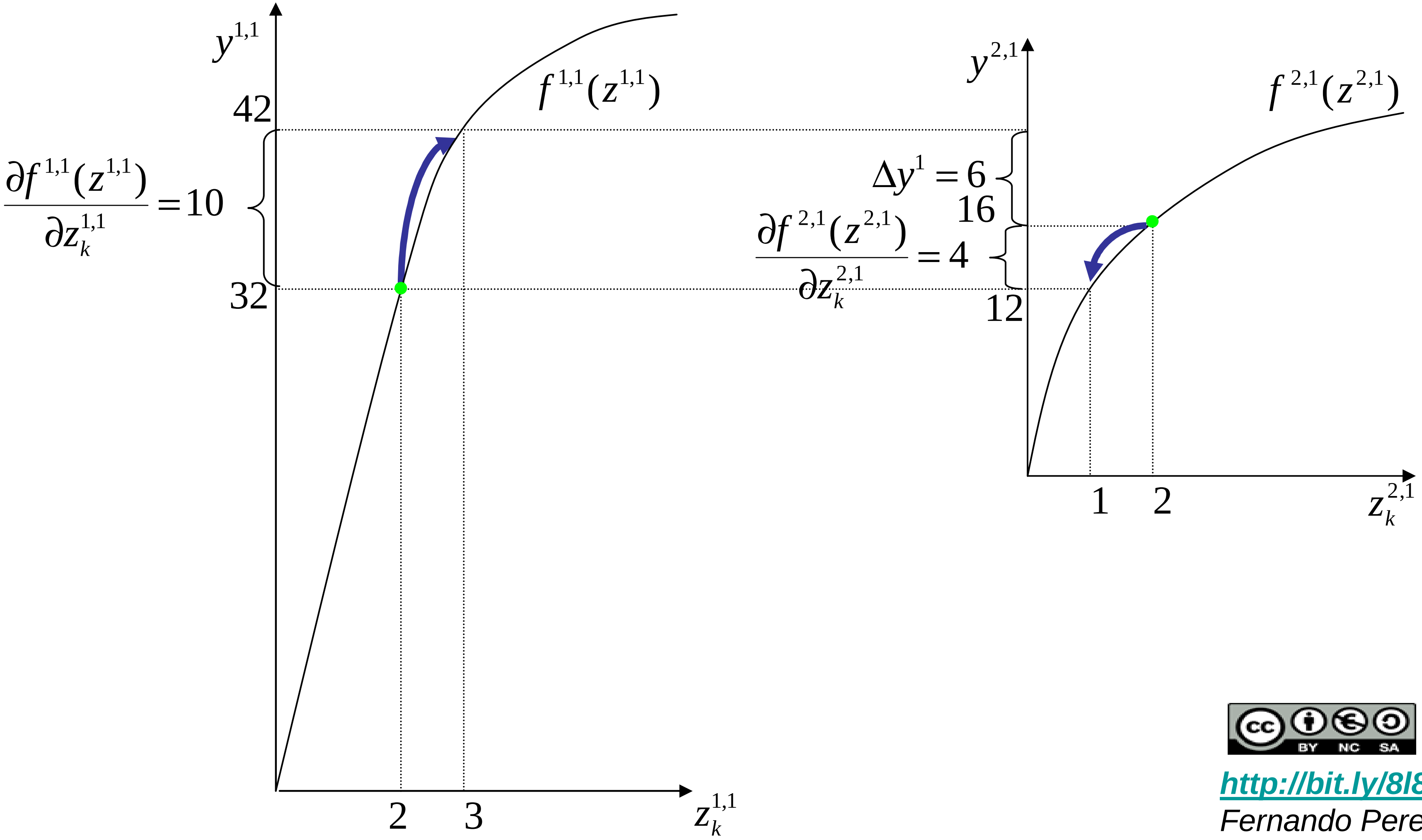
Aumento de la producción del bien 1 reasignado recursos en dos empresas del sector 1 en las que $\dfrac{\partial f^{1,1}(z^{1,1})}{\partial z_k^{1,1}} > \dfrac{\partial f^{2,1}(z^{2,1})}{\partial z_k^{2,1}}$



Aumento de la producción del bien 1 reasignado recursos en dos empresas del sector 1 en las que $\frac{\partial f^{1,1}(z^{1,1})}{\partial z_k^{1,1}} > \frac{\partial f^{2,1}(z^{2,1})}{\partial z_k^{2,1}}$



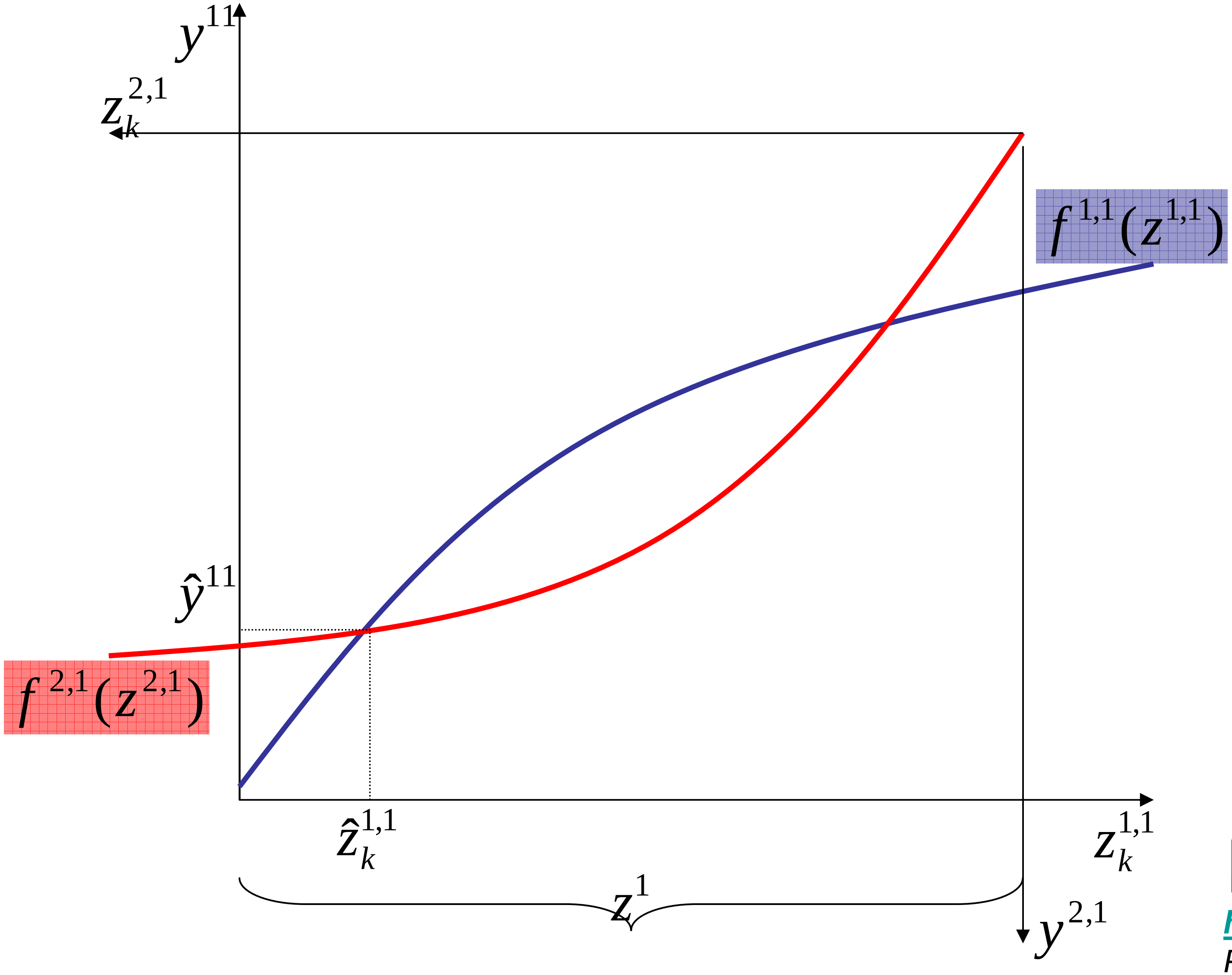
Aumento de la producción del bien 1 reasignado recursos en dos empresas del sector 1 en las que $\frac{\partial f^{1,1}(z^{1,1})}{\partial z_k^{1,1}} > \frac{\partial f^{2,1}(z^{2,1})}{\partial z_k^{2,1}}$



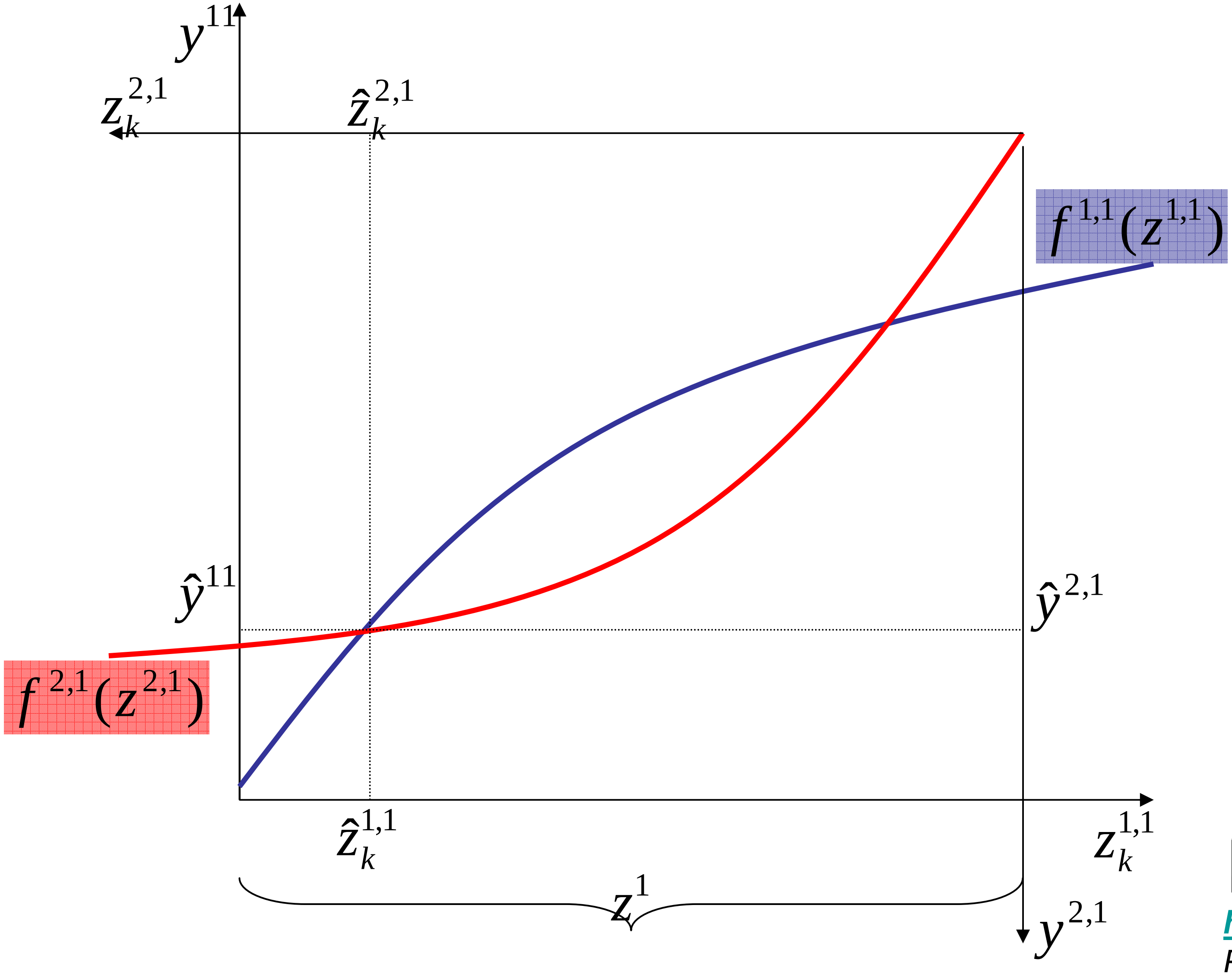
http://bit.ly/8l8DDu

Fernando Perera-Tallo

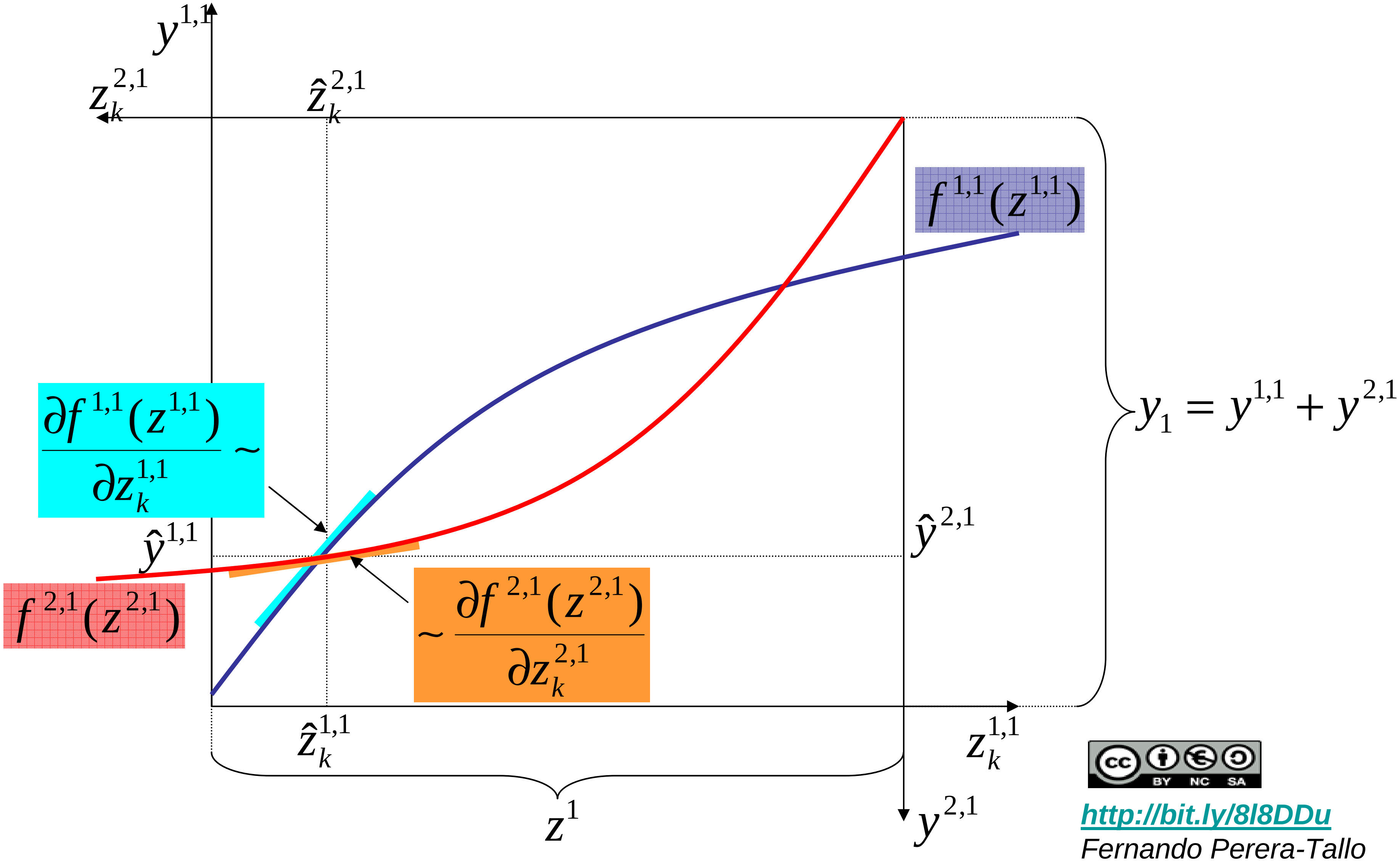
Aumento de la producción del bien 1 cuando $\dfrac{\partial f^{1,1}(z^{1,1})}{\partial z_k^{1,1}} > \dfrac{\partial f^{2,1}(z^{2,1})}{\partial z_k^{2,1}}$



Aumento de la producción del bien 1 cuando $\frac{\partial f^{1,1}(z^{1,1})}{\partial z_k^{1,1}} > \frac{\partial f^{2,1}(z^{2,1})}{\partial z_k^{2,1}}$



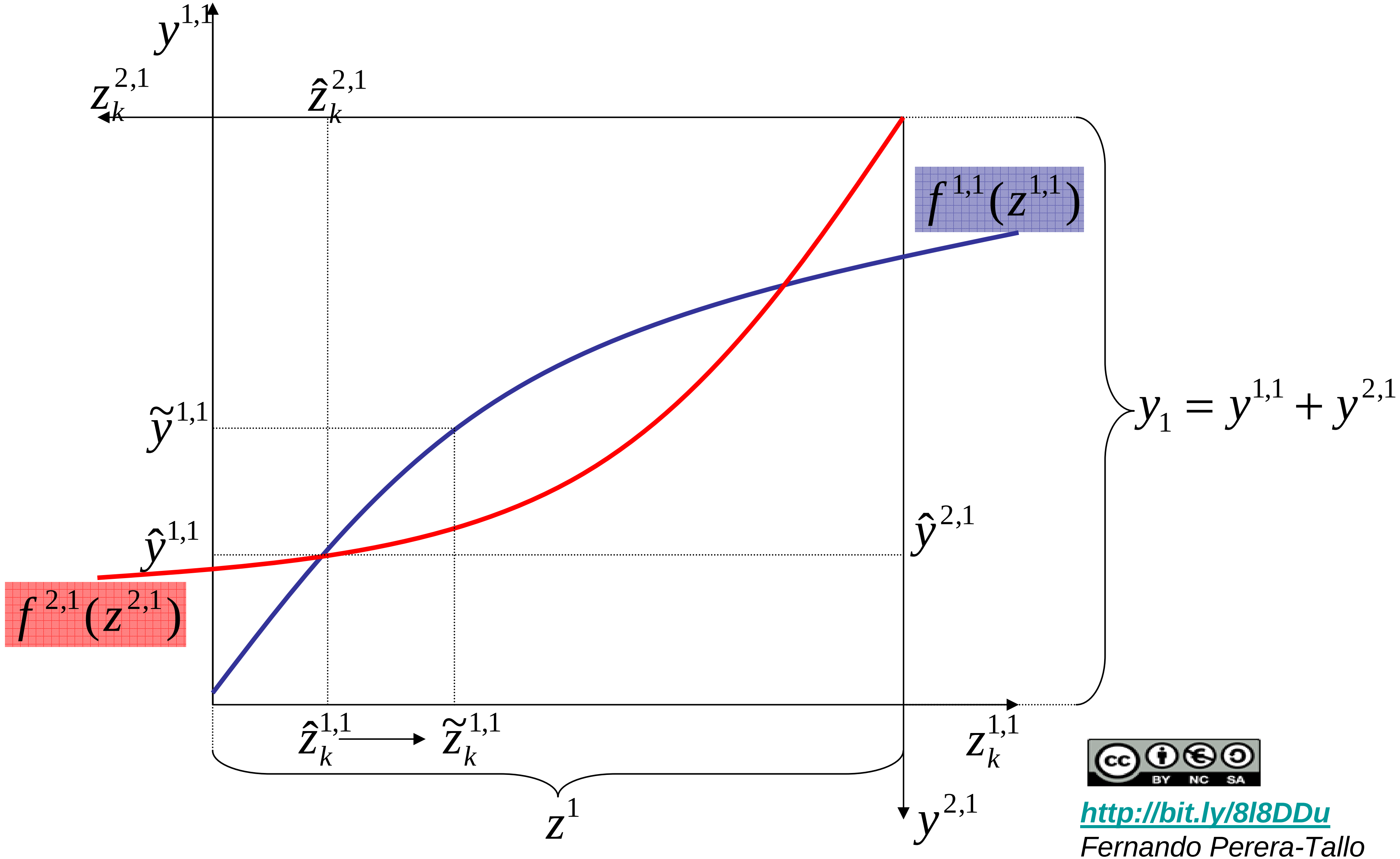
Aumento de la producción del bien 1 cuando $\frac{\partial f^{1,1}(z^{1,1})}{\partial z_k^{1,1}} > \frac{\partial f^{2,1}(z^{2,1})}{\partial z_k^{2,1}}$



http://bit.ly/8l8DDu

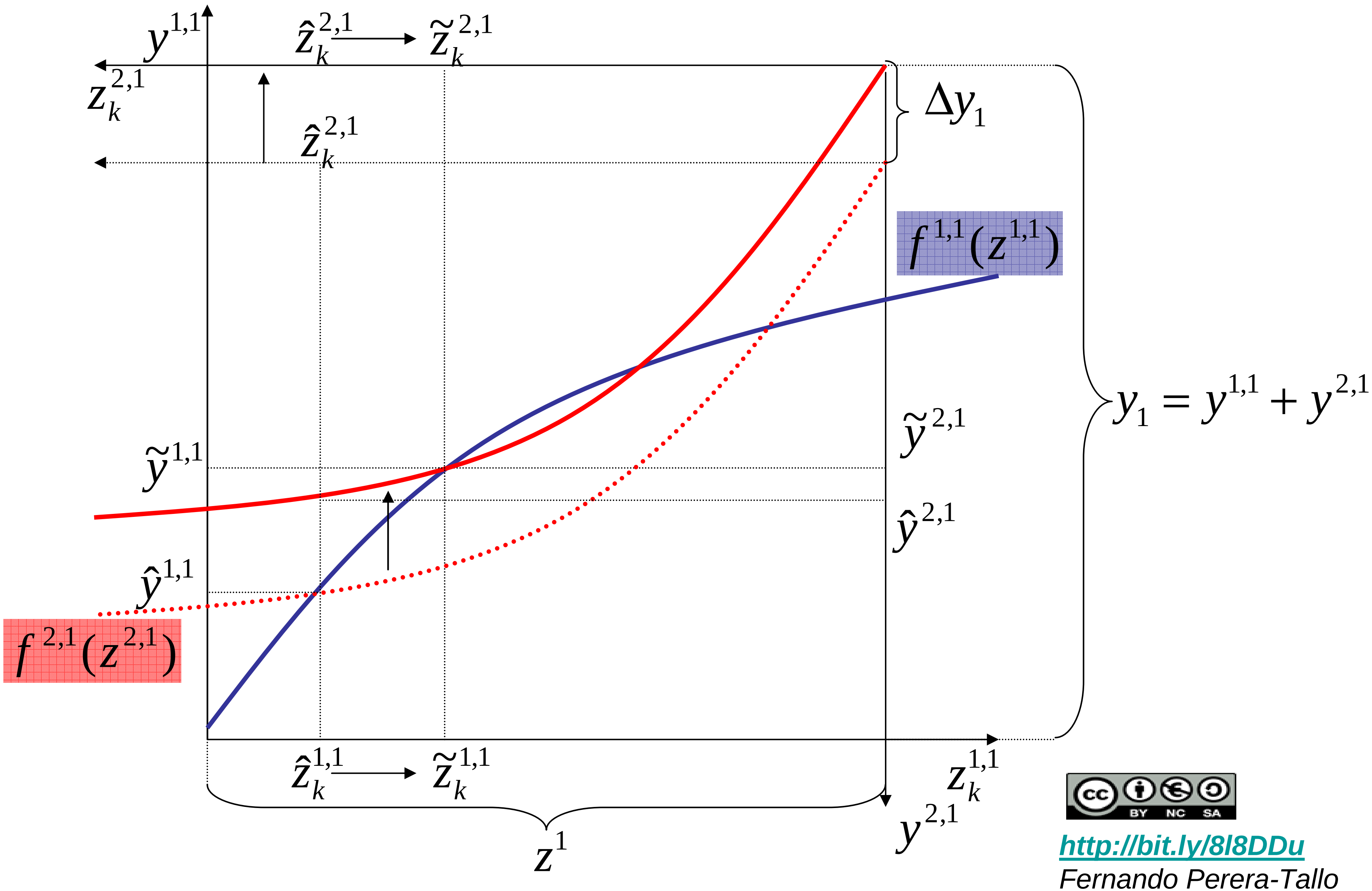
Fernando Perera-Tallo

Aumento de la producción del bien 1 cuando $\frac{\partial f^{1,1}(z^{1,1})}{\partial z_k^{1,1}} > \frac{\partial f^{2,1}(z^{2,1})}{\partial z_k^{2,1}}$

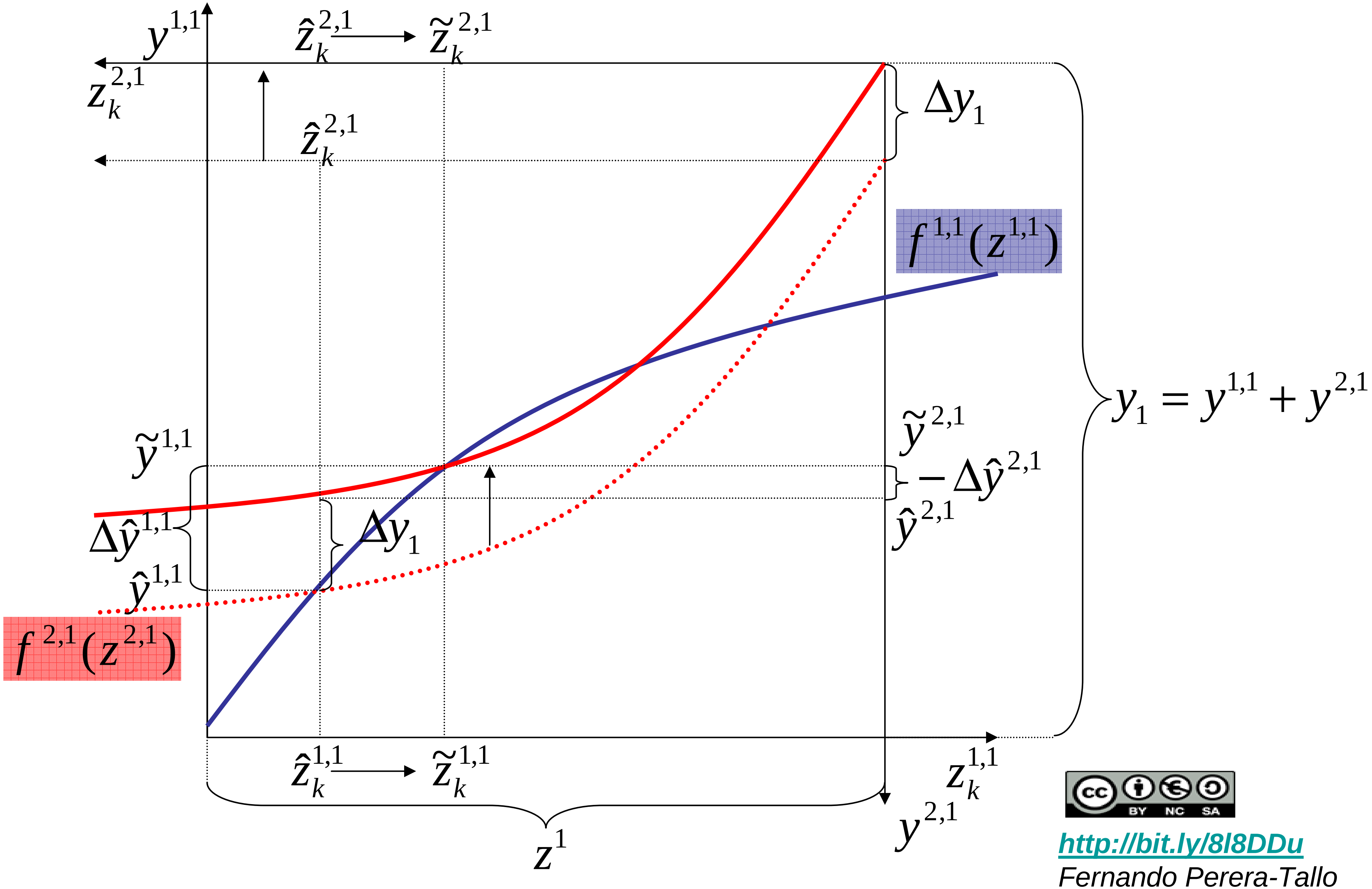


Fernando Perera-Tallo

Aumento de la producción del bien 1 cuando $\frac{\partial f^{1,1}(z^{1,1})}{\partial z_k^{1,1}} > \frac{\partial f^{2,1}(z^{2,1})}{\partial z_k^{2,1}}$

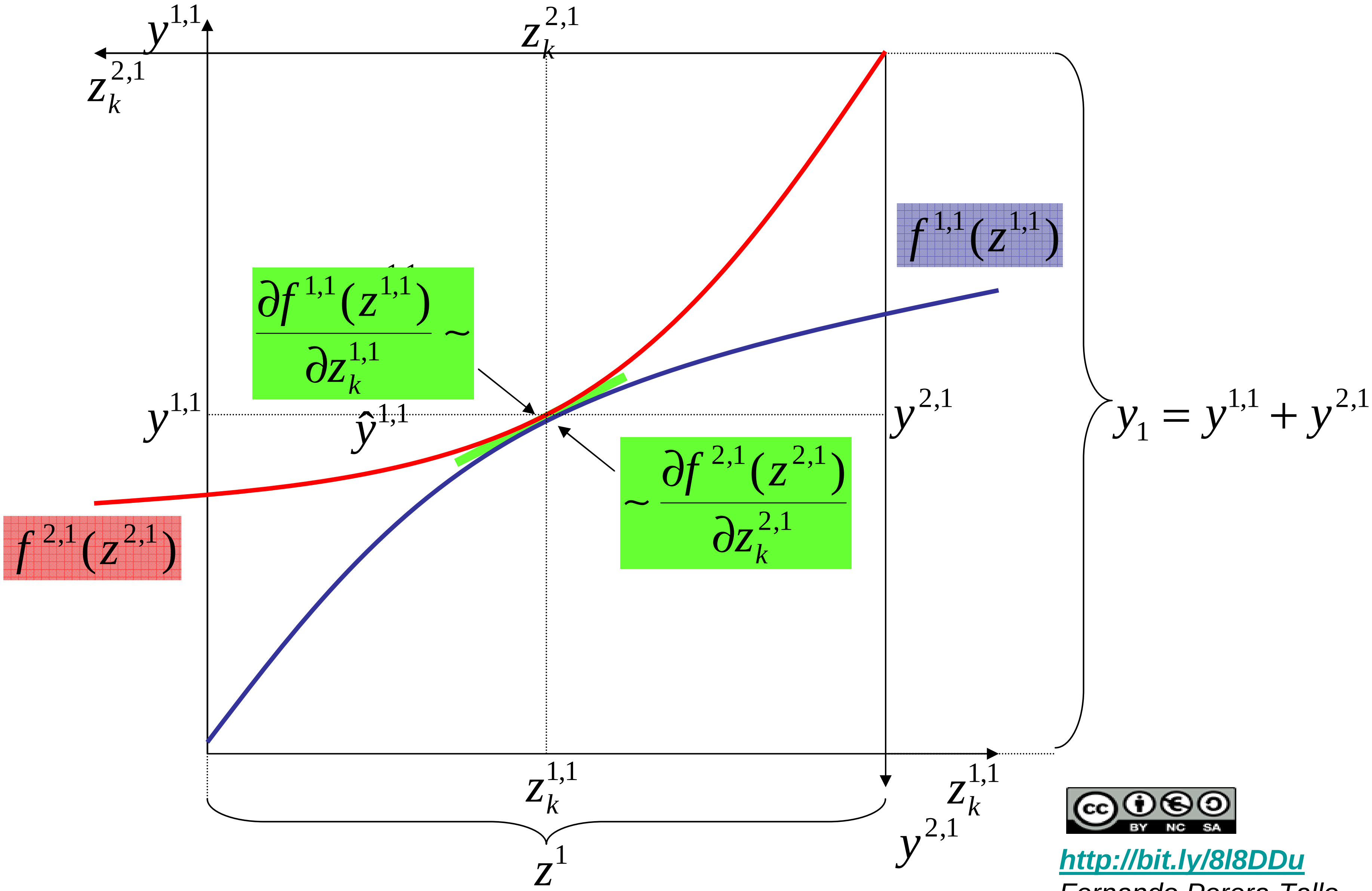


Aumento de la producción del bien 1 cuando $\frac{\partial f^{1,1}(z^{1,1})}{\partial z_k^{1,1}} > \frac{\partial f^{2,1}(z^{2,1})}{\partial z_k^{2,1}}$



Fernando Perera-Tallo

Máxima producción del bien 1



Fernando Perera-Tallo

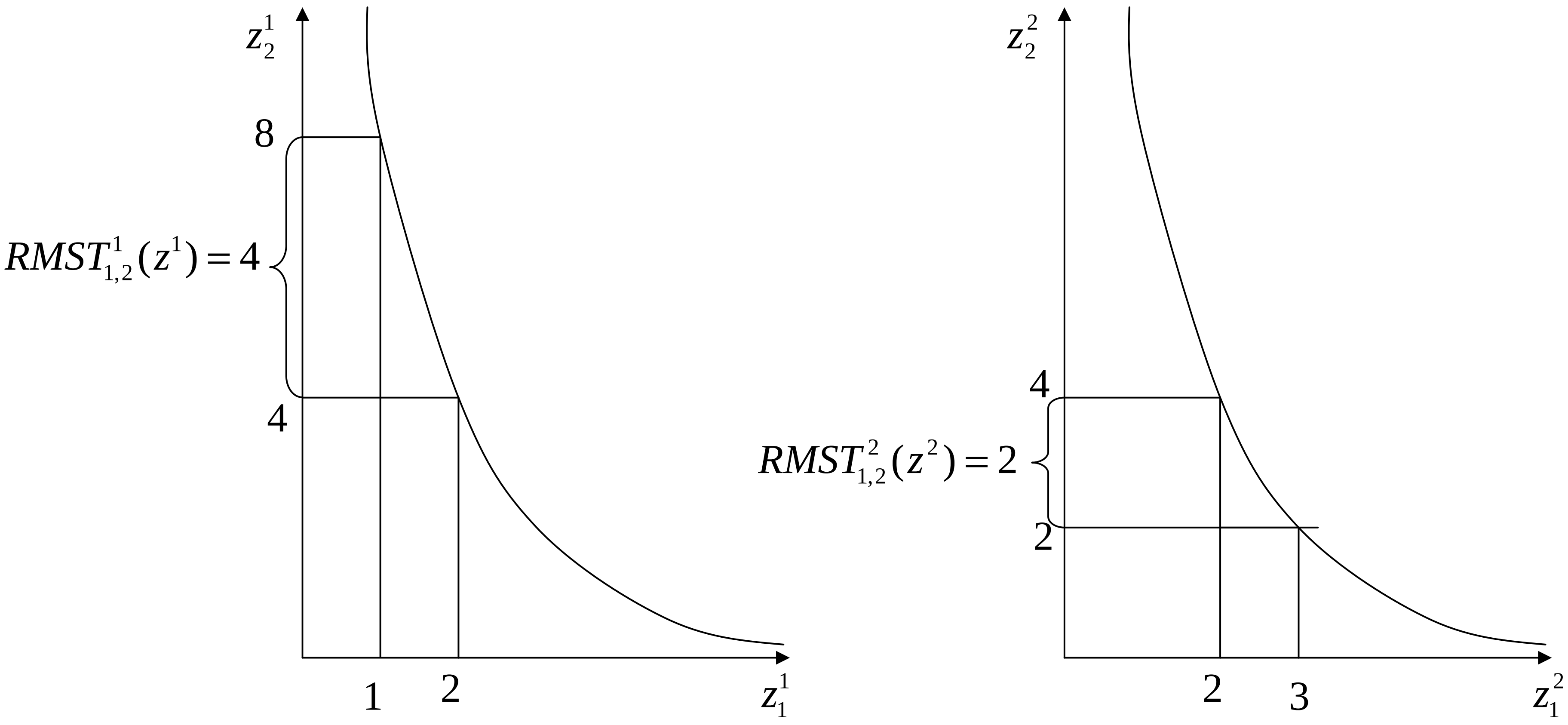
Eficiencia de la asignación factorial entre las empresas de todos los sectores:

$$\left.\begin{aligned} \lambda_i \frac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z^{ji}_{\tilde{k}}} &= \omega_{\tilde{k}} \\ \lambda_i \frac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z^{ji}_{k}} &= \omega_{k} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$RMST^{ji}_{\tilde{k},k}(z^{ji}) = \frac{\dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z^{ji}_{\tilde{k}}}}{\dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z^{ji}_{k}}} = \frac{\omega_{\tilde{k}}}{\omega_k} = RMST^{\breve{j}\breve{i}}_{\tilde{k},k}(z^{\breve{j}\breve{i}}) \quad \text{(FPP.1)}$$

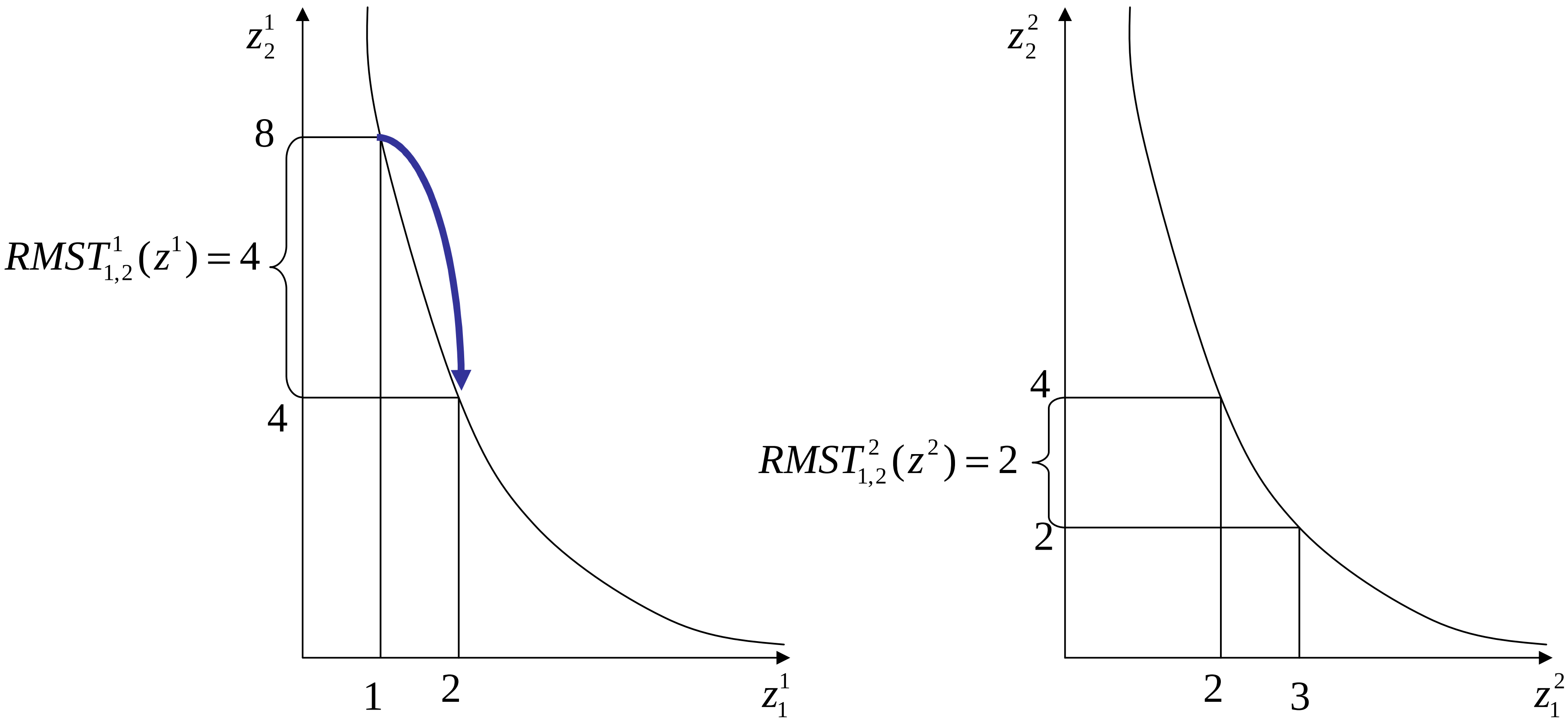
Aumento de la producción de la empresa 2 sin reducir la producción de la empresa 1, reasignando factores entre esas empresas cuando

$$RMST_{1,2}^{1}(z^{1}) > RMST_{1,2}^{2}(z^{2})$$



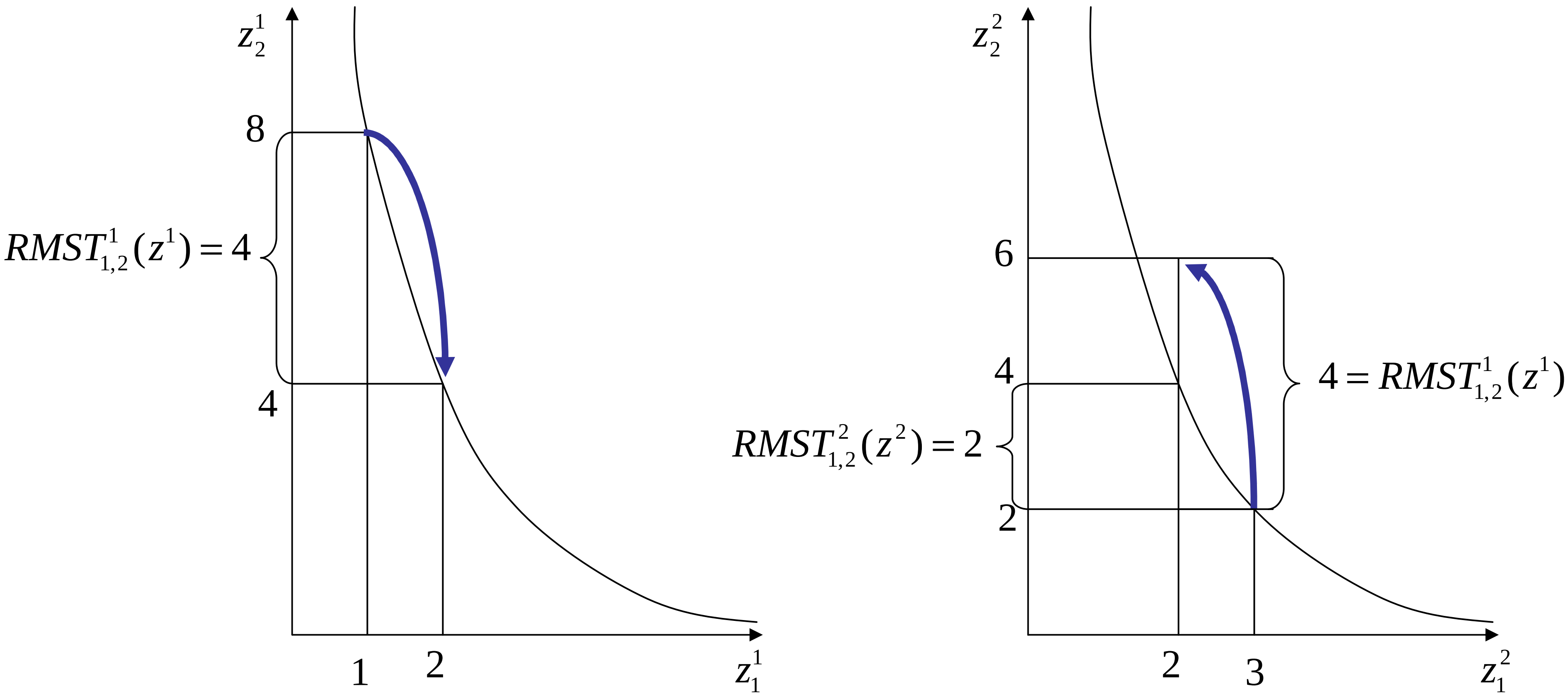
Aumento de la producción de la empresa 2 sin reducir la producción de la empresa 1, reasignando factores entre esas empresas cuando

$$RMST^1_{1,2}(z^1) > RMST^2_{1,2}(z^2)$$



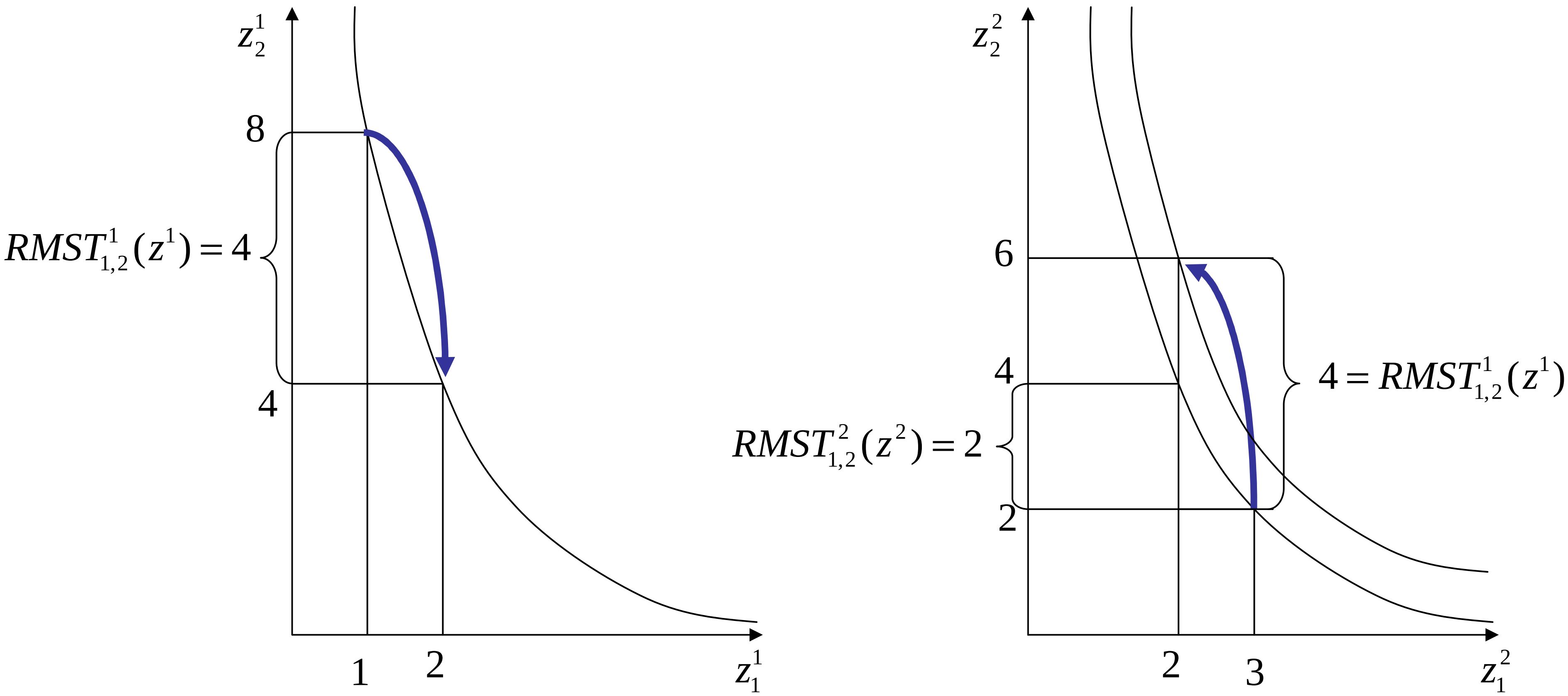
Aumento de la producción de la empresa 2 sin reducir la producción de la empresa 1, reasignando factores entre esas empresas cuando

$$RMST^{1}_{1,2}(z^{1}) > RMST^{2}_{1,2}(z^{2})$$

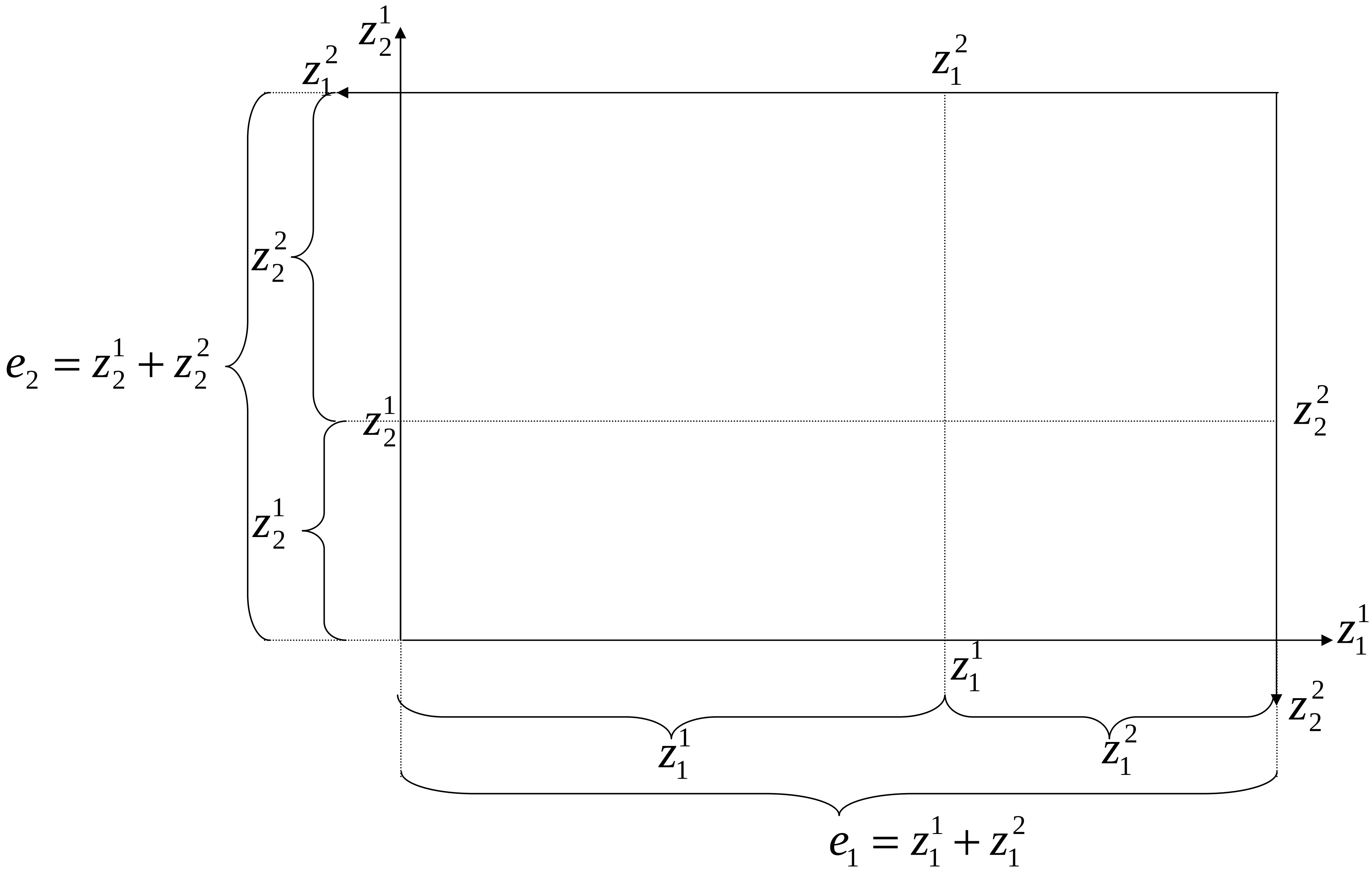


Aumento de la producción de la empresa 2 sin reducir la producción de la empresa 1, reasignando factores entre esas empresas cuando

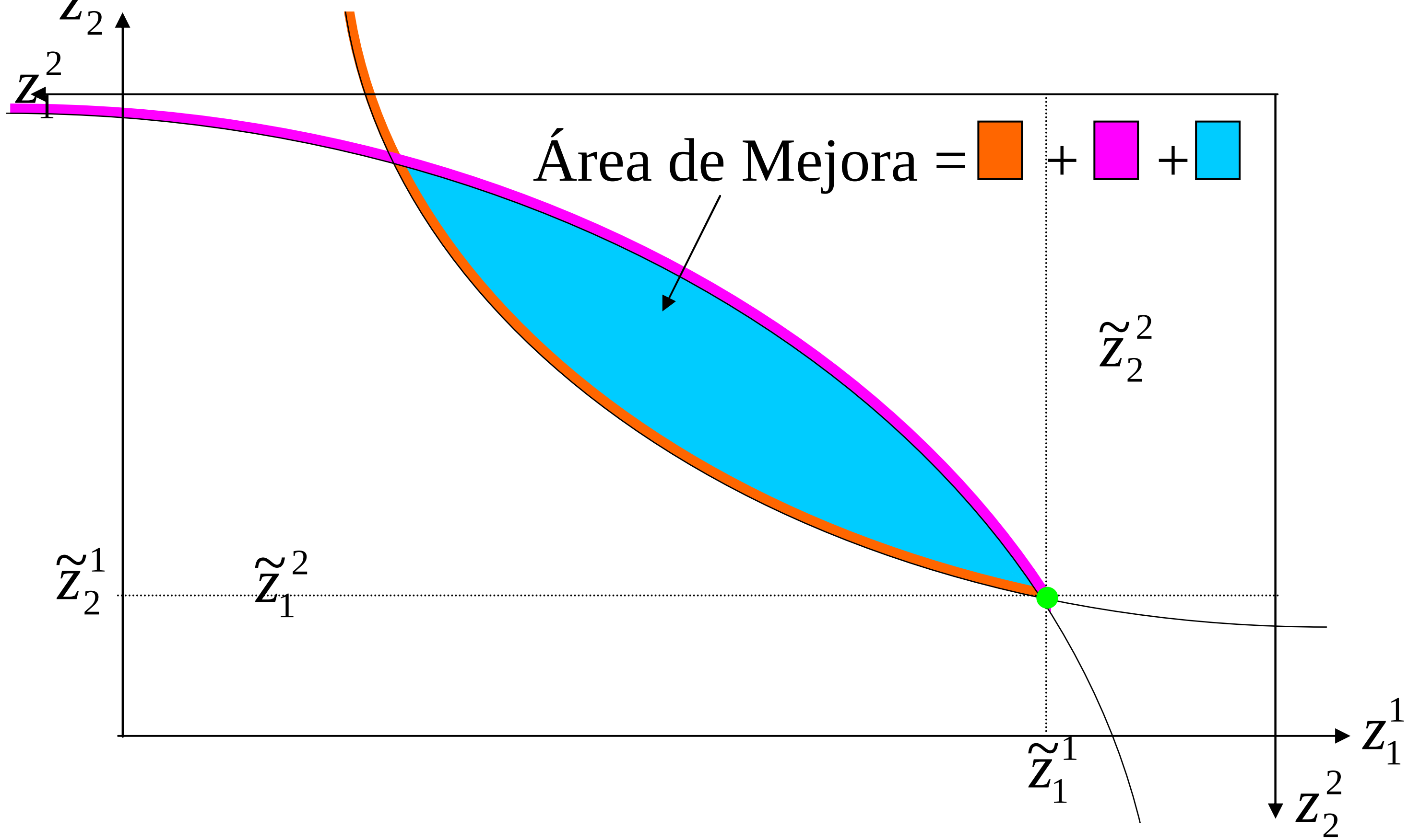
$$RMST^{1}_{1,2}(z^{1}) > RMST^{2}_{1,2}(z^{2})$$



Caja de Edgeworth de Factores



Asignaciones de factores con ineficiecia productiva

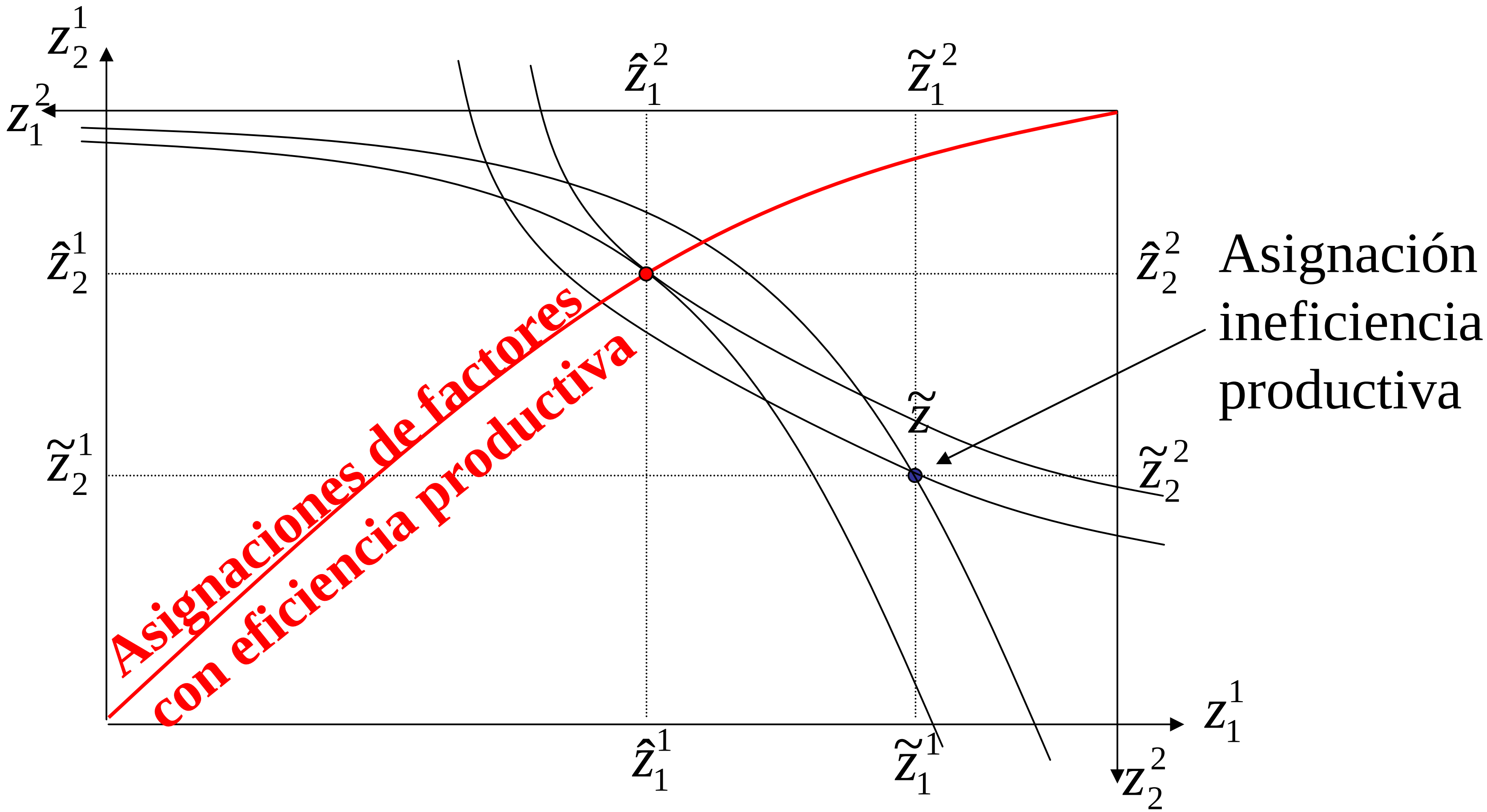


Se produce más del bien 2

Se produce más del bien 1

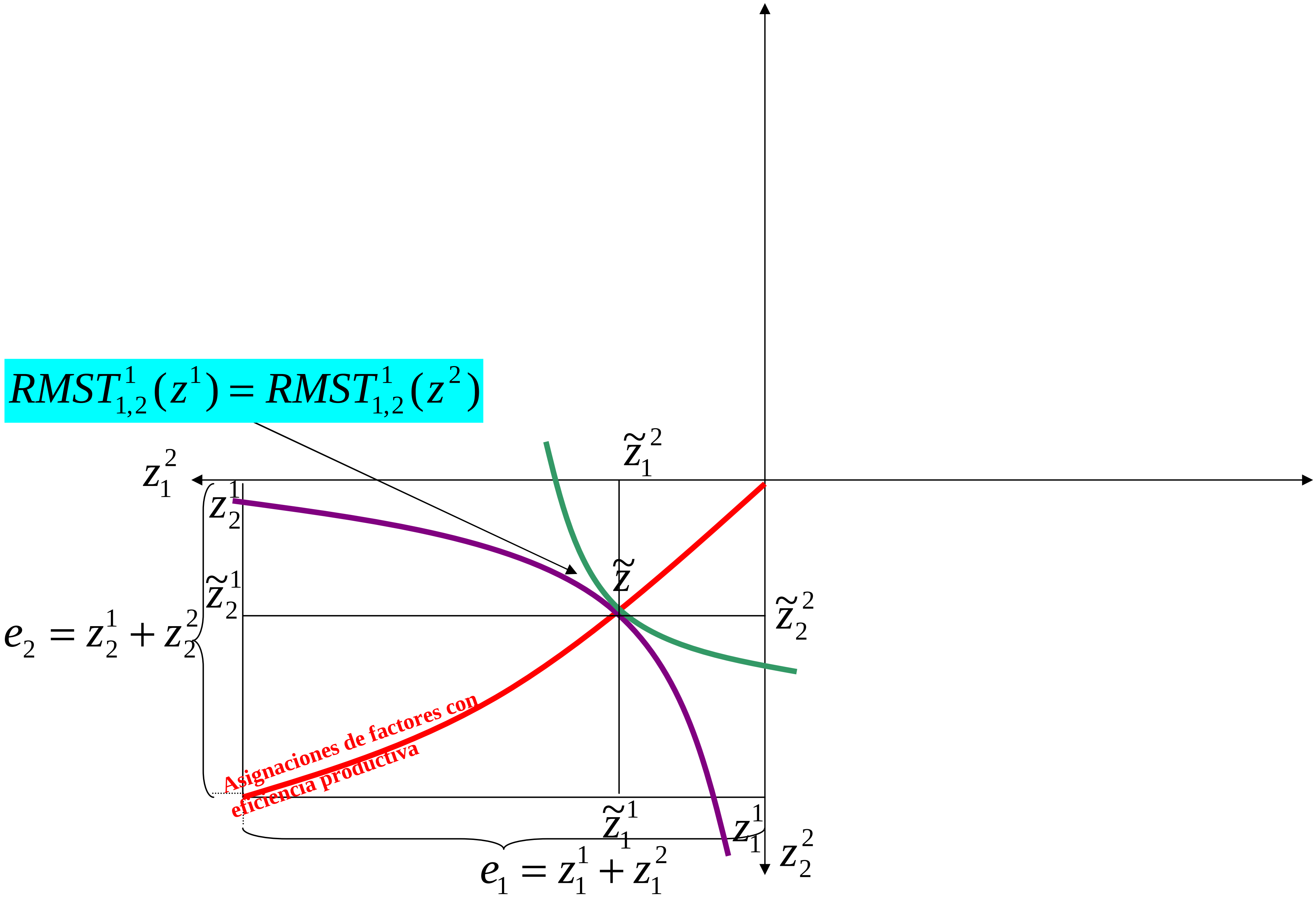
Se produce más de ambos bienes

Asignaciones de factores con eficiencia productiva



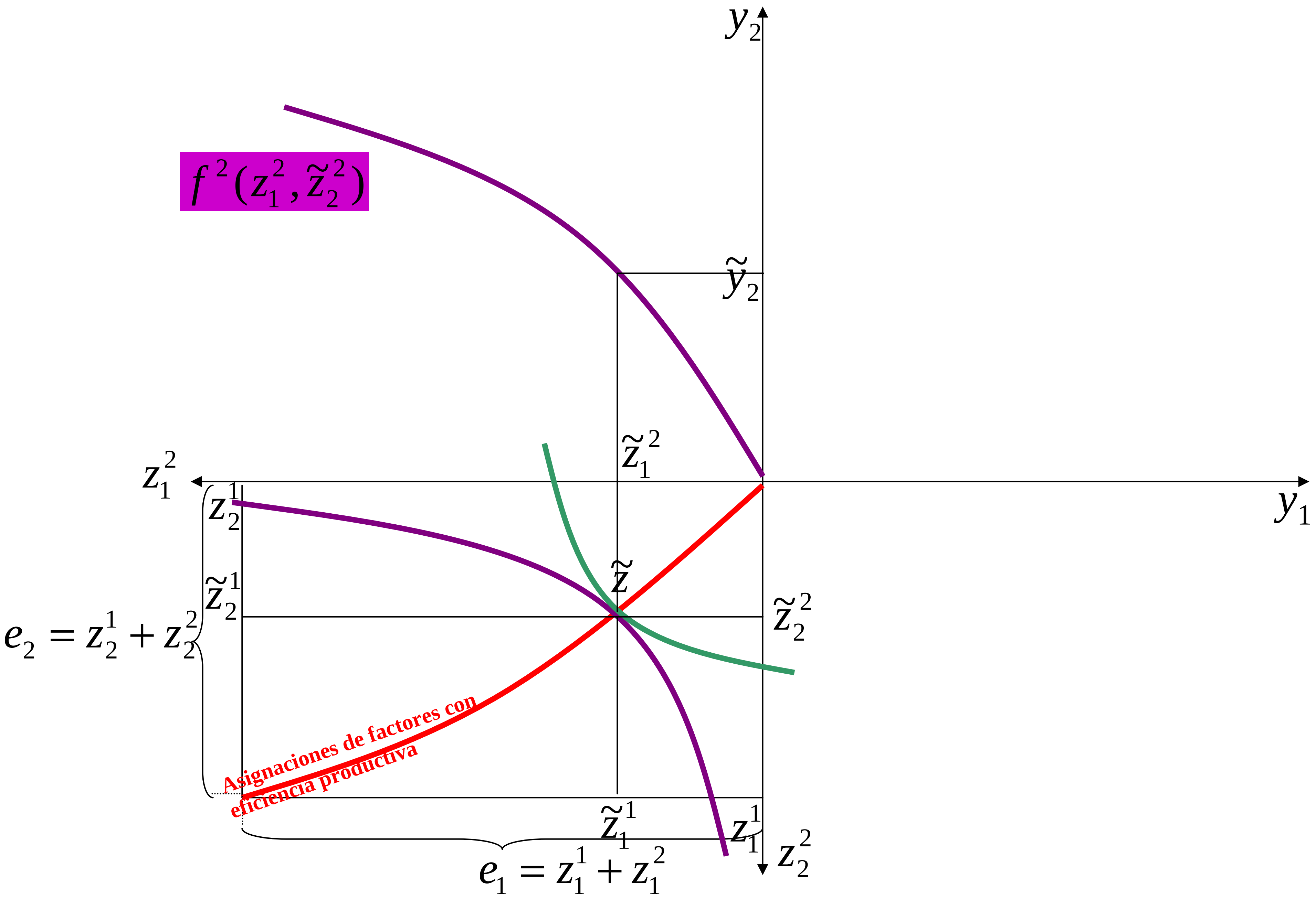
Frontera de Posibilidades de Producción 2× 2× 2

(2 bienes, 2 factores, 2 empresas)



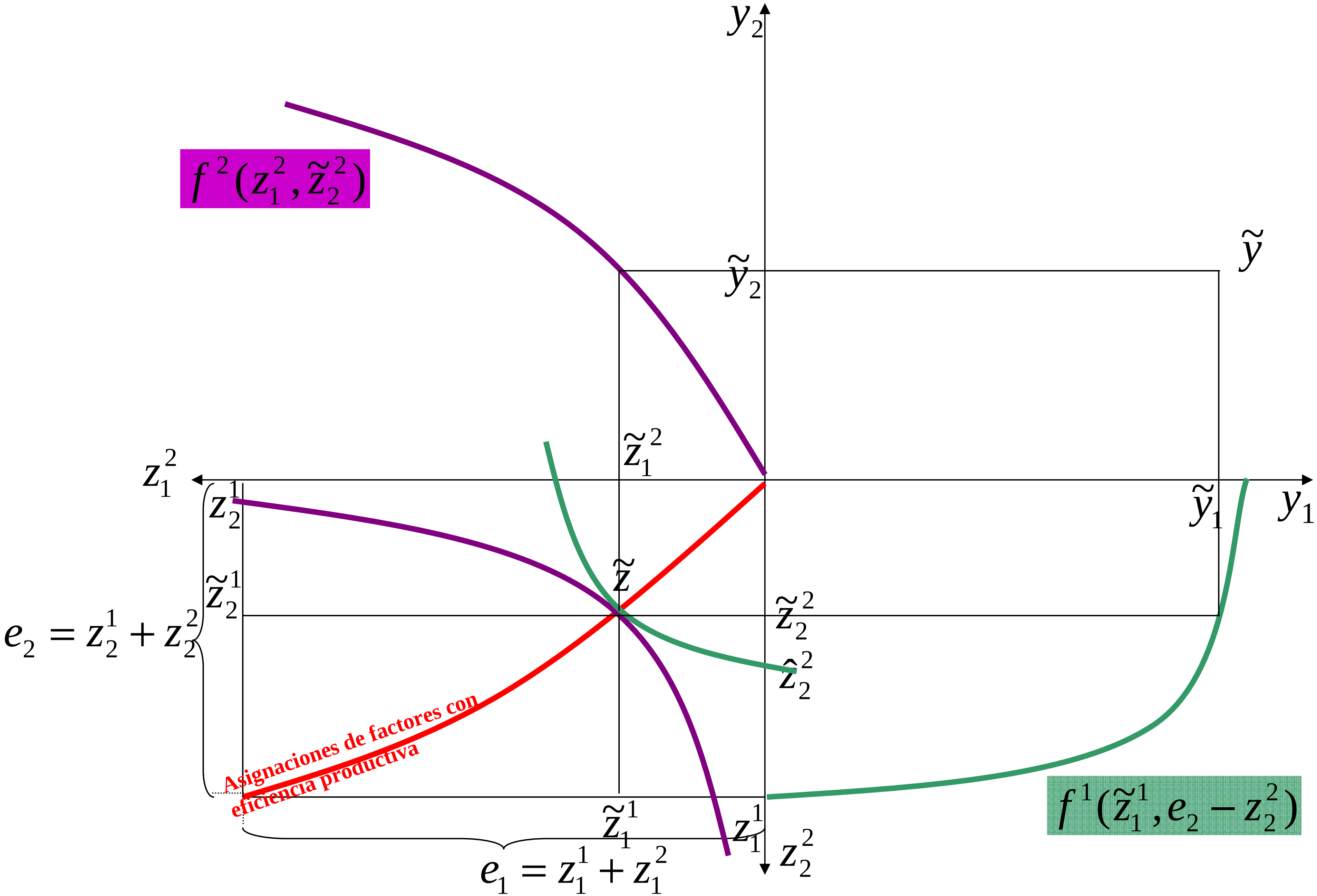
Frontera de Posibilidades de Producción 2× 2× 2

(2 bienes, 2 factores, 2 empresas)



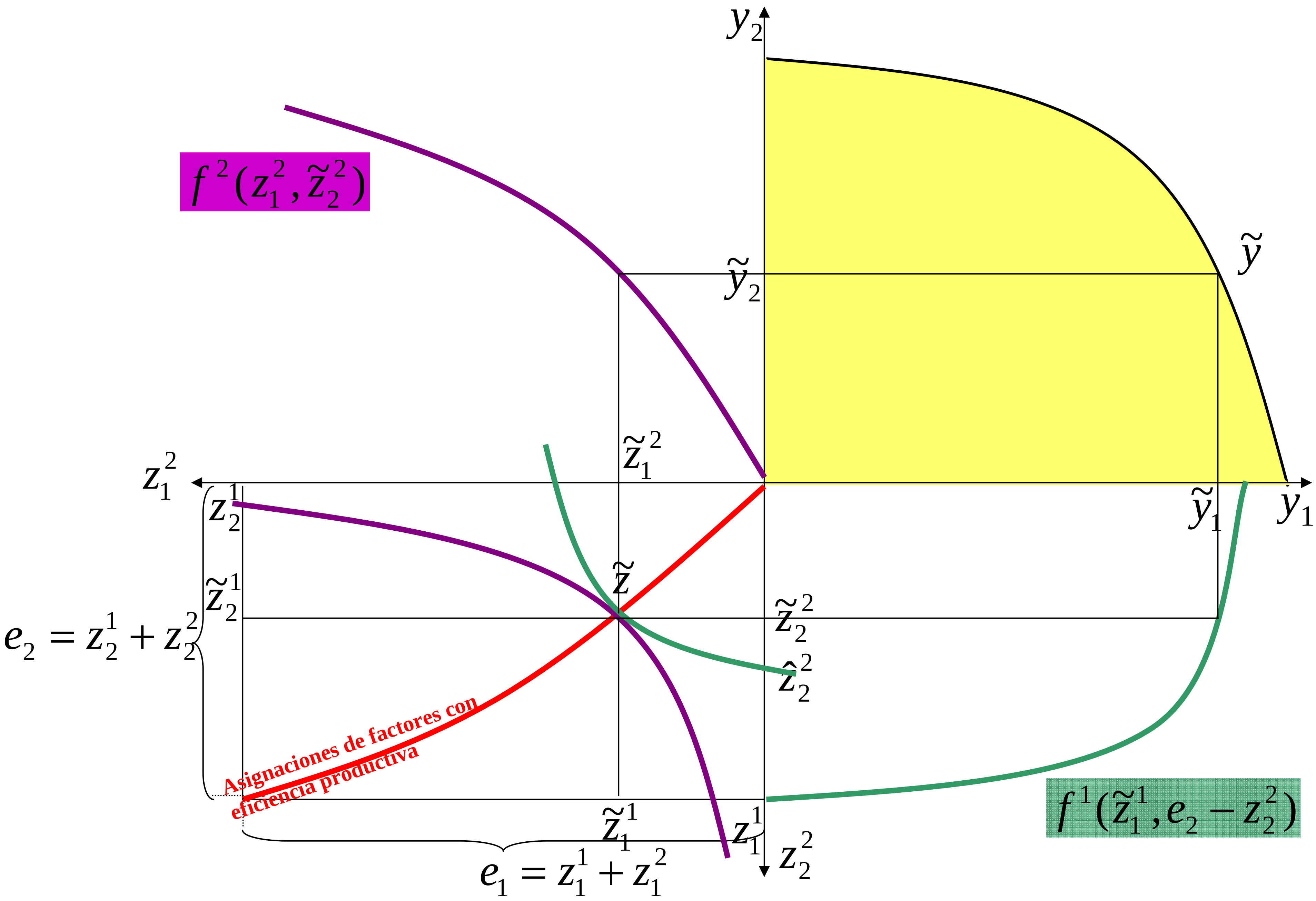
Frontera de Posibilidades de Producción 2× 2× 2

(2 bienes, 2 factores, 2 empresas)



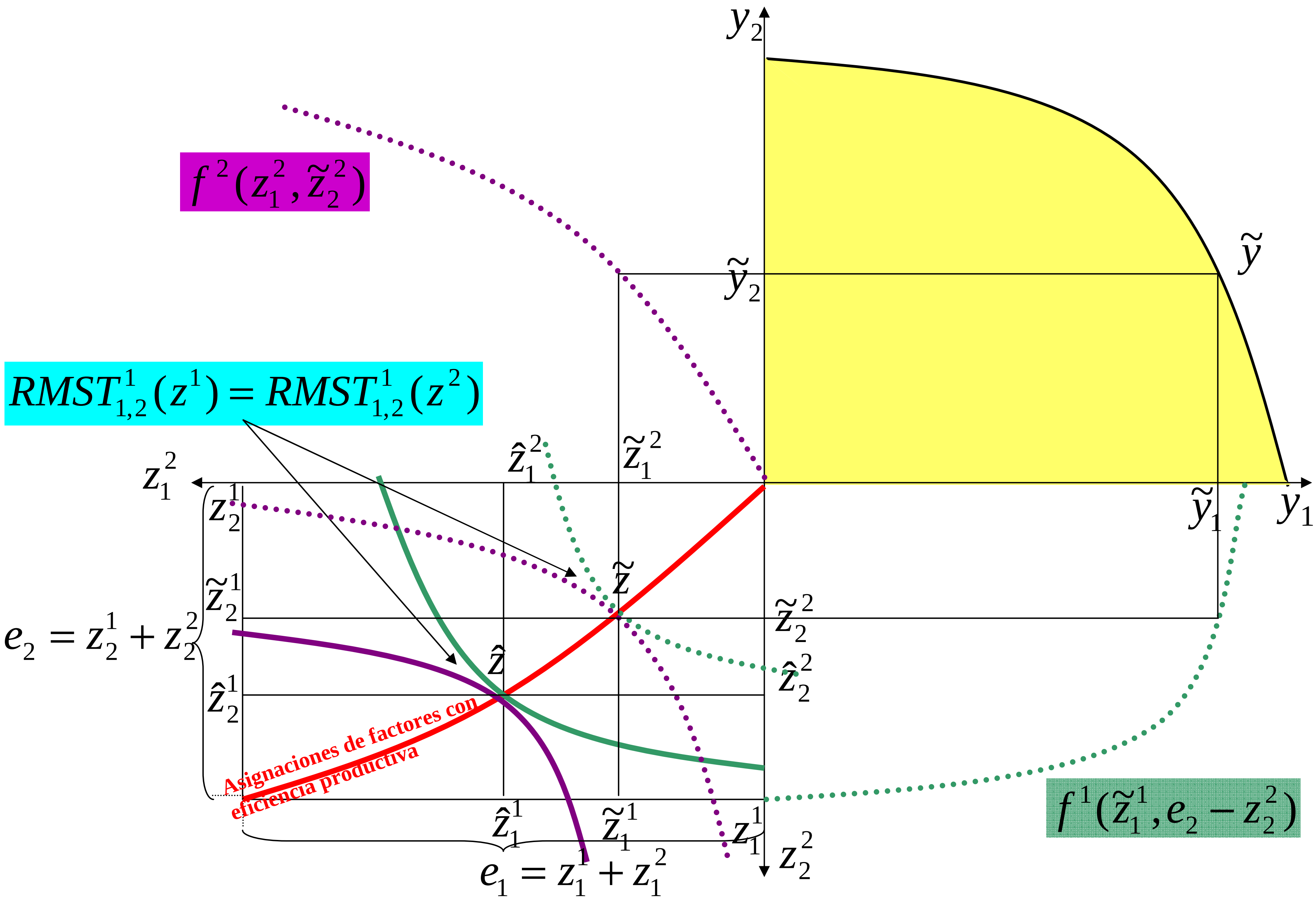
Frontera de Posibilidades de Producción 2× 2× 2

(2 bienes, 2 factores, 2 empresas)



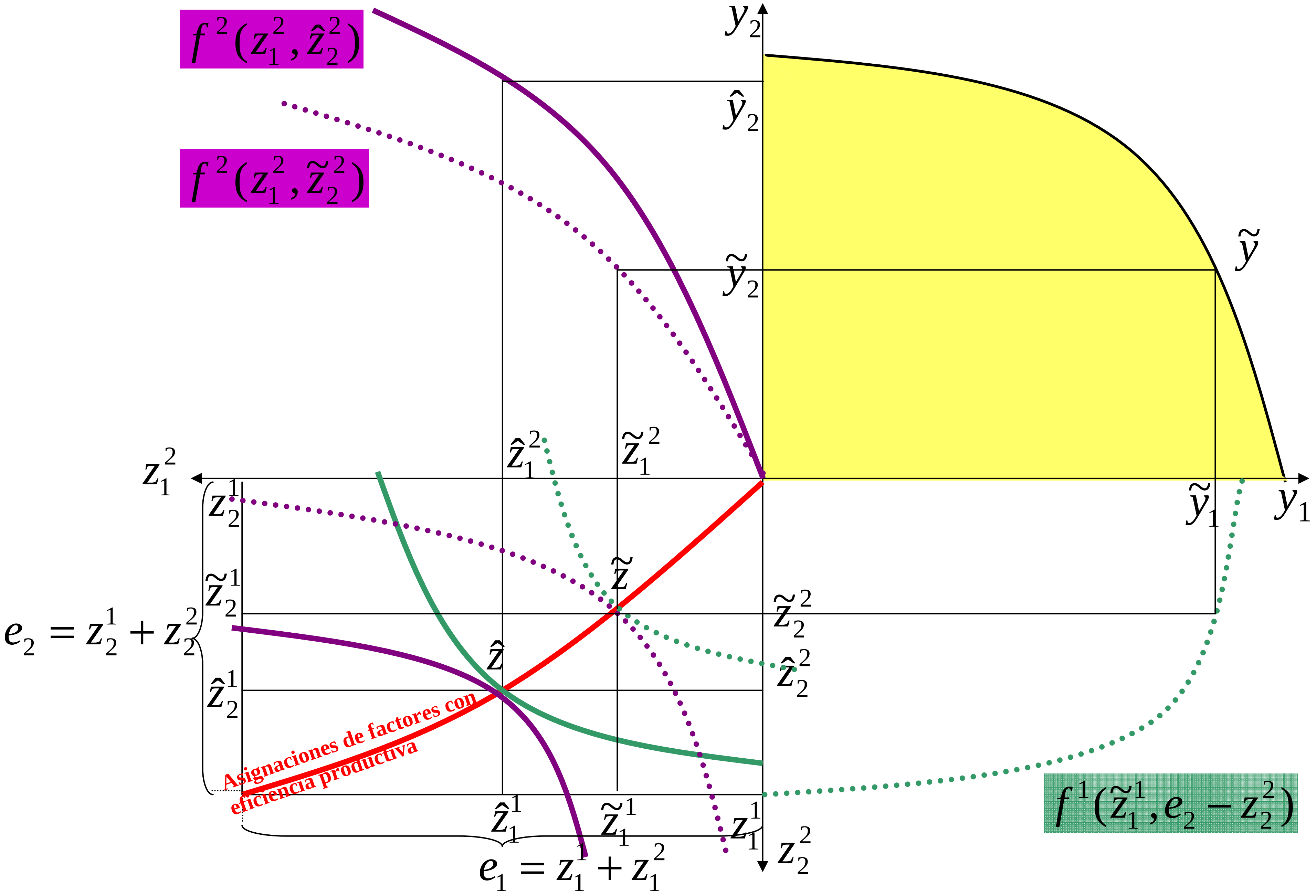
Frontera de Posibilidades de Producción 2× 2× 2

(2 bienes, 2 factores, 2 empresas)



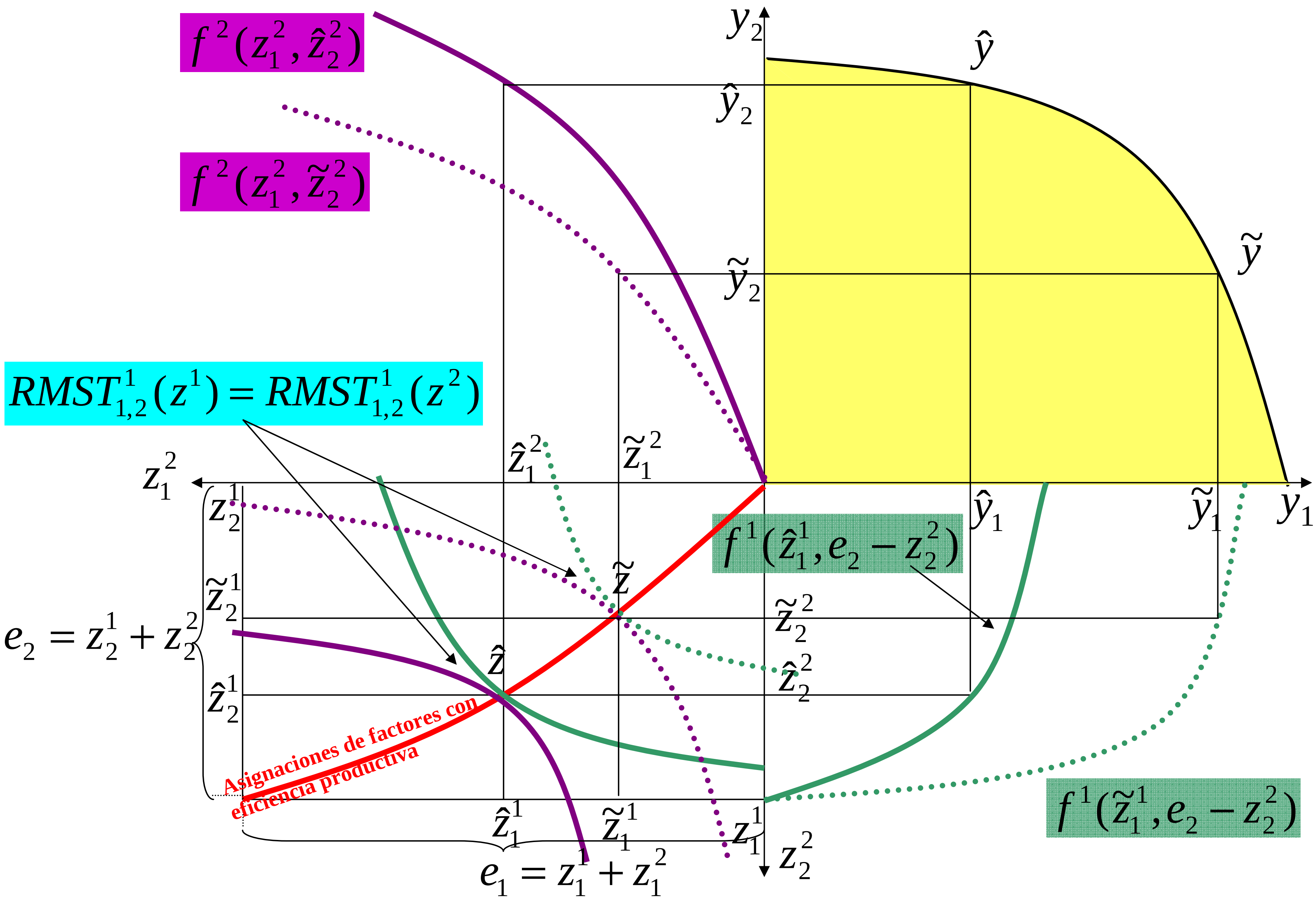
Frontera de Posibilidades de Producción 2× 2× 2

(2 bienes, 2 factores, 2 empresas)



Frontera de Posibilidades de Producción 2× 2× 2

(2 bienes, 2 factores, 2 empresas)



Vamos a denominar $y_{\tilde{i}}(y_{-\tilde{i}}, e)$ a la cantidad máxima de bien $\tilde{i}$ que se puede producir si se produce de los demás bienes el vector $y_{-\tilde{i}} = \left(y_1, y_2, \ldots, y_{\tilde{i}-1}, y_{\tilde{i}+1}, \ldots y_n\right)$, y dado el vector de dotación de factores e:

$$y_{\tilde{i}}(y_{-\tilde{i}}, e) = \max_{z} \quad \sum_{j=1}^{J_{\tilde{i}}} f^{j\tilde{i}}(z^{j\tilde{i}})$$

$$\sum_{j=1}^{J_i} f^{ji}(z^{ji}) \geq y_i \qquad i \in \left\{1, \ldots, \tilde{i}-1, \tilde{i}+1, \ldots, n\right\}$$

$$e_k \geq \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{J_i} z_k^{ji} \qquad k \in \left\{1, 2, \ldots, m\right\}$$

Lagrangiano:

$$\sum_{j=1}^{J_{\tilde{i}}} f^{j\tilde{i}}(z^{j\tilde{i}}) + \sum_{\substack{i=1\\ i\neq\tilde{i}}}^{n} \lambda_i \left(\sum_{j=1}^{J_i} f^{ji}(z^{ji}) - y_i \right) + \sum_{k=1}^{m} \omega_k \left(e_k - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{J_i} z_k^{ji} \right)$$

Condiciones de primer Orden (solución interior):

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial f^{\tilde{j}\tilde{i}}(z^{\tilde{j}\tilde{i}})}{\partial z_k^{\tilde{j}\tilde{i}}} &= \omega_k \\ \lambda_i \frac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}} &= \omega_k \end{aligned}\right\} \Rightarrow \lambda_i = \frac{\dfrac{\omega_k}{\dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}}}}{\dfrac{\omega_k}{\dfrac{\partial f^{\tilde{j}\tilde{i}}(z^{\tilde{j}\tilde{i}})}{\partial z_k^{\tilde{j}\tilde{i}}}}} = \frac{\dfrac{\partial f^{\tilde{j}\tilde{i}}(z^{\tilde{j}\tilde{i}})}{\partial z_k^{\tilde{j}\tilde{i}}}}{\dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}}}$$

$$y_{\tilde{i}}(y_{-\tilde{i}},e)=\max_{z}\sum_{j=1}^{J_{\tilde{i}}} f^{j\tilde{i}}(z^{j\tilde{i}})+\sum_{\substack{i=1\\ i\neq\tilde{i}}}^{n}\lambda_i\left(\sum_{j=1}^{J_i} f^{ji}(z^{ji})-y_i\right)$$

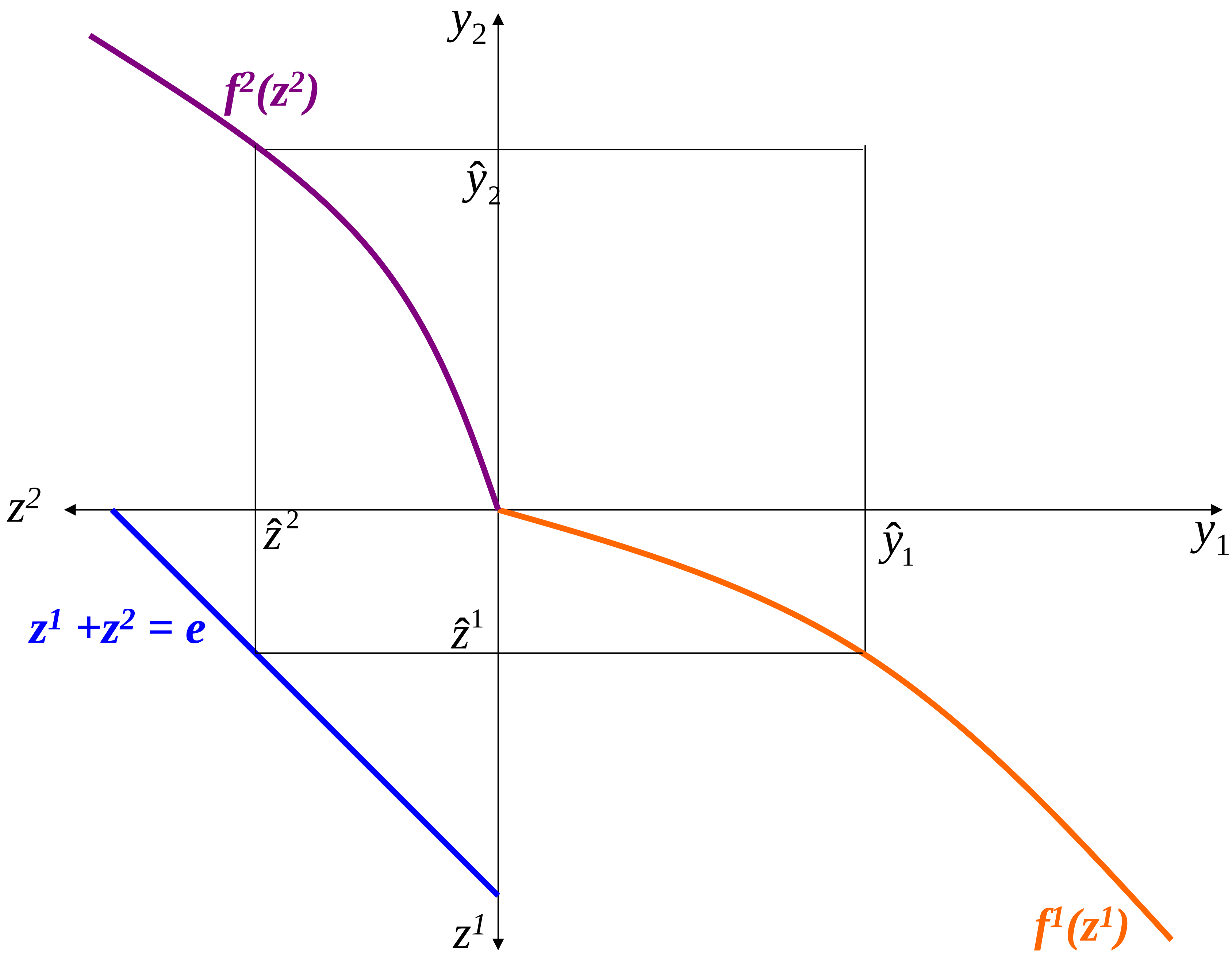
Aplicando el teorema de la envolvente:

$$\frac{\partial y_{\tilde{i}}(y_{-\tilde{i}},e)}{\partial y_i}=-\lambda_i$$

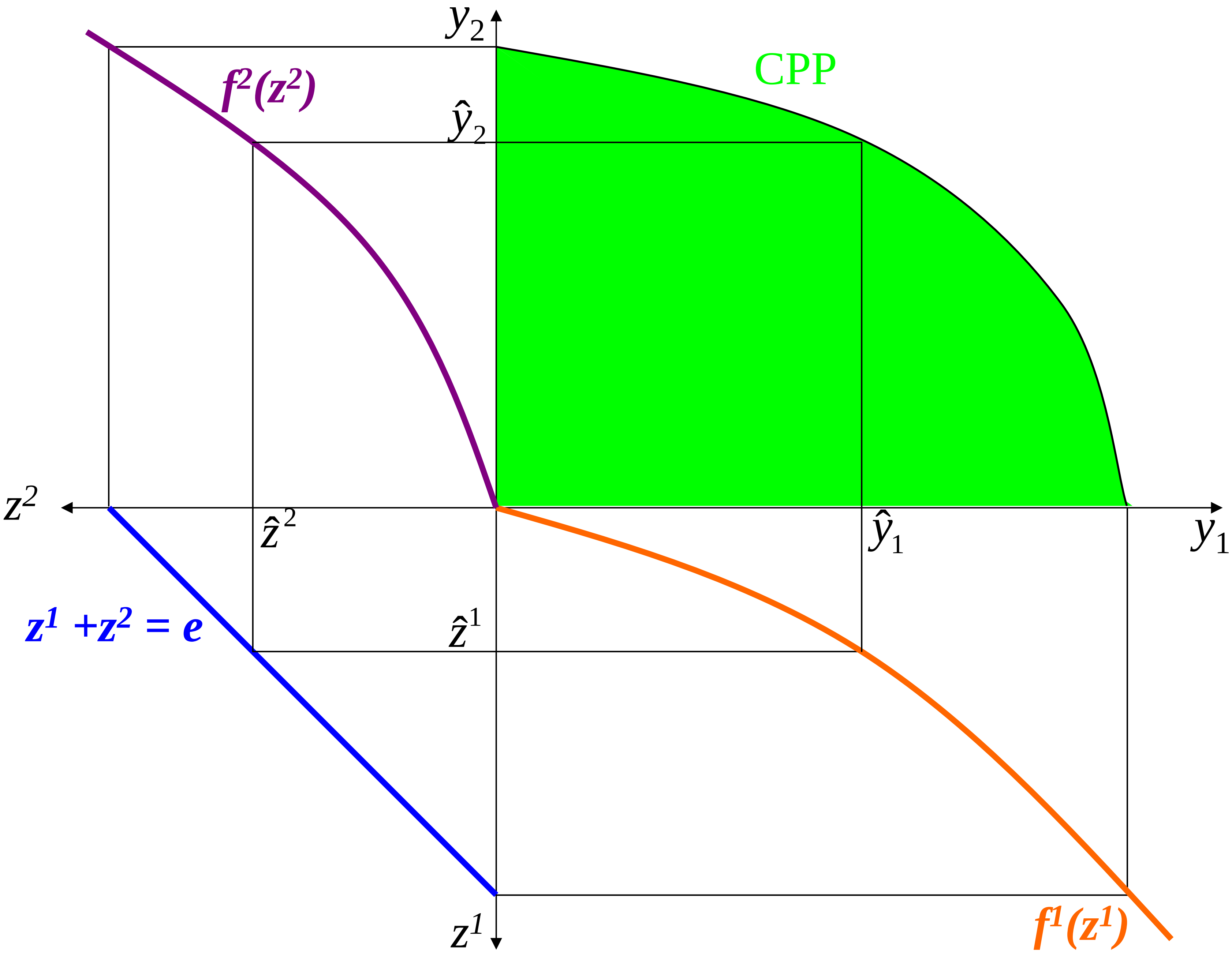
Por tanto:

$$RMT_{i,\tilde{i}}(y)=-\left.\frac{\partial y_{\tilde{i}}}{\partial y_i}\right|_{FPP}=\lambda_i=\frac{\dfrac{\partial f^{\tilde{j}\tilde{i}}(z^{\tilde{j}\tilde{i}})}{\partial z_k^{\tilde{j}\tilde{i}}}}{\dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}}} \qquad \text{(FPP.3)}$$

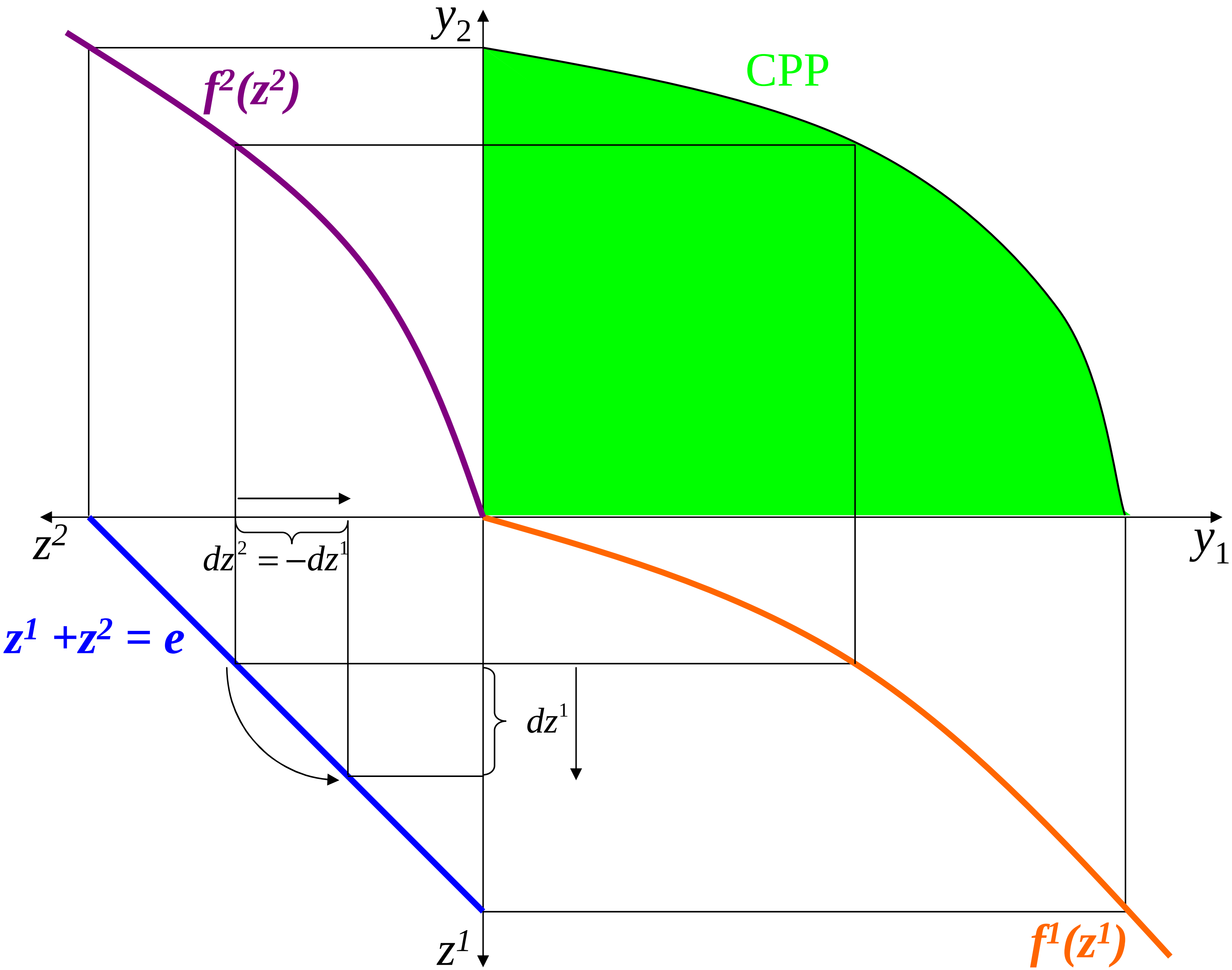
RMT con dos bienes, dos empresas y un solo factor



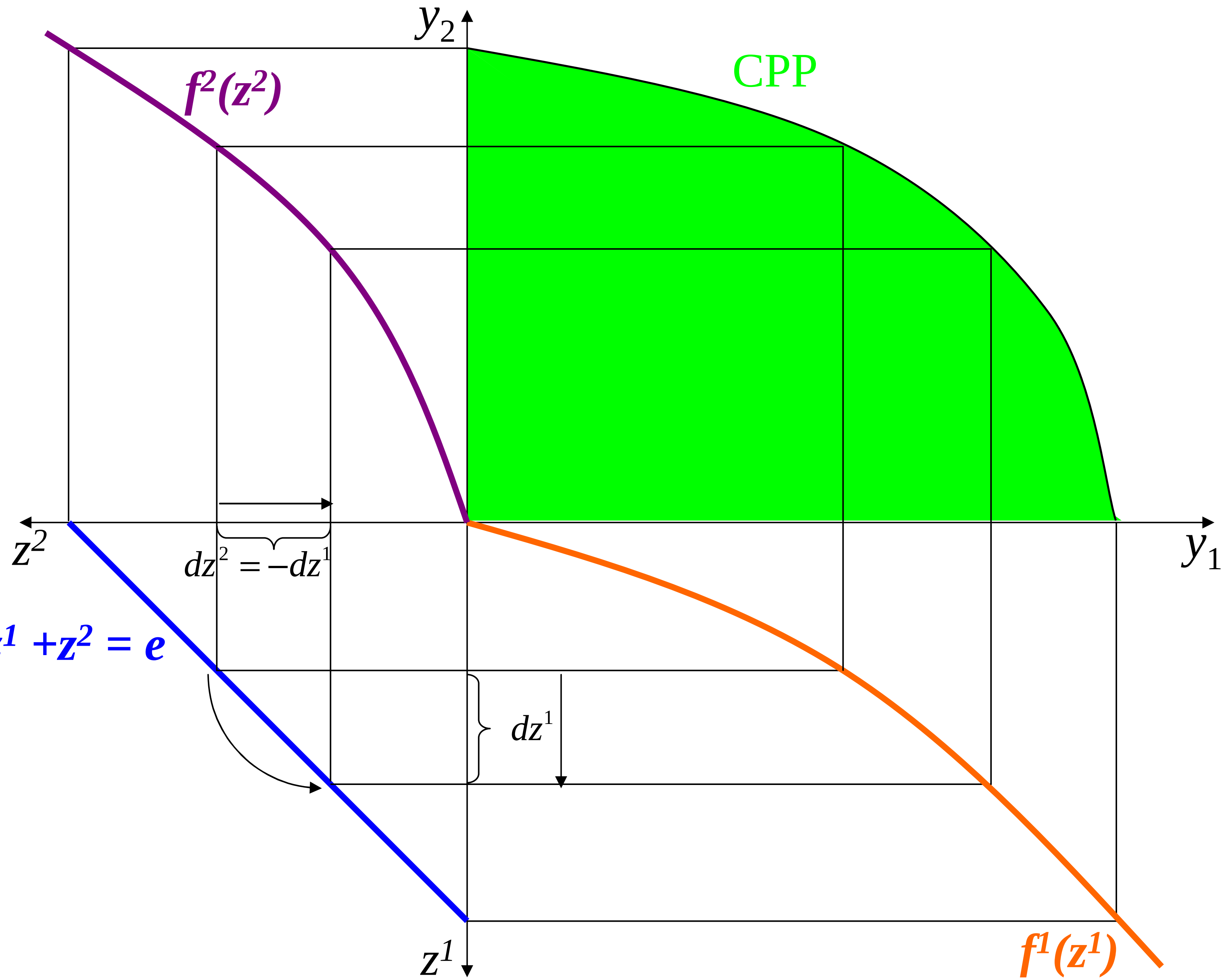
RMT con dos bienes, dos empresas y un solo factor



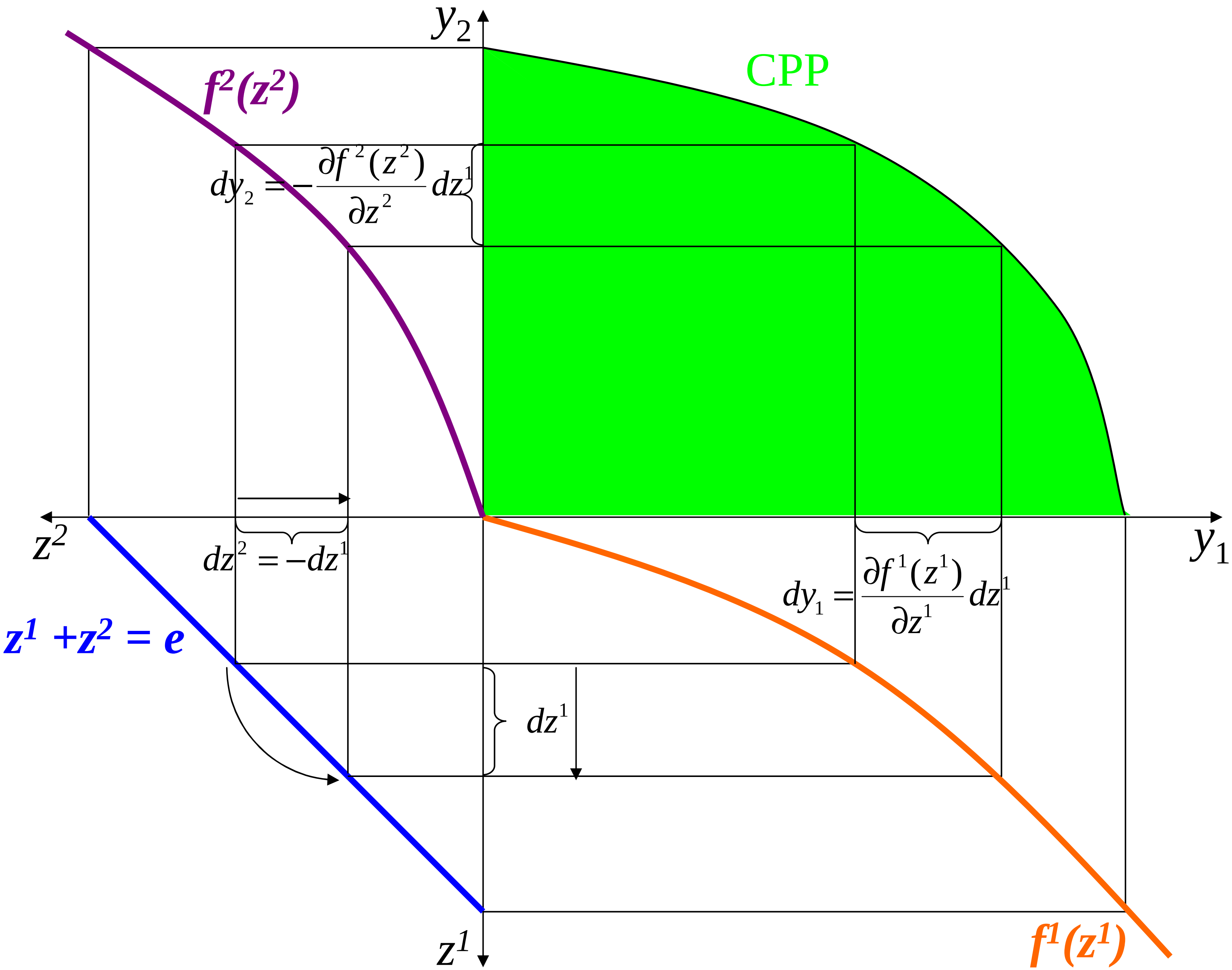
RMT con dos bienes, dos empresas y un solo factor



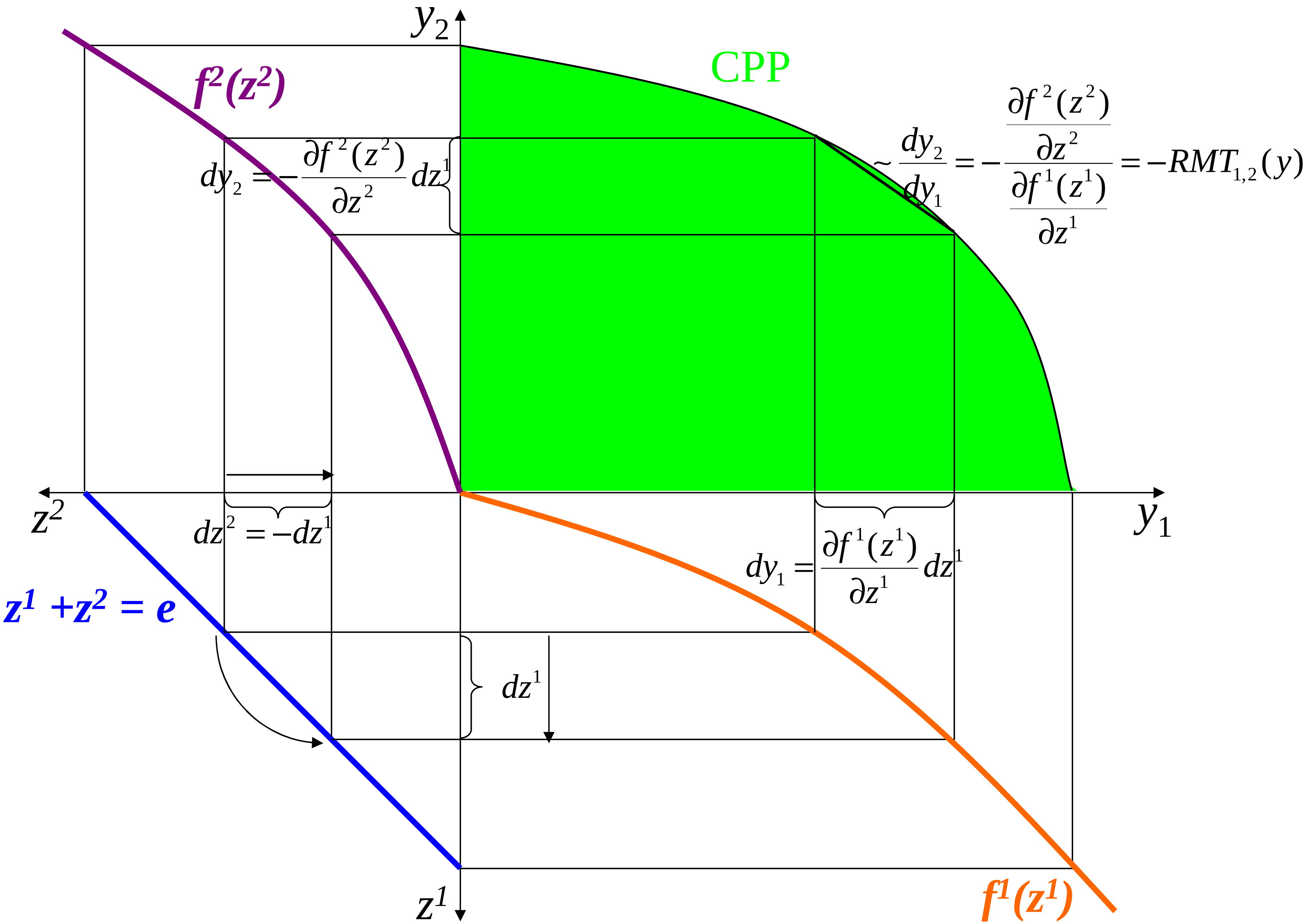
RMT con dos bienes, dos empresas y un solo factor



RMT con dos bienes, dos empresas y un solo factor



RMT con dos bienes, dos empresas y un solo factor



Óptimo de Pareto: Si una asignación factible es eficiente en sentido de Pareto $\left(\left(\hat{x}^h \right)_{h=1}^{H}, \left(\left(\hat{y}^{ji}, \hat{z}^{ji} \right)_{j=1}^{J_i} \right)_{i=1}^{n} \right)$, entonces:

$$\max_{\left(\hat{x}^h \right)_{h=1}^{H}, \left(\left(y^{ji}, z^{ji} \right)_{j=1}^{J_i} \right)_{i=1}^{n}} \quad u^1(x^1)$$

$$u^h(x^h) \geq \hat{u}^h \qquad h \in \{2,3,\ldots,H\}$$

$$y_i \geq \sum_{h=1}^{H} x_i^h \qquad i \in \{1,3,\ldots,n\}$$

$$\sum_{j=1}^{J_i} f^{ji}(z^{ji}) \geq y_i \qquad i \in \{1,3,\ldots,n\}$$

$$e_k \geq \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{J_i} z_k^{ji} \qquad k \in \{1,2,\ldots,m\}$$

donde $\hat{u}^h \equiv u^h(x^h)$.

Substituyendo $\sum_{j=1}^{J_i} f^{ji}(z^{ji}) = y_i$:

$$\max_{\left(\hat{x}^h\right)_{h=1}^{H},\left(\left(z^{ji}\right)_{j=1}^{J_i}\right)_{i=1}^{n}} \quad u^1(x^1)$$

$$u^h(x^h) \geq \hat{u}^h \qquad h \in \{2,3,\ldots,H\}$$

$$\sum_{j=1}^{J_i} f^{ji}(z^{ji}) \geq \sum_{h=1}^{H} x_i^h \qquad i \in \{1,3,\ldots,n\}$$

$$e_k \geq \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{J_i} z_k^{ji} \qquad k \in \{1,2,\ldots,m\}$$

Lagrangiano:

$$L = u^1(x^1) + \sum_{h=2}^{H} \lambda^h \left(u^h(x^h) - \hat{u}^h\right) + \sum_{i=1}^{n} \wp_i \left(\sum_{j=1}^{J_i} f^{ji}(z^{ji}) - \sum_{h=1}^{H} x_i^h \right) + \sum_{k=1}^{m} \omega_k \left(e_k - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{J_i} z_k^{ji} \right)$$

Condiciones de primer orden para solución interior son:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i^h} = \lambda^h \frac{\partial u^h(x^h)}{\partial x_i^h} - \wp_i = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial z_k^{ji}} = \wp_i \frac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}} - \omega_k = 0$$

Eficiencia en la asignación factorial entre empresas del mismo sector: las productividades marginales de un factor se iguala entre <u>las empresas del mismo sector:</u>

$$\left.\begin{array}{l} \wp_i \dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}} = \omega_k \\ \wp_i \dfrac{\partial f^{\tilde{j}i}(z^{\tilde{j}i})}{\partial z_k^{\tilde{j}i}} = \omega_k \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}} = \dfrac{\partial f^{\tilde{j}i}(z^{\tilde{j}i})}{\partial z_k^{\tilde{j}i}}} \qquad \text{(OP1)}$$

Eficiencia en la asignación factorial entre empresas de todos los sectores: las RMST de dos factores se igualan entre las empresas de <u>todos los sectores</u>

$$
\left.\begin{array}{l}
\left.\begin{array}{l}
\wp_i \dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z^{ji}_{\tilde{k}}} = \omega_{\tilde{k}} \\[2ex]
\wp_i \dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z^{ji}_{k}} = \omega_{k}
\end{array}\right\} \Rightarrow RMST^{ji}_{\tilde{k},k}(z^{ji}) = \dfrac{\dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z^{ji}_{\tilde{k}}}}{\dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z^{ji}_{k}}} = \dfrac{\omega_{\tilde{k}}}{\omega_k} \\[6ex]
\left.\begin{array}{l}
\wp_i \dfrac{\partial f^{\breve{j}\breve{i}}(z^{\breve{j}\breve{i}})}{\partial z^{\breve{j}\breve{i}}_{\tilde{k}}} = \omega_{\tilde{k}} \\[2ex]
\wp_i \dfrac{\partial f^{\breve{j}\breve{i}}(z^{\breve{j}\breve{i}})}{\partial z^{\breve{j}\breve{i}}_{k}} = \omega_{k}
\end{array}\right\} \Rightarrow RMST^{\breve{j}\breve{i}}_{\tilde{k},k}(z^{\breve{j}\breve{i}}) = \dfrac{\dfrac{\partial f^{\breve{j}\breve{i}}(z^{\breve{j}\breve{i}})}{\partial z^{\breve{j}\breve{i}}_{\tilde{k}}}}{\dfrac{\partial f^{\breve{j}\breve{i}}(z^{\breve{j}\breve{i}})}{\partial z^{\breve{j}\breve{i}}_{k}}} = \dfrac{\omega_{\tilde{k}}}{\omega_k}
\end{array}\right\} \Rightarrow
$$

$$
RMST^{ji}_{\tilde{k},k}(z^{ji}) = RMST^{\breve{j}\breve{i}}_{\tilde{k},k}(z^{\breve{j}\breve{i}}) \qquad \text{(OP2)}
$$

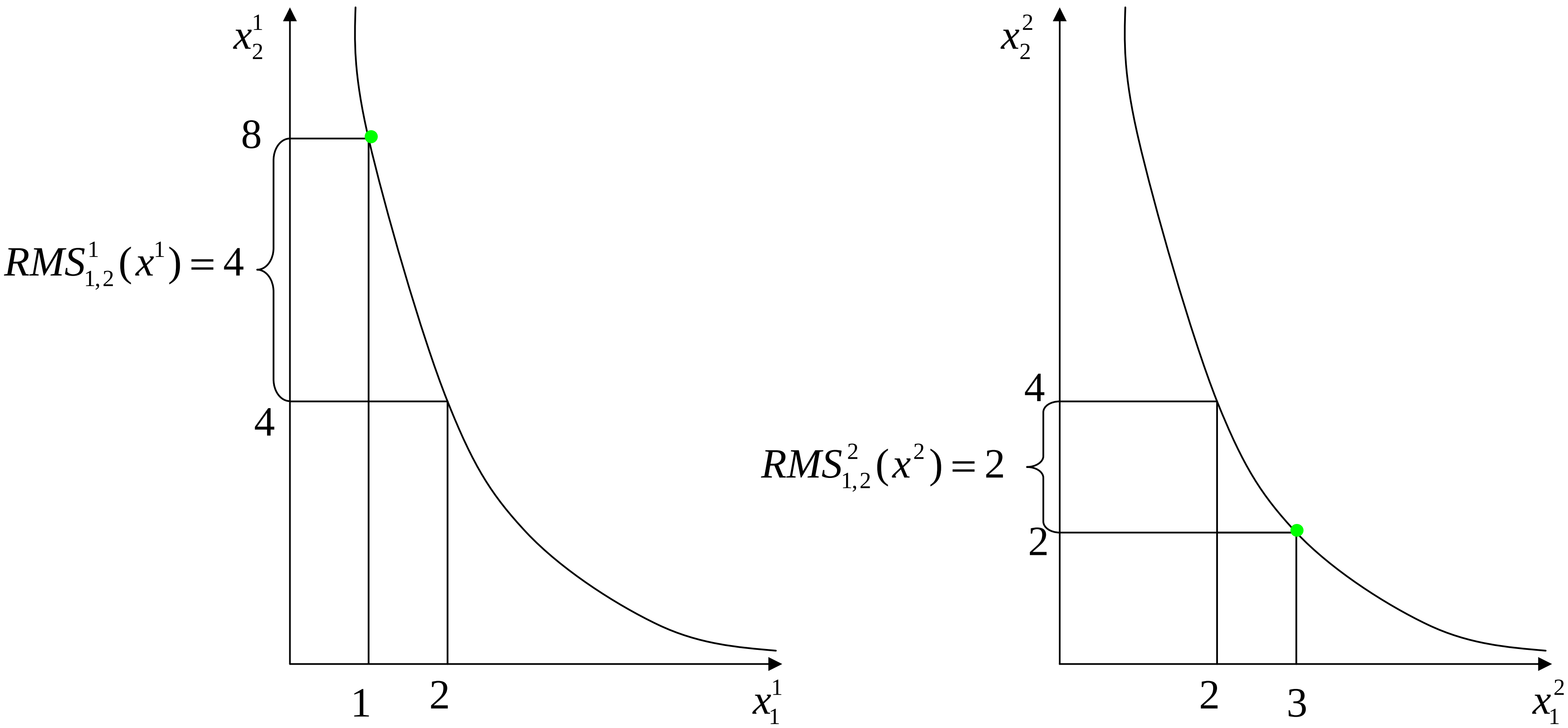
Eficiencia asignativa del consumo: las RMS entre dos bienes se igualan para todos los consumidores.

$$\left.\begin{array}{l}
\left.\begin{array}{l}
\lambda^h \dfrac{\partial u^h(x^h)}{\partial x_i^h} = \wp_i \\[2ex]
\lambda^h \dfrac{\partial u^h(x^h)}{\partial x_{\tilde{i}}^h} = \wp_{\tilde{i}}
\end{array}\right\} \Rightarrow RMS_{i,\tilde{i}}^h(x^h) = \dfrac{\dfrac{\partial u^h(x^h)}{\partial x_i^h}}{\dfrac{\partial u^h(x^h)}{\partial x_{\tilde{i}}^h}} = \dfrac{\wp_i}{\wp_{\tilde{i}}} \\[6ex]
\left.\begin{array}{l}
\lambda^{\breve{h}} \dfrac{\partial u^{\breve{h}}(x^{\breve{h}})}{\partial x_i^{\breve{h}}} = \wp_i \\[2ex]
\lambda^{\breve{h}} \dfrac{\partial u^{\breve{h}}(x^{\breve{h}})}{\partial x_{\tilde{i}}^{\breve{h}}} = \wp_{\tilde{i}}
\end{array}\right\} \Rightarrow RMS_{i,\tilde{i}}^h(x^h) = \dfrac{\dfrac{\partial u^{\breve{h}}(x^{\breve{h}})}{\partial x_i^{\breve{h}}}}{\dfrac{\partial u^{\breve{h}}(x^{\breve{h}})}{\partial x_{\tilde{i}}^{\breve{h}}}} = \dfrac{\wp_i}{\wp_{\tilde{i}}}
\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$RMS_{i,\tilde{i}}^h(x^h) = RMS_{i,\tilde{i}}^{\breve{h}}(x^{\breve{h}}) \qquad \text{(OP3)}$$

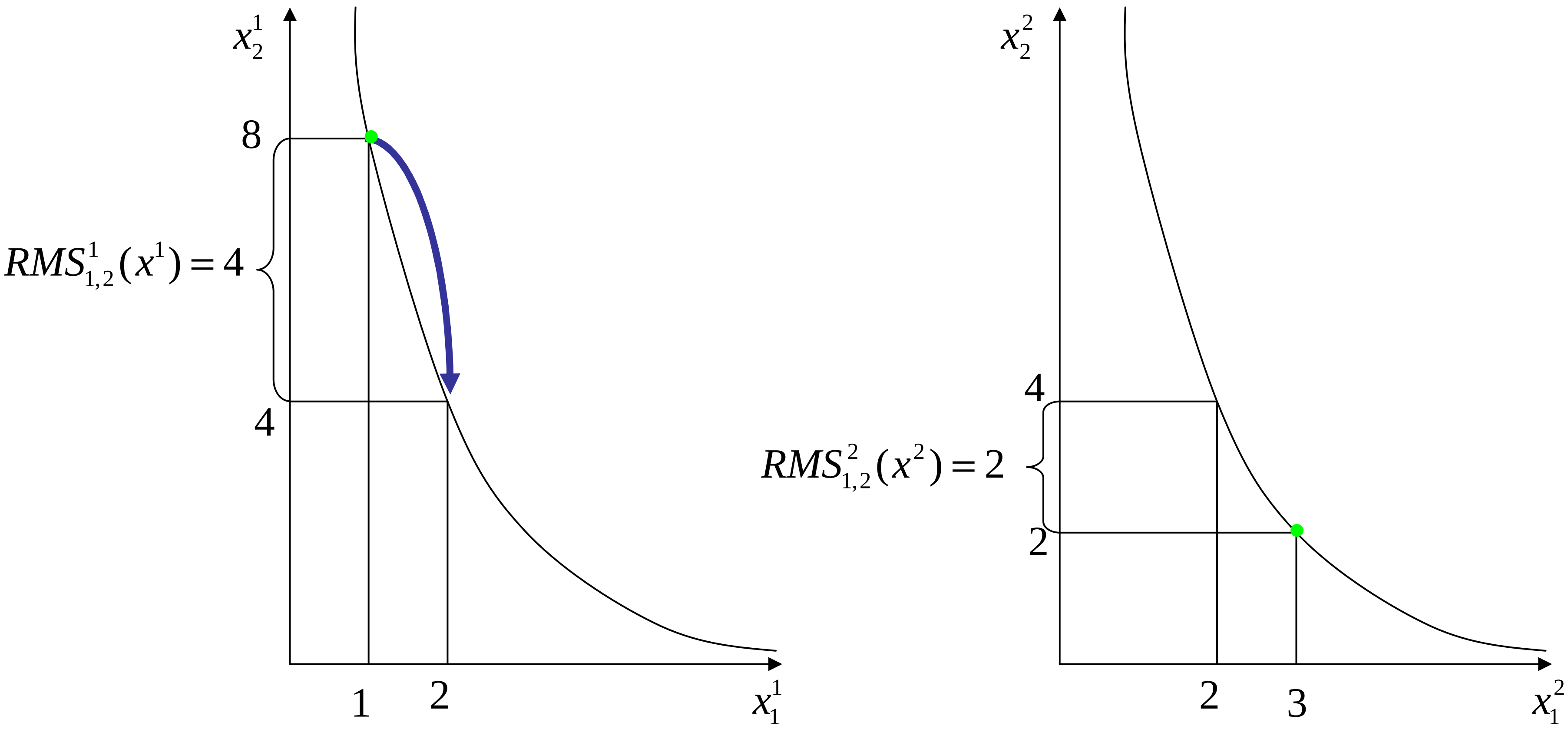
Mejora en sentido de Pareto cuando $RMS^1_{1,2}(x^1) > RMS^2_{1,2}(x^2)$**:**

el consumidor 1 permanece igual el consumidor 2 mejora



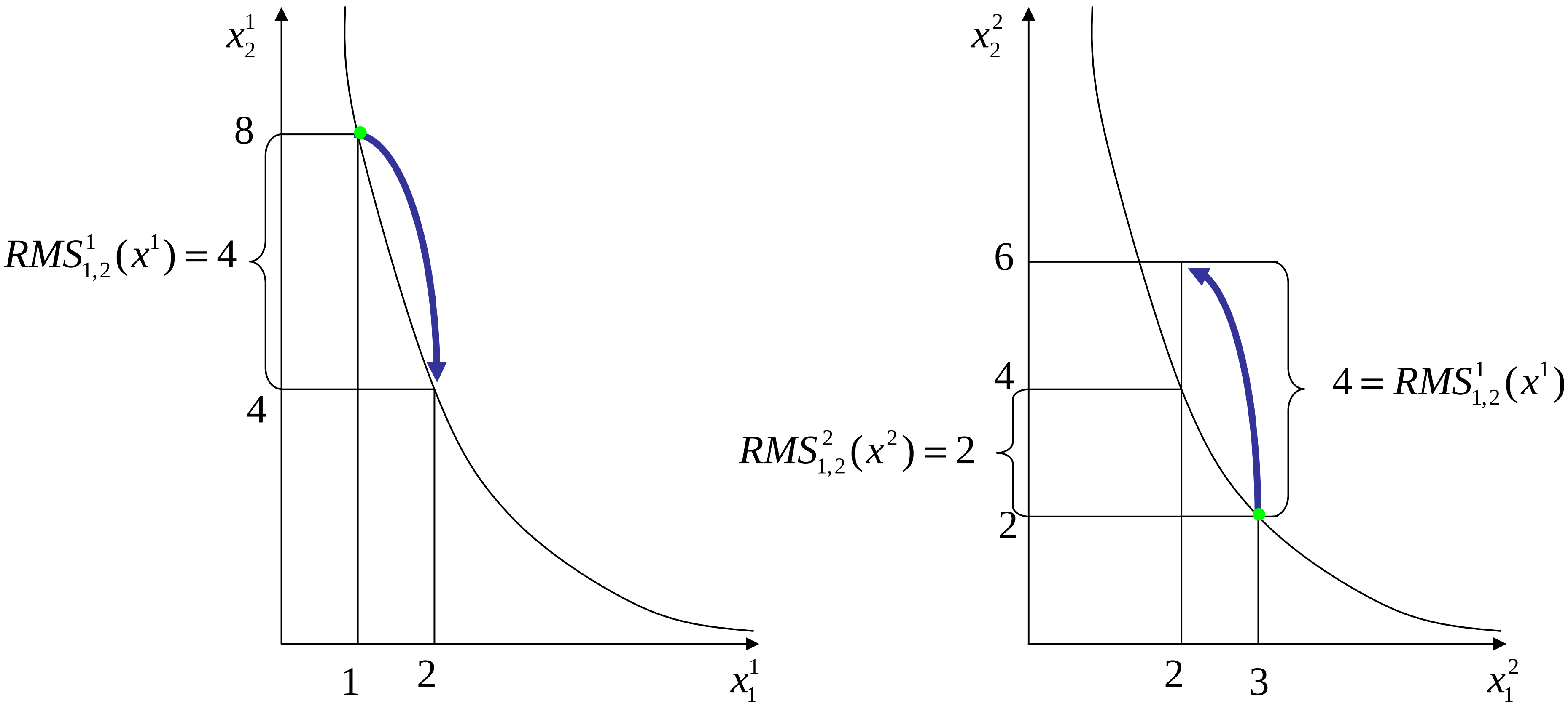
Mejora en sentido de Pareto cuando $RMS^1_{1,2}(x^1) > RMS^2_{1,2}(x^2)$**:**

el consumidor 1 permanece igual el consumidor 2 mejora



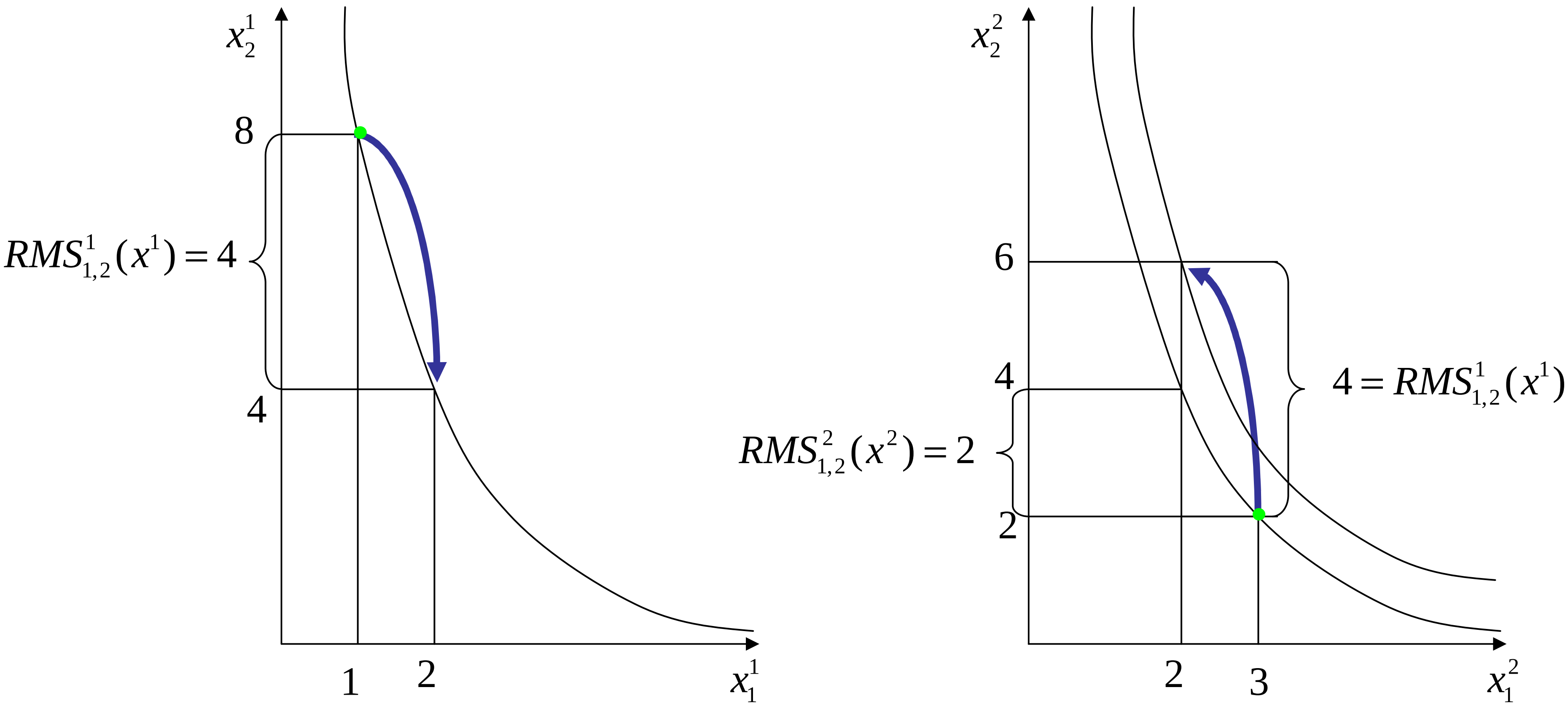
Mejora en sentido de Pareto cuando $RMS^1_{1,2}(x^1) > RMS^2_{1,2}(x^2)$**:**

el consumidor 1 permanece igual el consumidor 2 mejora

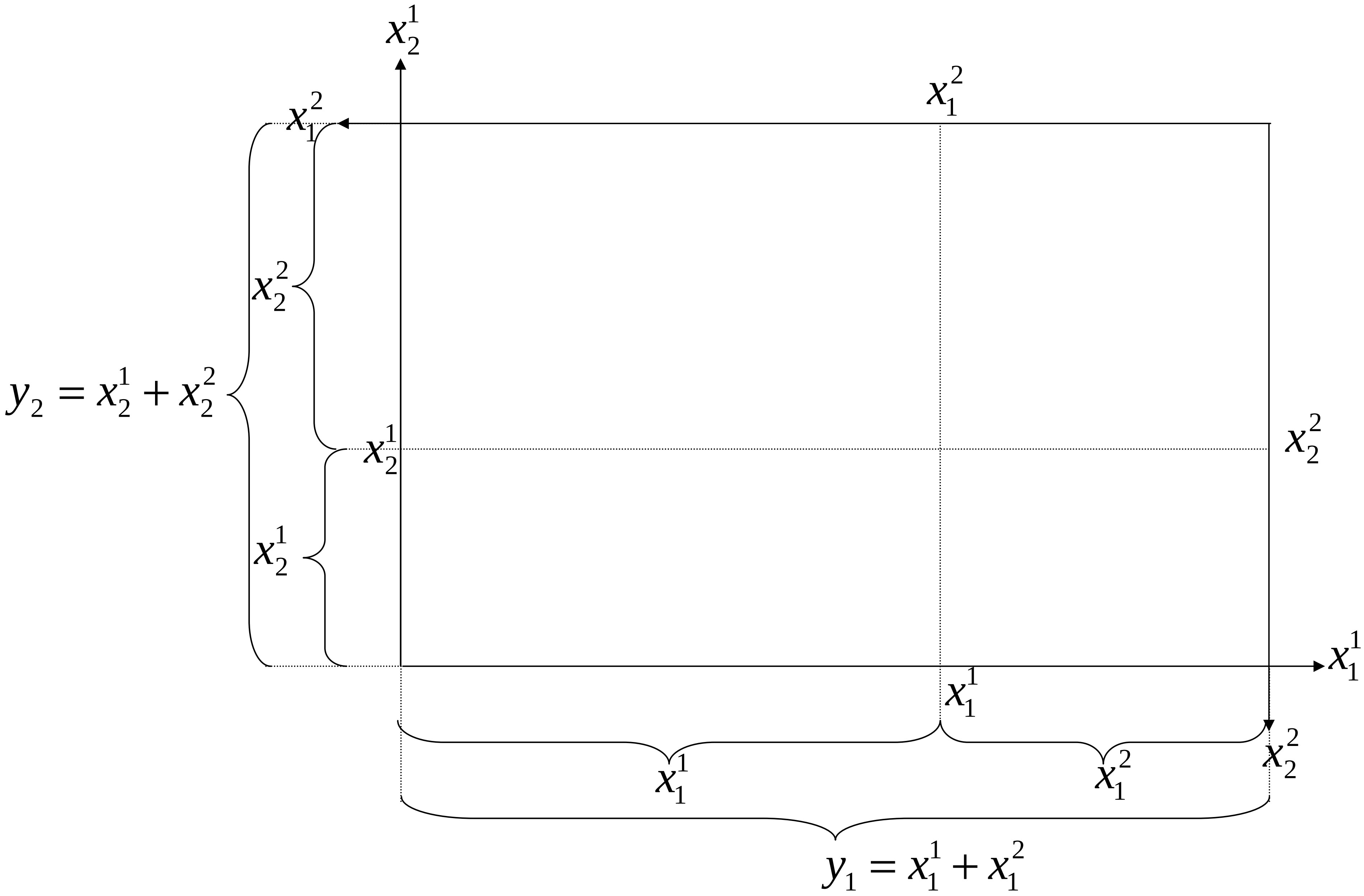


Mejora en sentido de Pareto cuando $RMS^1_{1,2}(x^1) > RMS^2_{1,2}(x^2)$**:**

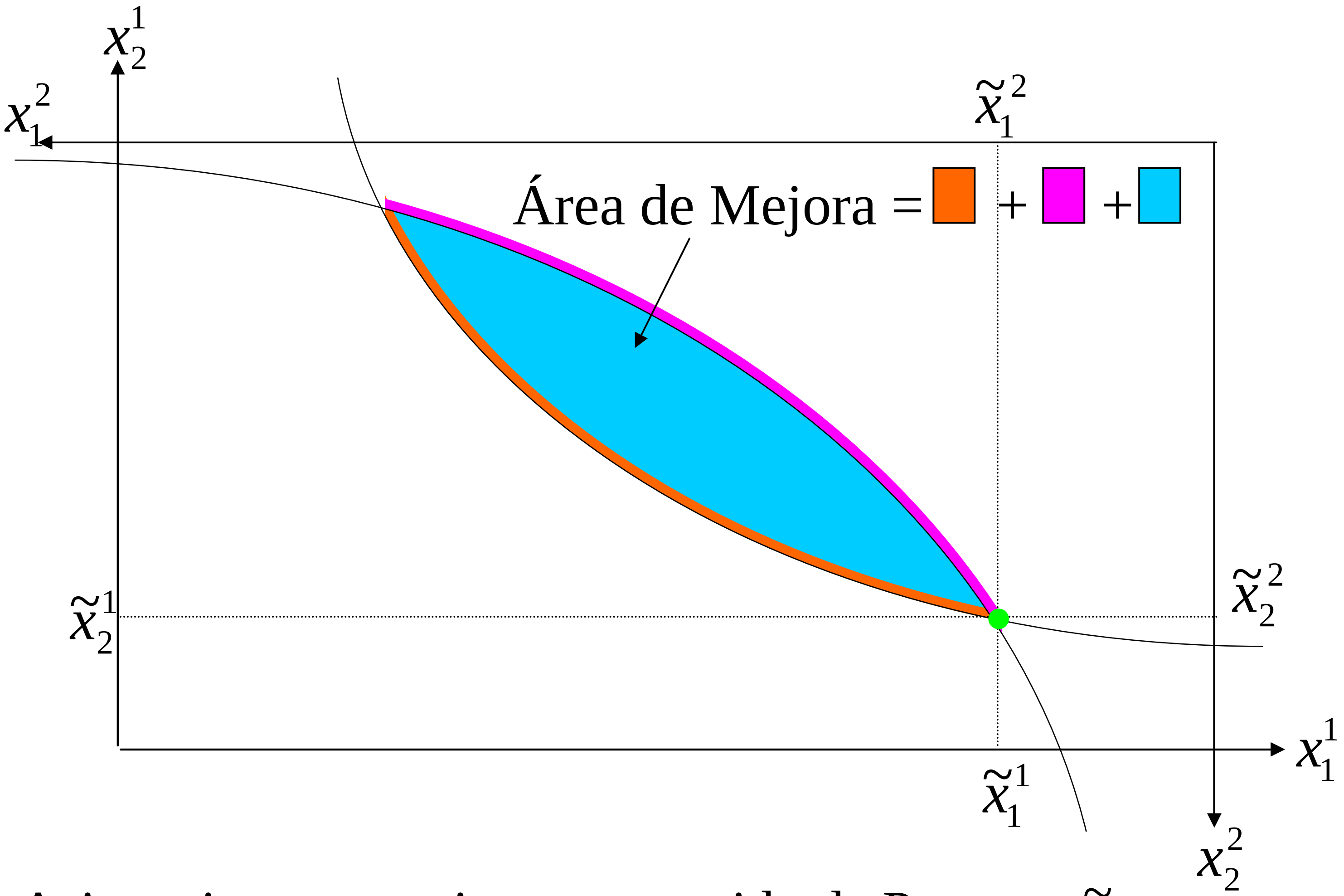
el consumidor 1 permanece igual el consumidor 2 mejora



Caja de Edgeworth de consumo



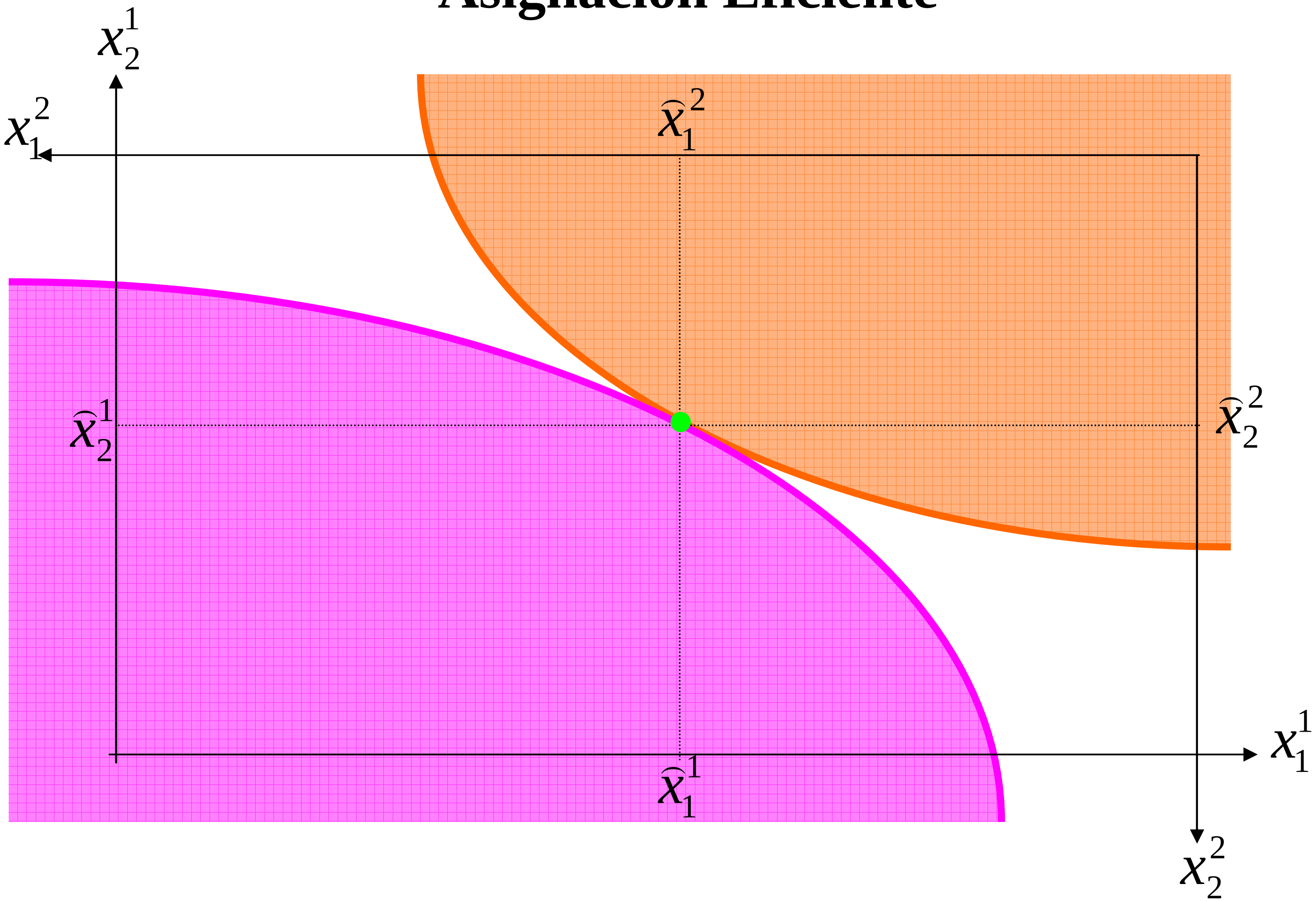
Asignaciones superiores en sentido de Pareto a $\tilde{x}$:



Asignaciones superiores en sentido de Pareto a $\tilde{x}$:

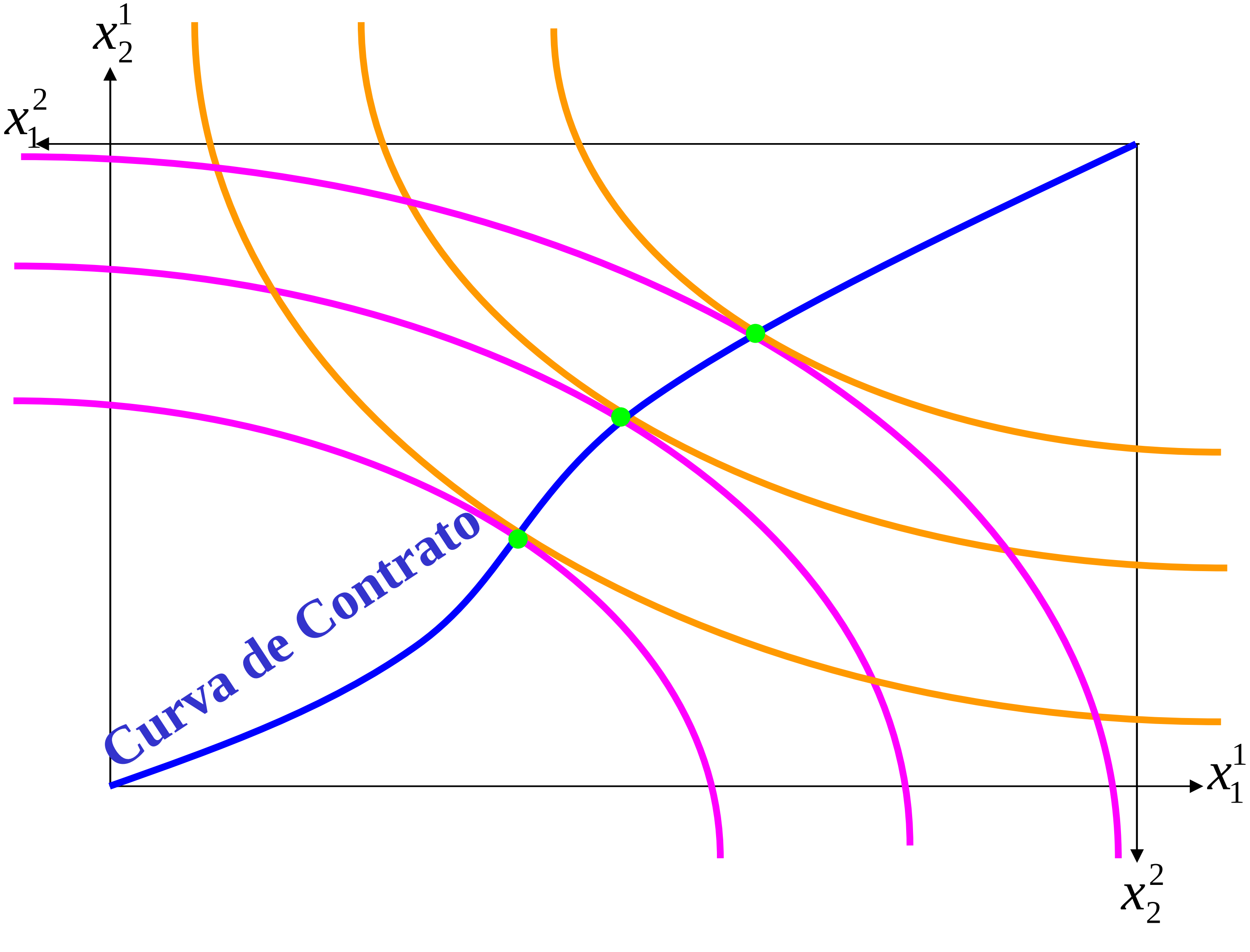
- ■ El agente 1 esta igual que en $\tilde{x}$ y el agente 2 está mejor
- ■ El agente 2 esta igual que en $\tilde{x}$ y el agente 1 está mejor
- ■ Ambos agentes están mejor que en $\tilde{x}$

Asignación Eficiente

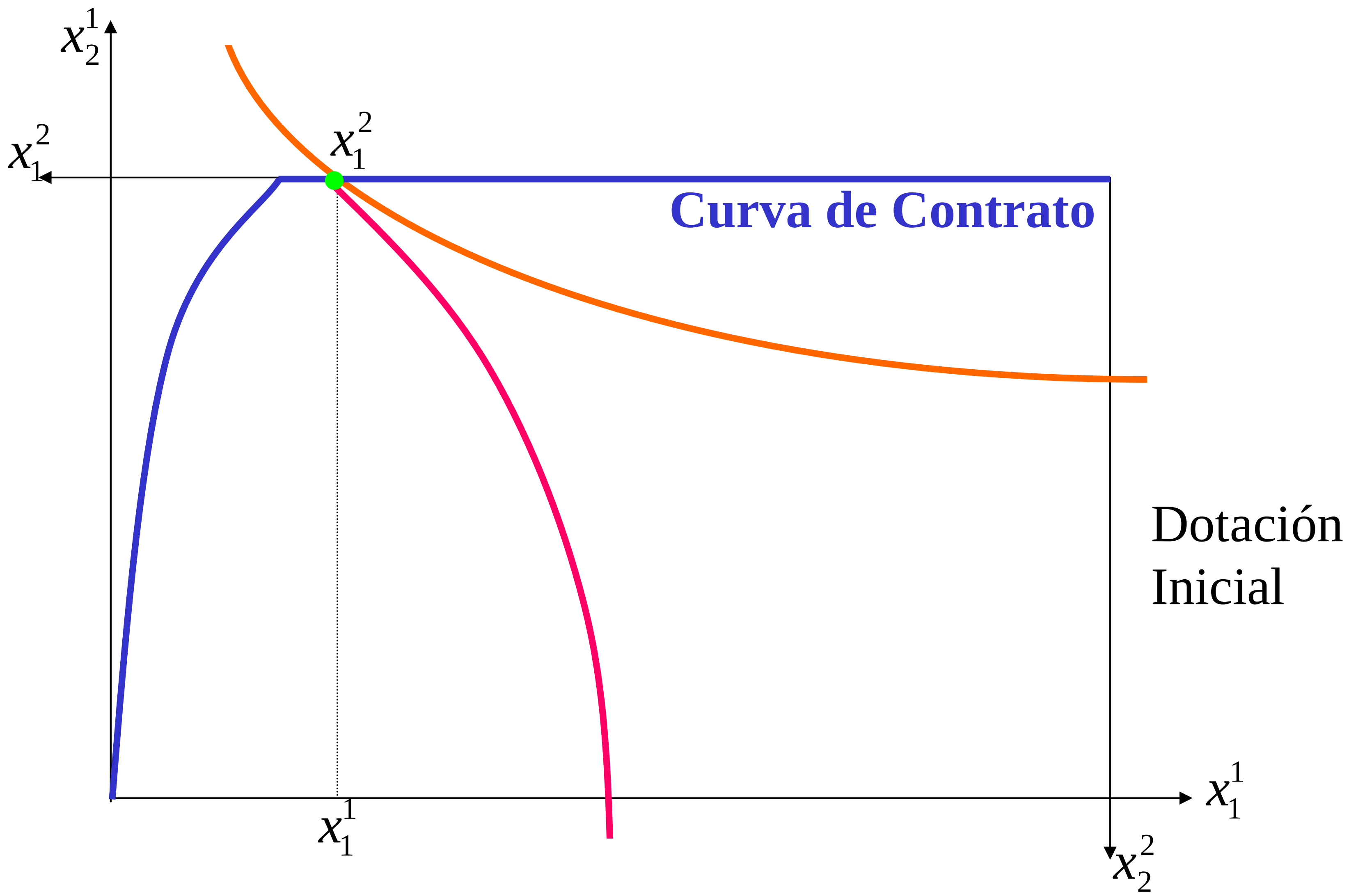


No existe intercepción entre los conjuntos de contorno superior de lo agentes $\Rightarrow$ para mejorar a un agente tiene que empeorar el otro

Curva de Contrato



Curva de Contrato (con solución esquina)

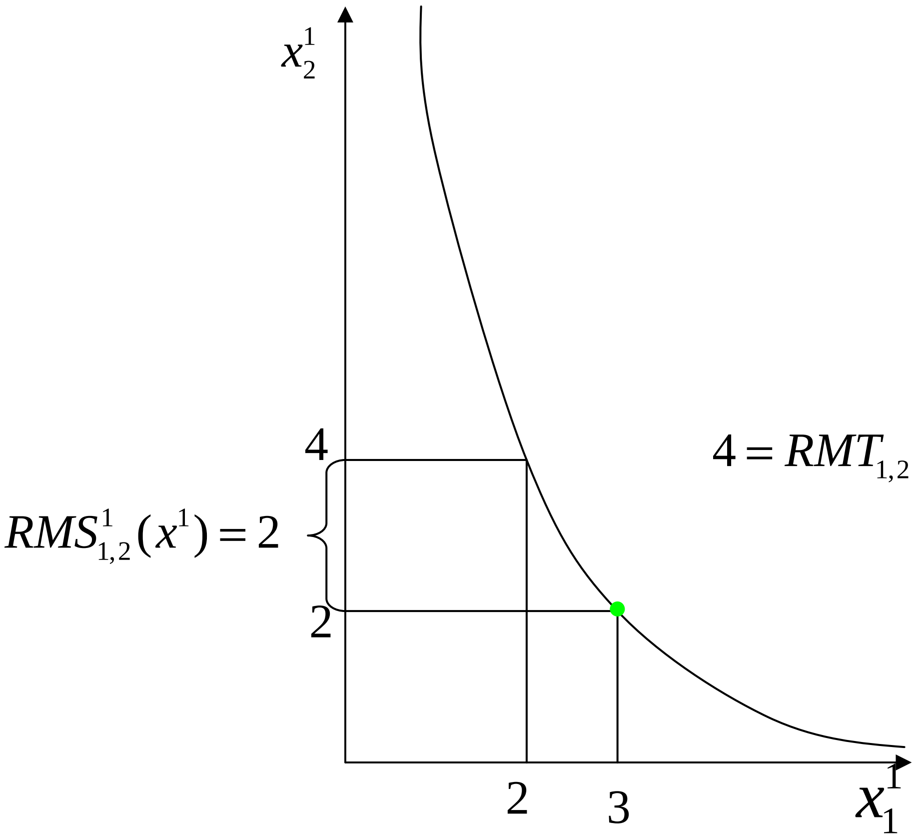


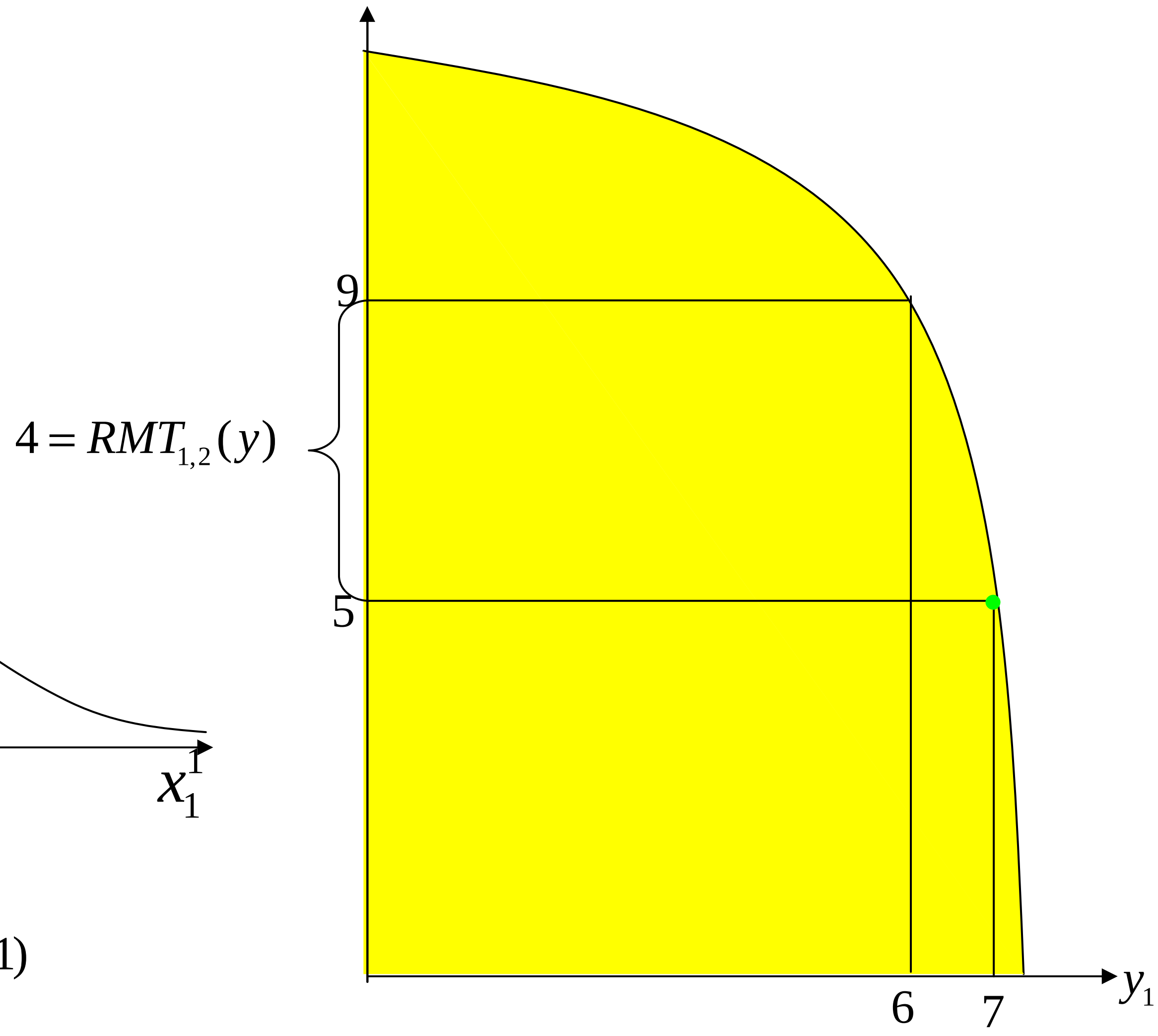
Eficiencia de la combinación productiva: la RMS entre dos bienes de todos los consumidores se igual a la RMT de esos bienes

$$
\left.
\begin{array}{l}
\left.
\begin{array}{l}
\lambda^h \dfrac{\partial u^h(x^h)}{\partial x_i^h} = \wp_i \\[2ex]
\lambda^h \dfrac{\partial u^h(x^h)}{\partial x_{\tilde{\imath}}^h} = \wp_{\tilde{\imath}}
\end{array}
\right\} \Rightarrow RMS_{i,\tilde{\imath}}^h(x^h) = \dfrac{\dfrac{\partial u^h(x^h)}{\partial x_i^h}}{\dfrac{\partial u^h(x^h)}{\partial x_{\tilde{\imath}}^h}} = \dfrac{\wp_i}{\wp_{\tilde{\imath}}} \\[6ex]
\left.
\begin{array}{l}
\wp_i \dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}} = \omega_k \\[2ex]
\wp_{\tilde{\imath}} \dfrac{\partial f^{\tilde{j}\tilde{\imath}}(z^{\tilde{j}\tilde{\imath}})}{\partial z_k^{\tilde{j}\tilde{\imath}}} = \omega_k
\end{array}
\right\} \Rightarrow \dfrac{\dfrac{\omega_k}{\dfrac{\partial f^{\tilde{j}\tilde{\imath}}(z^{\tilde{j}\tilde{\imath}})}{\partial z_k^{\tilde{j}\tilde{\imath}}}}}{\dfrac{\omega_k}{\dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}}}} = \dfrac{\dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}}}{\dfrac{\partial f^{\tilde{j}\tilde{\imath}}(z^{\tilde{j}\tilde{\imath}})}{\partial z_k^{\tilde{j}\tilde{\imath}}}} = RMT_{i,\tilde{\imath}}(y) = \dfrac{\wp_i}{\wp_{\tilde{\imath}}}
\end{array}
\right\} \Rightarrow
$$

$$\boxed{RMS_{i,\tilde{\imath}}^h(x^h) = RMT_{i,\tilde{\imath}}(y)} \qquad \text{(OP4)}$$

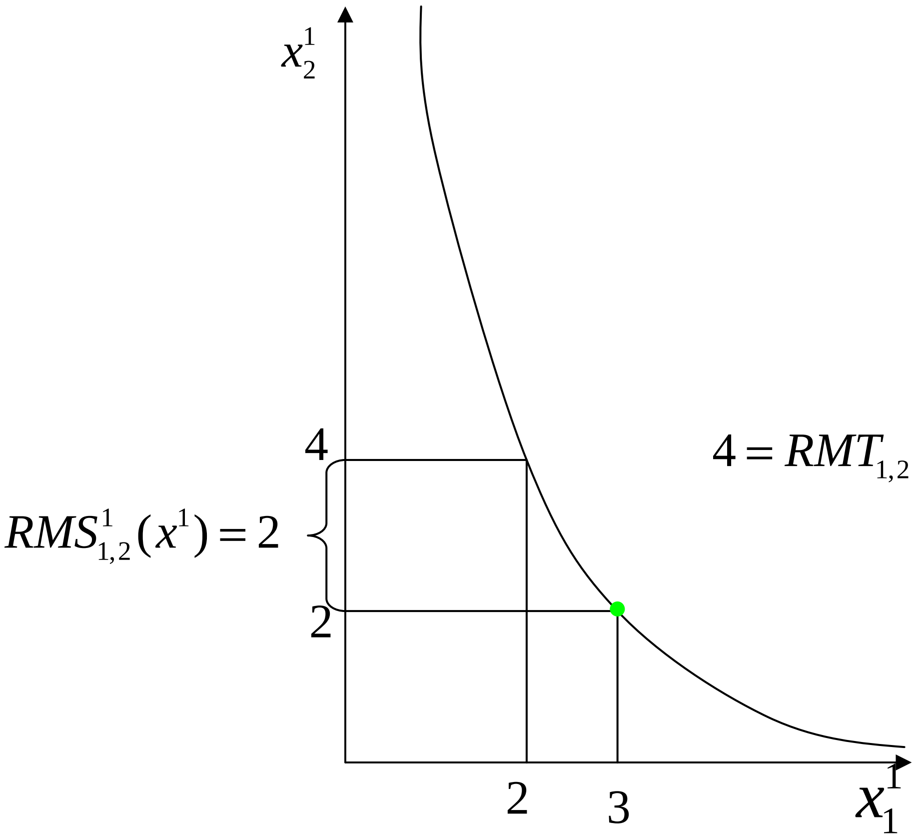
Mejora en sentido de Pareto cuando $RMS^1_{1,2}(x^1) < RMT_{1,2}(y)$**:** Se cambia la combinación productiva de tal manera que el consumidor 1 mejora y los demás consumidores (2 y 3) siguen consumiendo lo mismo y por tanto están igual.

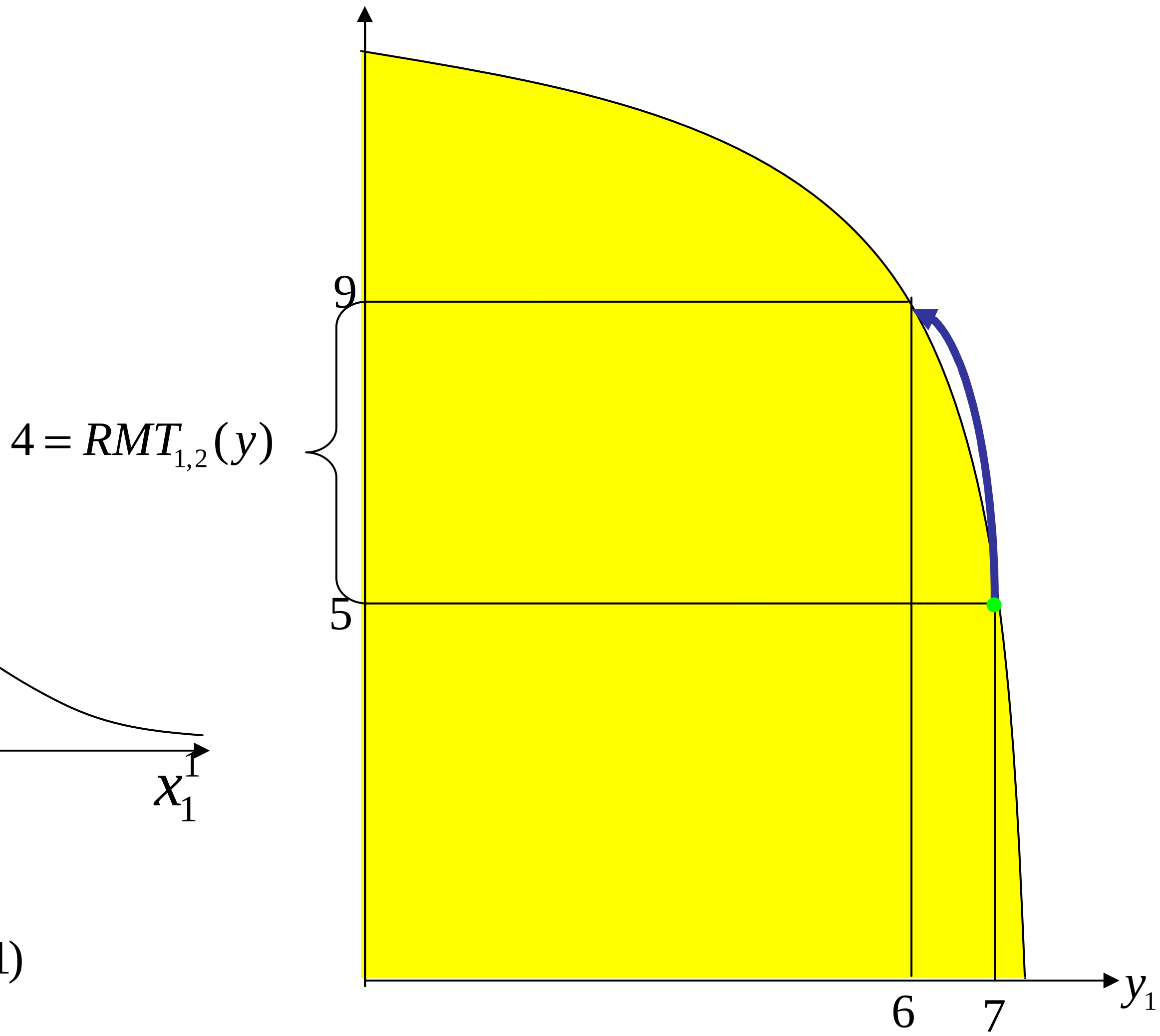




$x^2 = (2,2), \quad x^3 = (2,1)$

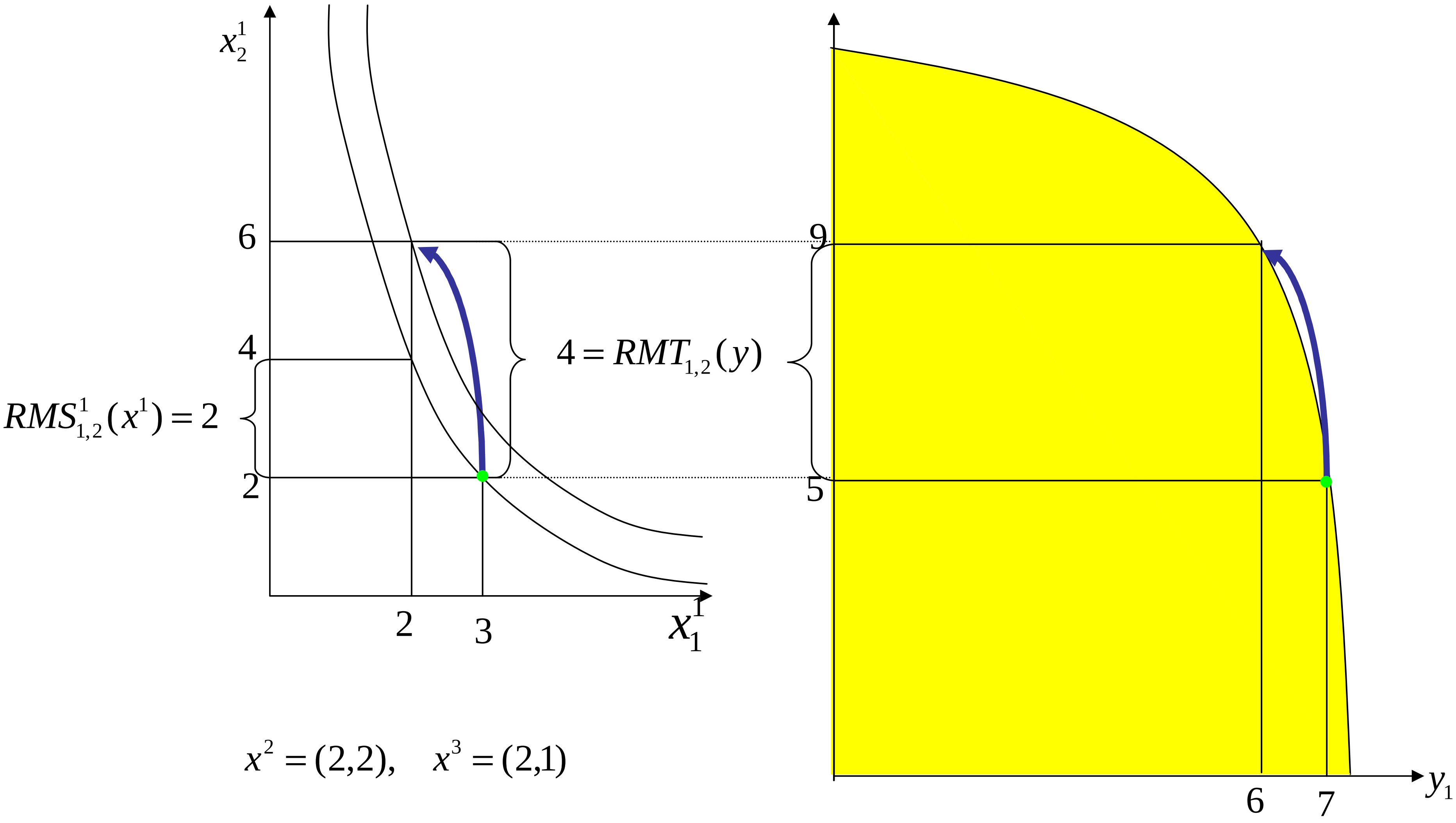
Mejora en sentido de Pareto cuando $RMS^1_{1,2}(x^1) < RMT_{1,2}(y)$**:** Se cambia la combinación productiva de tal manera que el consumidor 1 mejora y los demás consumidores (2 y 3) siguen consumiendo lo mismo y por tanto están igual.





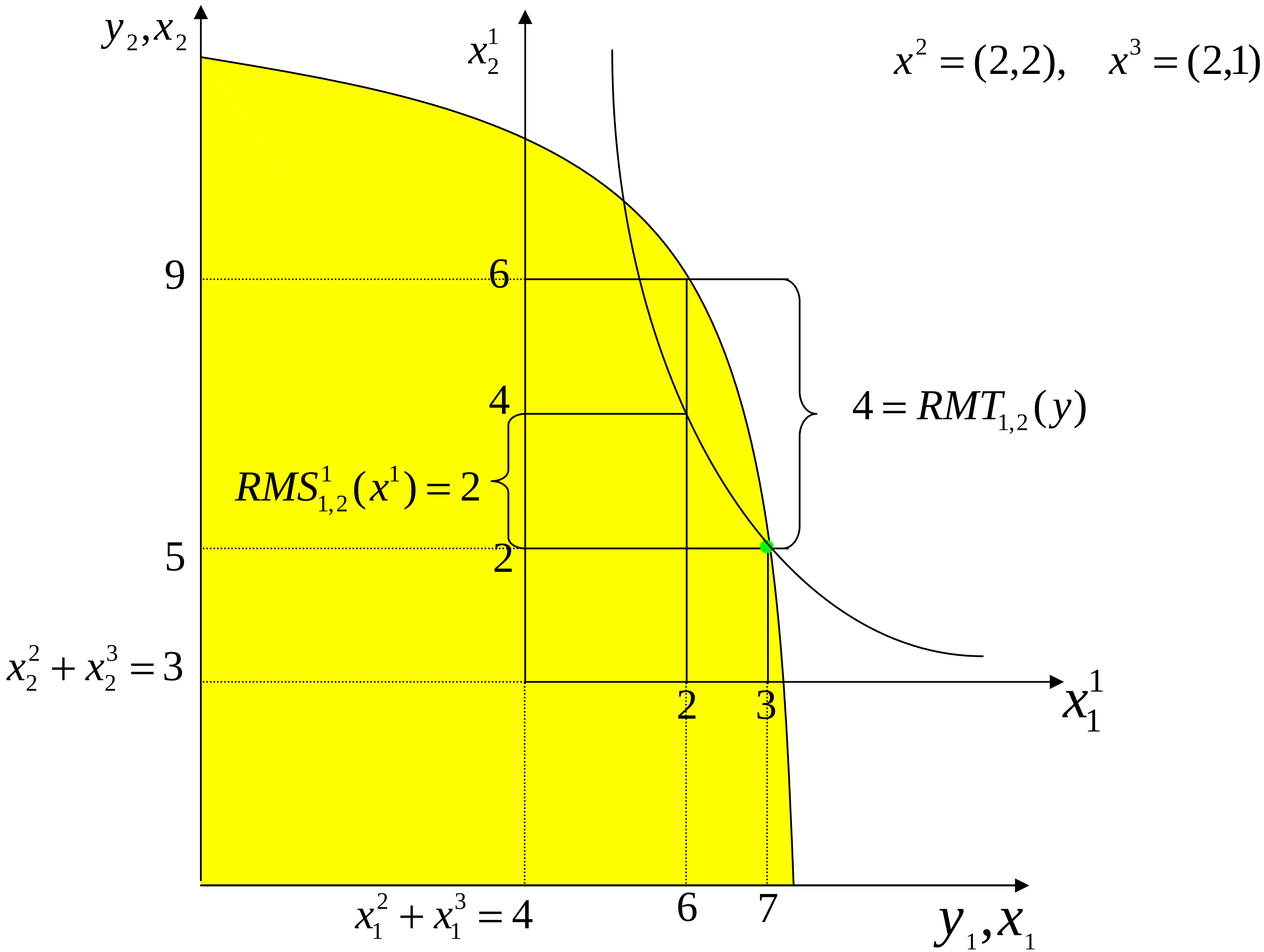
$$x^2 = (2,2), \quad x^3 = (2,1)$$

Mejora en sentido de Pareto cuando $RMS^1_{1,2}(x^1) < RMT_{1,2}(y)$**:** Se cambia la combinación productiva de tal manera que el consumidor 1 mejora y los demás consumidores (2 y 3) siguen consumiendo lo mismo y por tanto están igual.

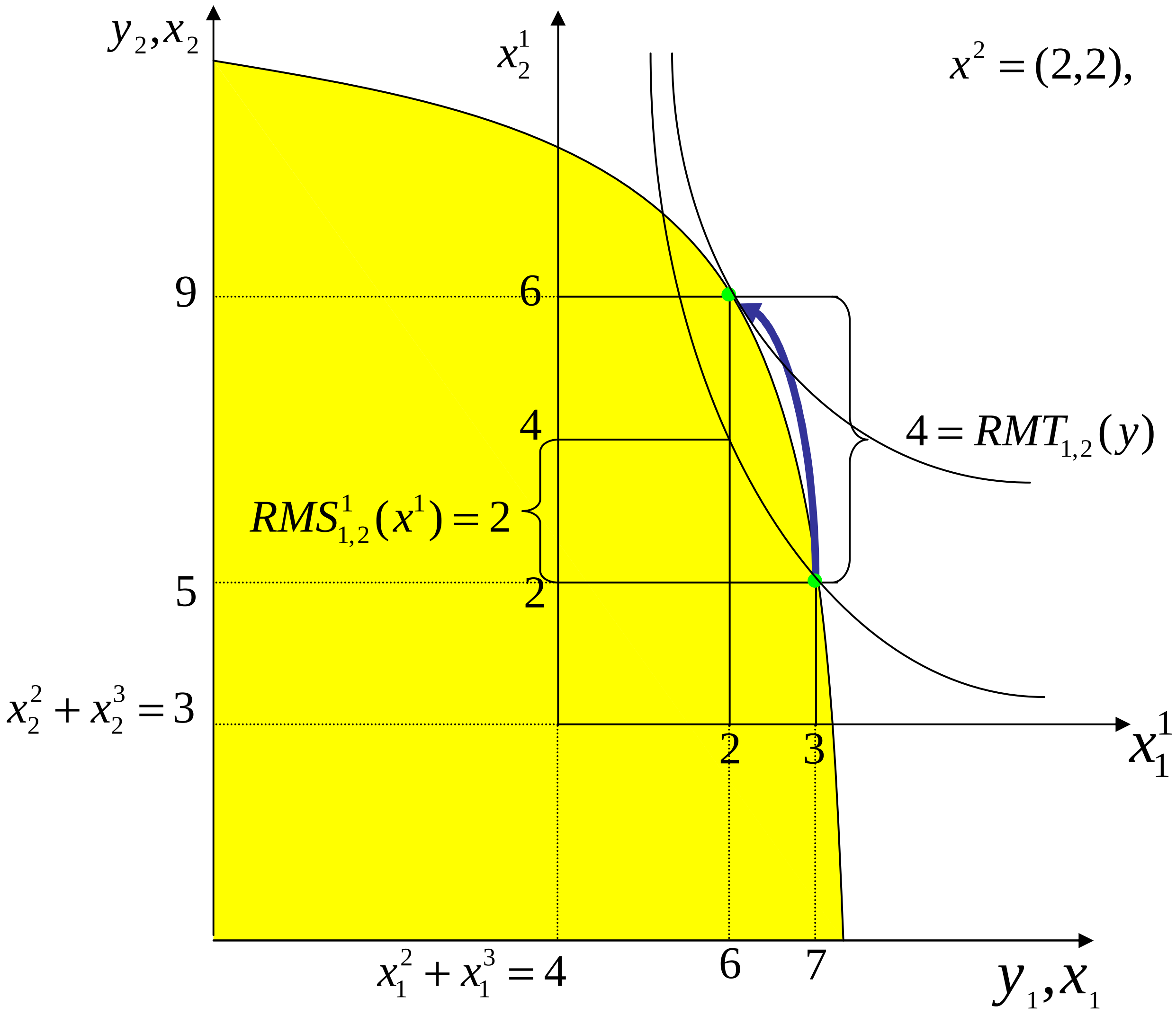


$x^2 = (2,2), \quad x^3 = (2,1)$

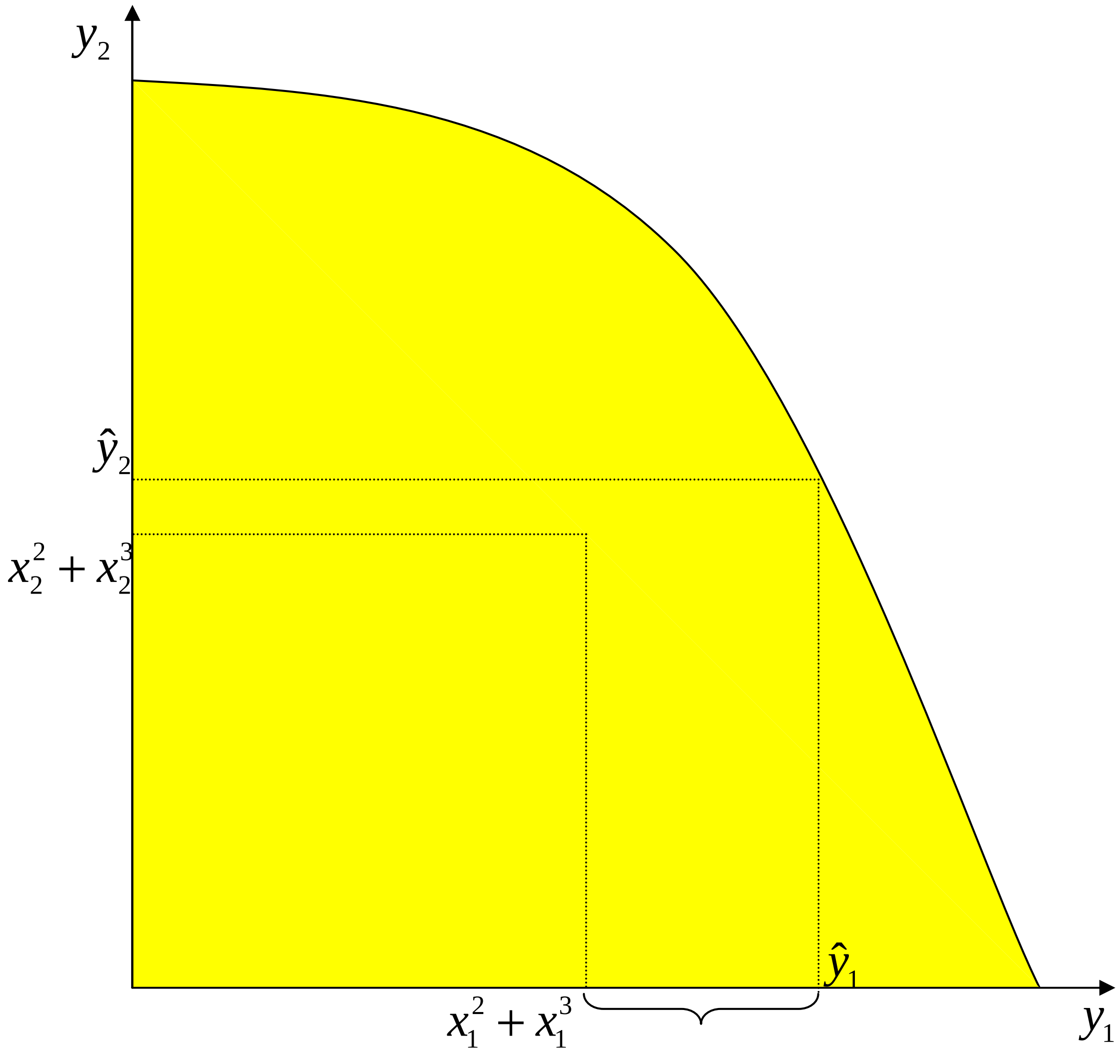
Mejora en sentido de Pareto cuando $RMS^1_{1,2}(x^1) < RMT_{1,2}(y)$**:** Se cambia la combinación productiva de tal manera que el consumidor 1 mejora y los demás consumidores (2 y 3) siguen consumiendo lo mismo y por tanto están igual.



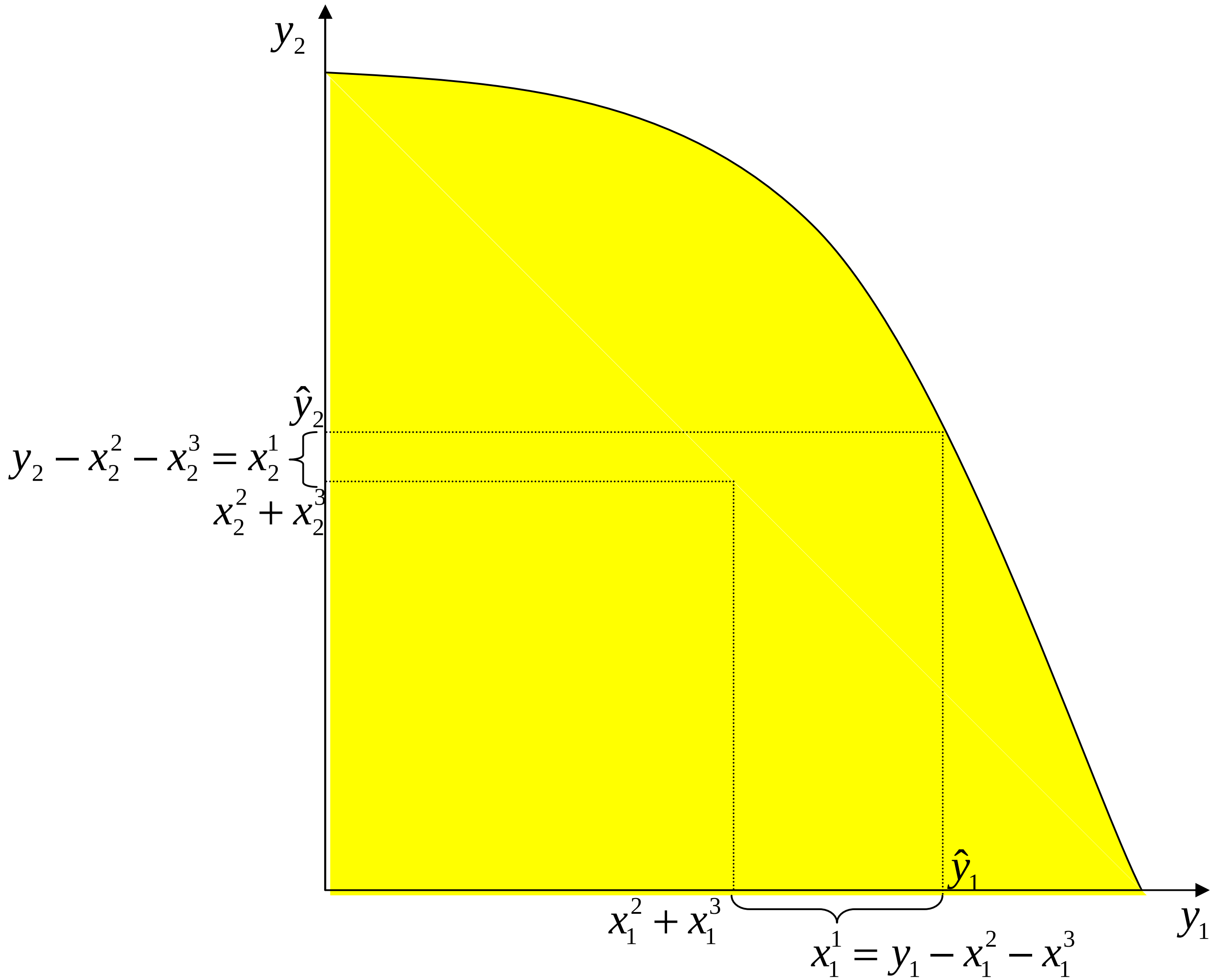
Mejora en sentido de Pareto cuando $RMS^1_{1,2}(x^1) < RMT_{1,2}(y)$**:** Se cambia la combinación productiva de tal manera que el consumidor 1 mejora y los demás consumidores (2 y 3) siguen consumiendo lo mismo y por tanto están igual.



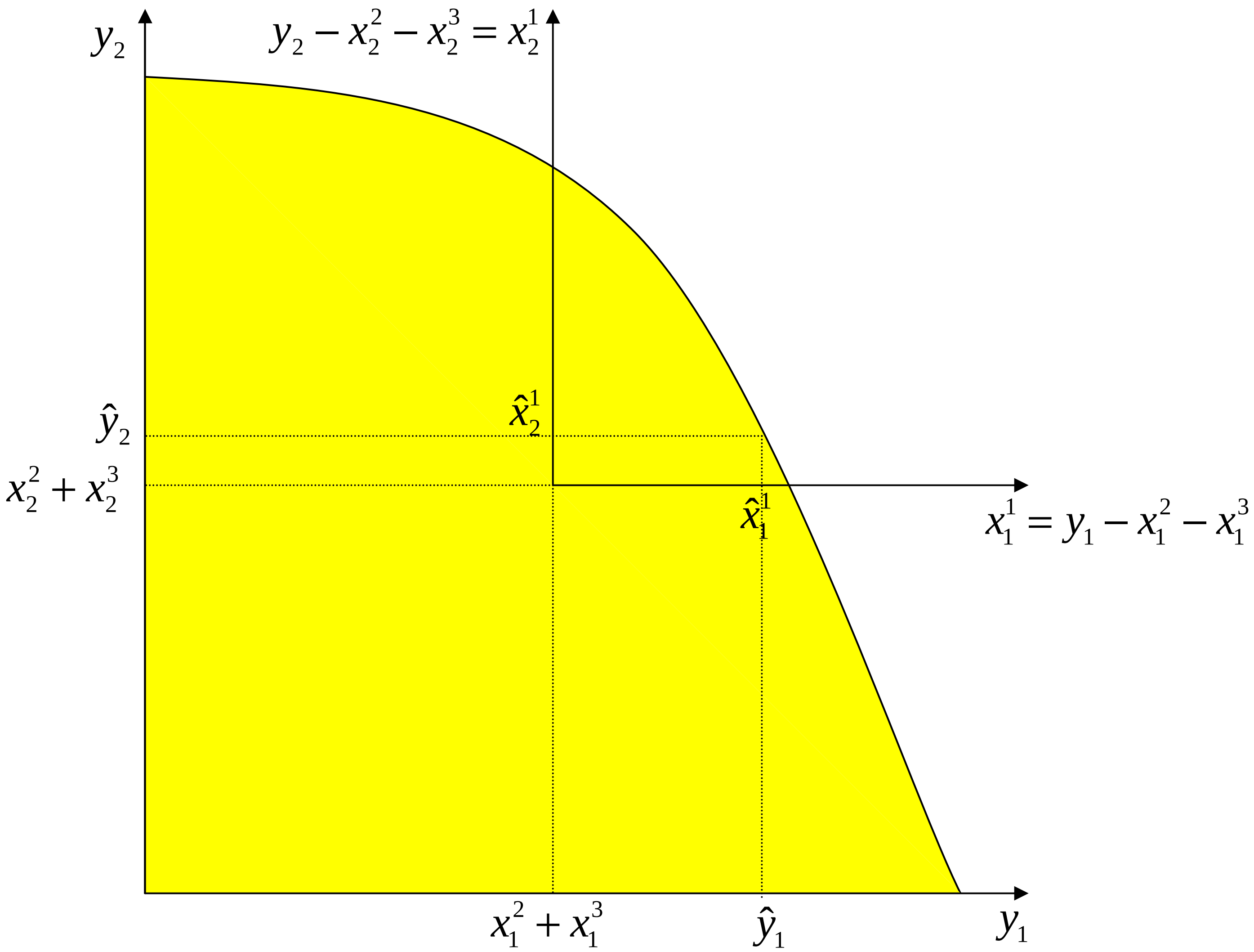
Mejora en sentido de Pareto cuando $RMS^1_{1,2}(x^1) < RMT_{1,2}(y)$**:** Se cambia la combinación productiva de tal manera que el consumidor 1 mejora y los demás consumidores (2 y 3) siguen consumiendo lo mismo y por tanto están igual.



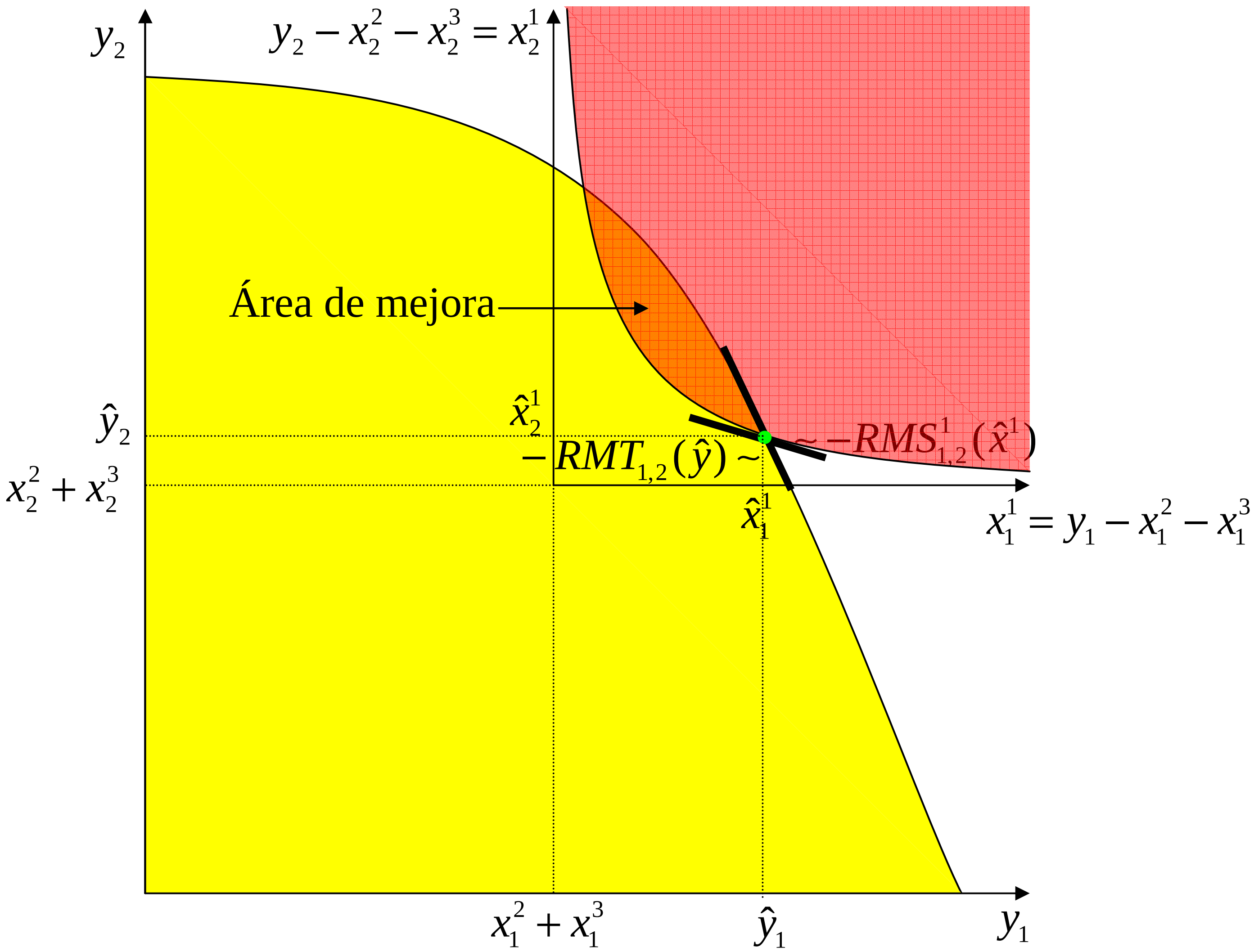
Mejora en sentido de Pareto cuando $RMS^{1}_{1,2}(x^{1}) < RMT_{1,2}(y)$**:** Se cambia la combinación productiva de tal manera que el consumidor 1 mejora y los demás consumidores (2 y 3) siguen consumiendo lo mismo y por tanto están igual.



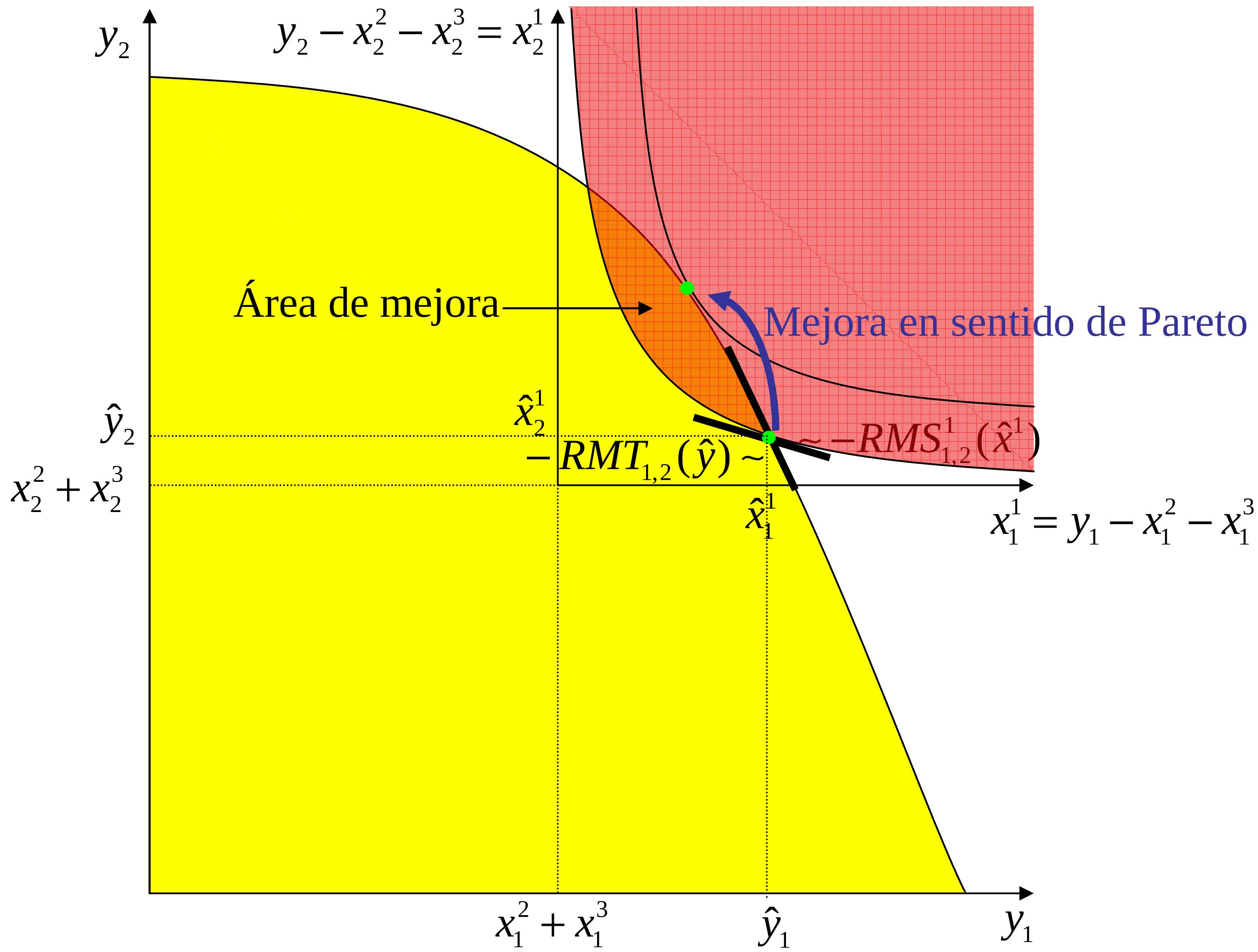
Mejora en sentido de Pareto cuando $RMS^1_{1,2}(x^1) < RMT_{1,2}(y)$**:** Se cambia la combinación productiva de tal manera que el consumidor 1 mejora y los demás consumidores (2 y 3) siguen consumiendo lo mismo y por tanto están igual.



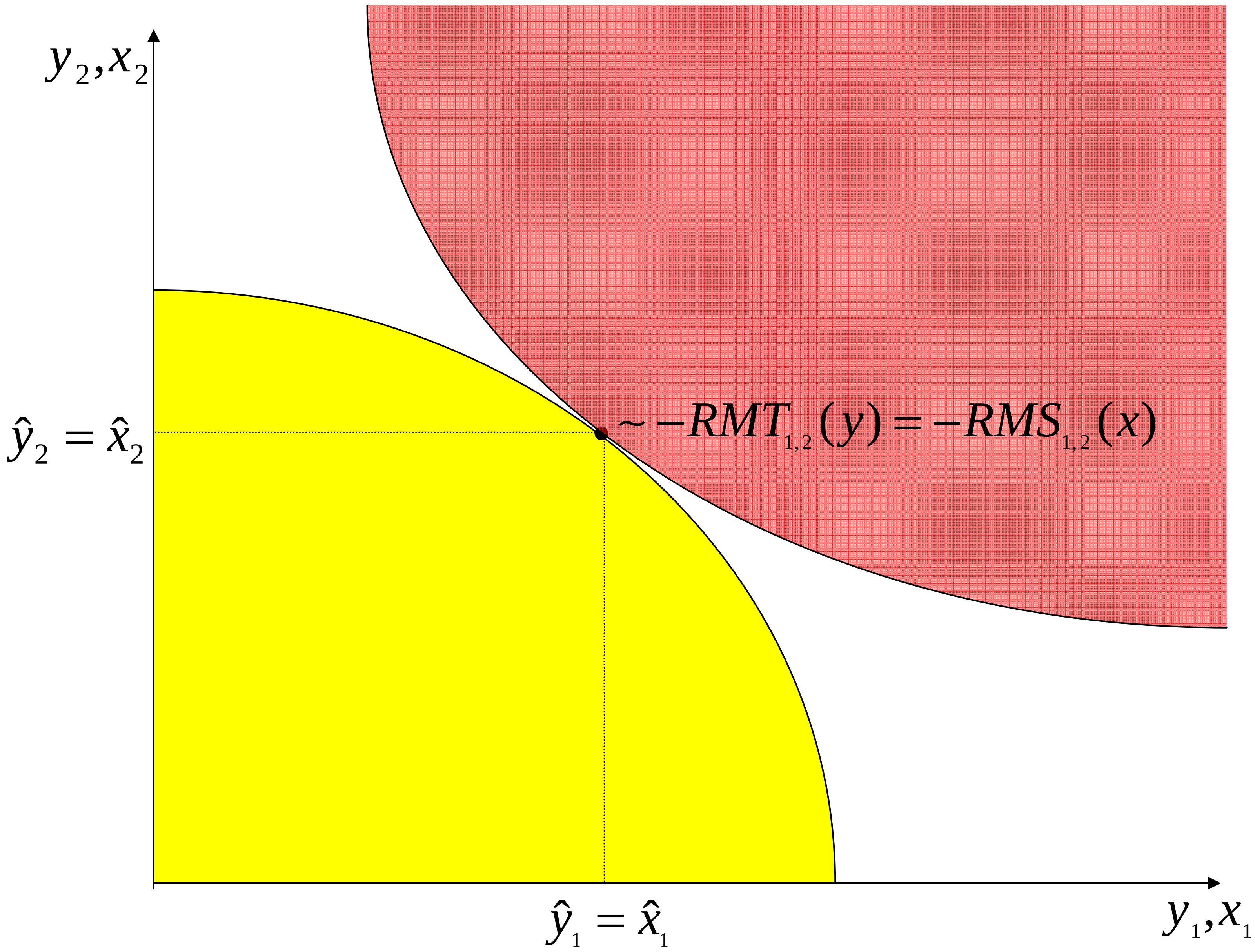
Mejora en sentido de Pareto cuando $RMS_{1,2}^{1}(x^{1}) < RMT_{1,2}(y)$**:** Se cambia la combinación productiva de tal manera que el consumidor 1 mejora y los demás consumidores (2 y 3) siguen consumiendo lo mismo y por tanto están igual.



Mejora en sentido de Pareto cuando $RMS^1_{1,2}(x^1) < RMT_{1,2}(y)$**:** Se cambia la combinación productiva de tal manera que el consumidor 1 mejora y los demás consumidores (2 y 3) siguen consumiendo lo mismo y por tanto están igual.

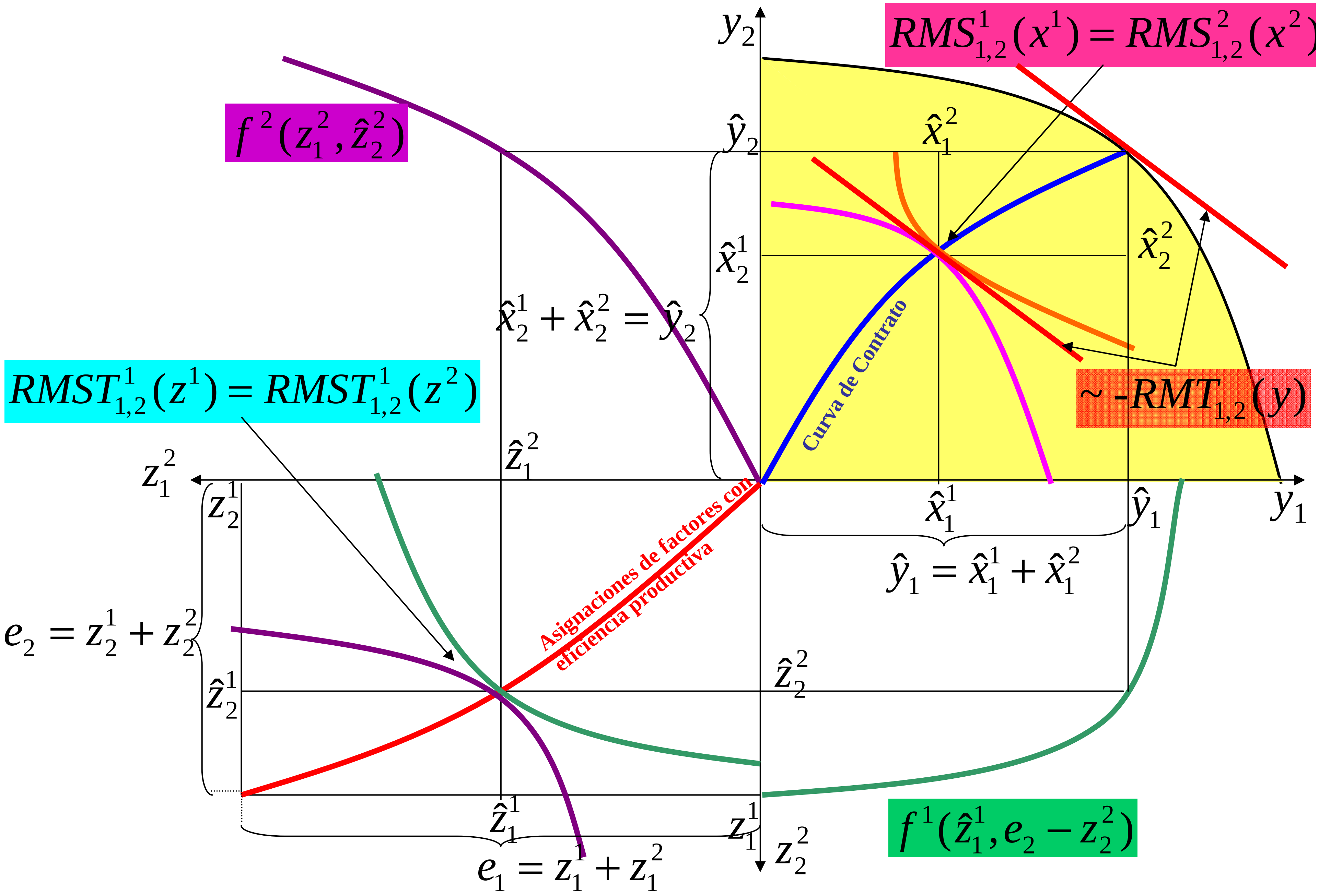


Economía con un solo consumidor: la utilidad del consumidor se maximiza cuando $RMT_{1,2}(y) = RMS_{1,2}(x)$



Óptimo de Pareto 2× 2× 2× 2

(2 bienes, 2 factores, 2 empresas, 2 consumidores)



Definición 2: Un **equilibrio Walrasiano (**cuando hay **soluciones interiores)** es una asignación $\left(\left(x^h\right)_{h=1}^{H}, \left(\left(y^{ji}, z^{ji}\right)_{j=1}^{J_i}\right)_{i=1}^{n}\right)$, llamada **asignación de equilibrio,** y un vector de precios (p, w), llamado **vector de precios de equilibrio**, tal que:

- Las economías domésticas maximizan su utilidad:

$$RMS^{h}_{\tilde{i},i}(x^{h}) = \frac{p_{\tilde{i}}}{p_i}$$

$$px^{h} = we^{h} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\theta^{hji}\left(p_i y^{ji} - wz^{ji}\right)$$

- Las empresas maximizan beneficios:

$$p_i \frac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z^{ji}_{k}} = w_k$$

$$y^{ji} = f^{ji}(z^{ji})$$

- Los mercados de bienes se vacían:

$$\sum_{h=1}^{H} x_i^h = \sum_{j=1}^{J_i} y^{ji} \quad \forall i \in \{1,2,...,n\}$$

- Los mercados de factores se vacían:

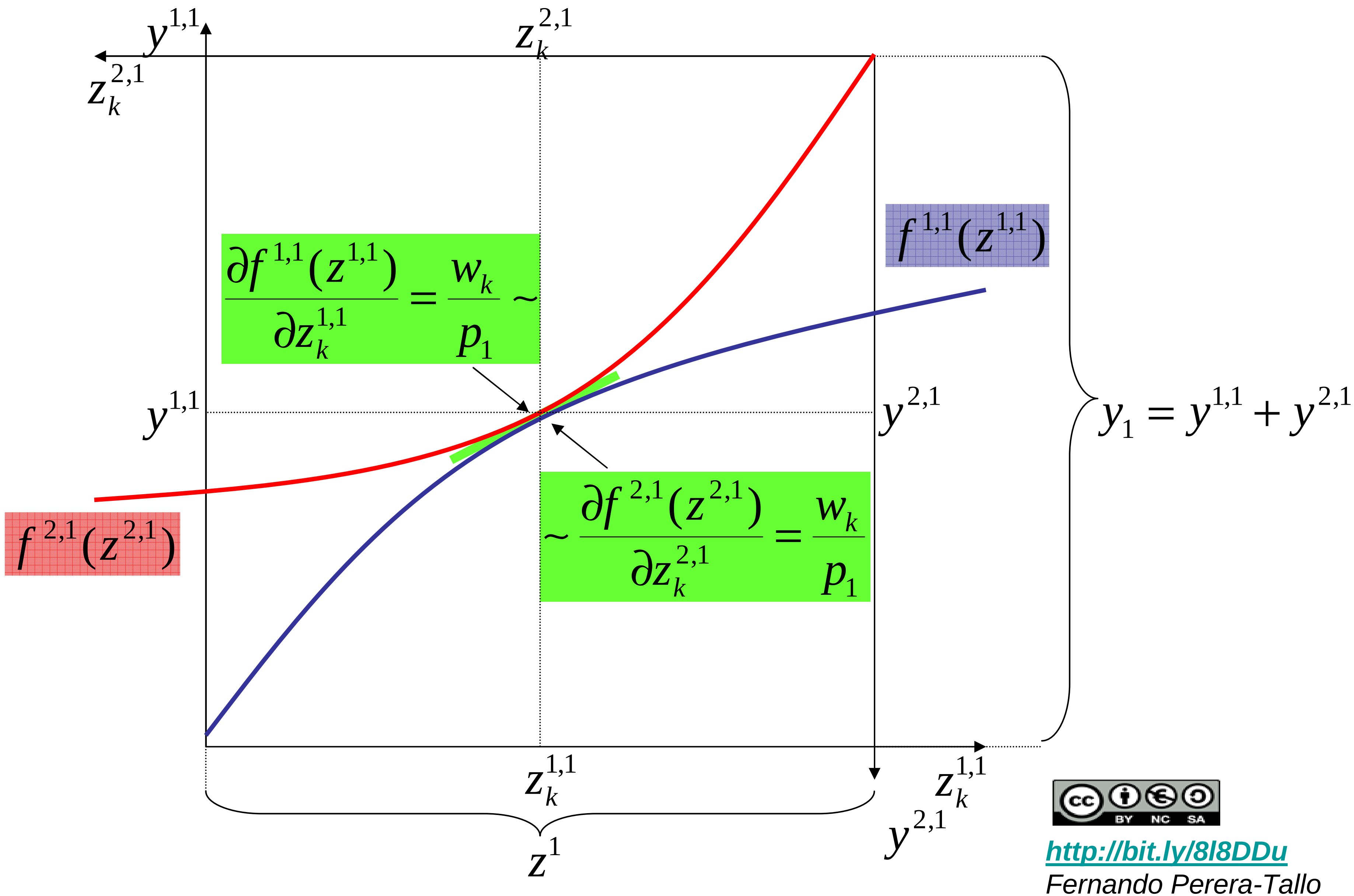
$$\sum_{h=1}^{H} e_k^h = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{J_i} z_k^{ji} \quad \forall k \in \{1,2,...,m\}$$

Eficiencia en la asignación factorial entre empresas del mismo sector: las productividades marginales de un factor se iguala entre <u>las empresas del mismo sector:</u>

$$\left.\begin{array}{l} p_i \dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}} = w_k \\ p_i \dfrac{\partial f^{\breve{j}i}(z^{\breve{j}i})}{\partial z_k^{\breve{j}i}} = w_k \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}} = \frac{w_k}{p_i} = \frac{\partial f^{\breve{j}i}(z^{\breve{j}i})}{\partial z_k^{\breve{j}i}} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}} = \frac{\partial f^{\breve{j}i}(z^{\breve{j}i})}{\partial z_k^{\breve{j}i}}} \qquad \text{(EW.7)}$$

Producción del bien 1 en el equilibrio Walrasiano



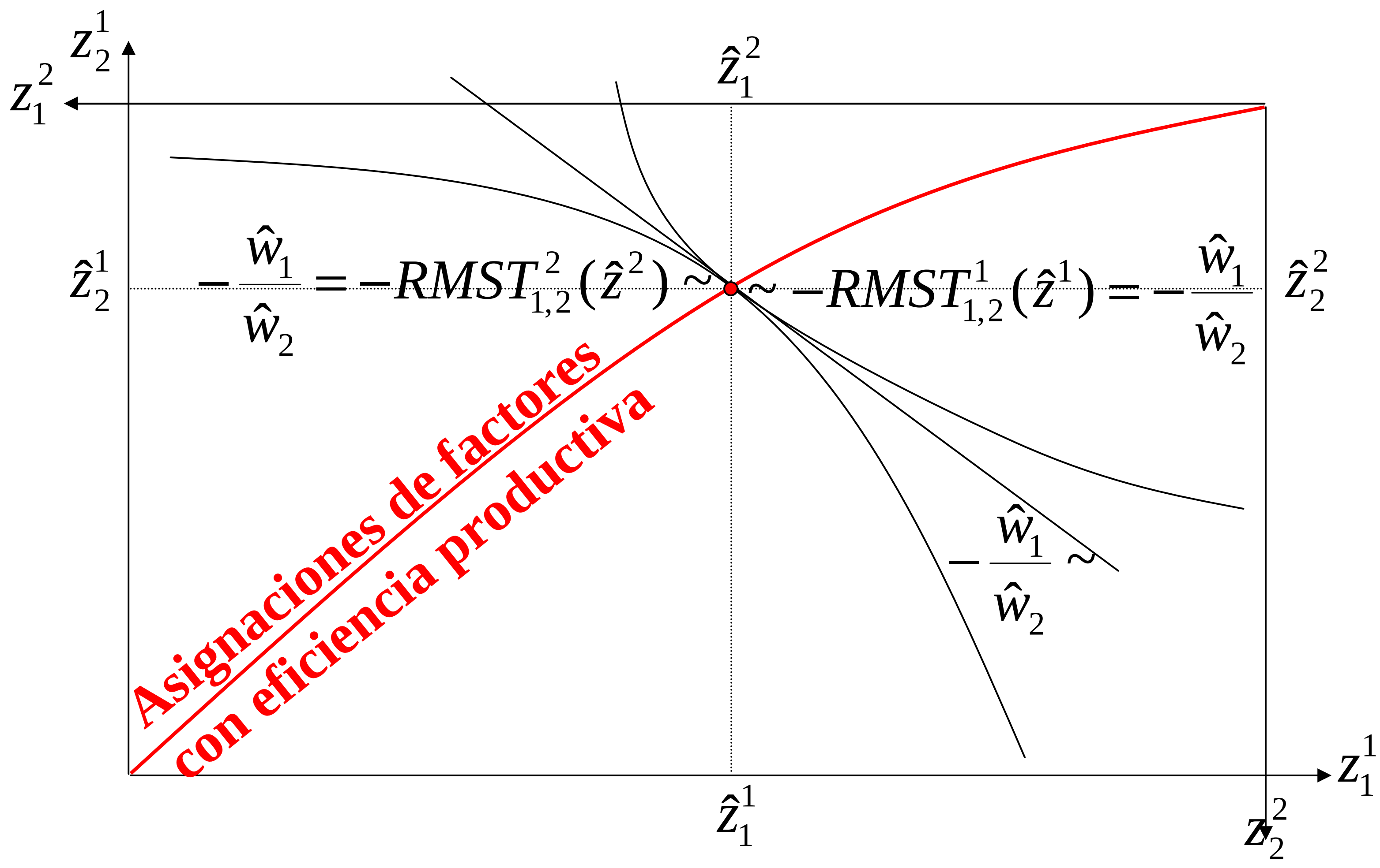
Fernando Perera-Tallo

Eficiencia en la asignación factorial entre empresas de todos los sectores: las RMST de dos factores se igualan entre las empresas de <u>todos los sectores</u>

$$
\left.
\begin{array}{l}
\left.
\begin{array}{l}
p_i \dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z^{ji}_{\tilde{k}}} = w_{\tilde{k}} \\[2ex]
p_i \dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z^{ji}_{k}} = w_{k}
\end{array}
\right\} \Rightarrow RMST^{ji}_{\tilde{k},k}(z^{ji}) = \dfrac{\dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z^{ji}_{\tilde{k}}}}{\dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z^{ji}_{k}}} = \dfrac{w_{\tilde{k}}}{w_k} \\[6ex]
\left.
\begin{array}{l}
p_i \dfrac{\partial f^{\breve{j}\breve{i}}(z^{\breve{j}\breve{i}})}{\partial z^{\breve{j}\breve{i}}_{\tilde{k}}} = w_{\tilde{k}} \\[2ex]
p_i \dfrac{\partial f^{\breve{j}\breve{i}}(z^{\breve{j}\breve{i}})}{\partial z^{\breve{j}\breve{i}}_{k}} = w_{k}
\end{array}
\right\} \Rightarrow RMST^{\breve{j}\breve{i}}_{\tilde{k},k}(z^{\breve{j}\breve{i}}) = \dfrac{\dfrac{\partial f^{\breve{j}\breve{i}}(z^{\breve{j}\breve{i}})}{\partial z^{\breve{j}\breve{i}}_{\tilde{k}}}}{\dfrac{\partial f^{\breve{j}\breve{i}}(z^{\breve{j}\breve{i}})}{\partial z^{\breve{j}\breve{i}}_{k}}} = \dfrac{w_{\tilde{k}}}{w_k}
\end{array}
\right\} \Rightarrow
$$

$$
\boxed{RMST^{ji}_{\tilde{k},k}(z^{ji}) = RMST^{\breve{j}\breve{i}}_{\tilde{k},k}(z^{\breve{j}\breve{i}})} \qquad \text{(EW.8)}
$$

Asignaciones de Factores en el Equilibrio Walrasiano



Maximización del PIB:

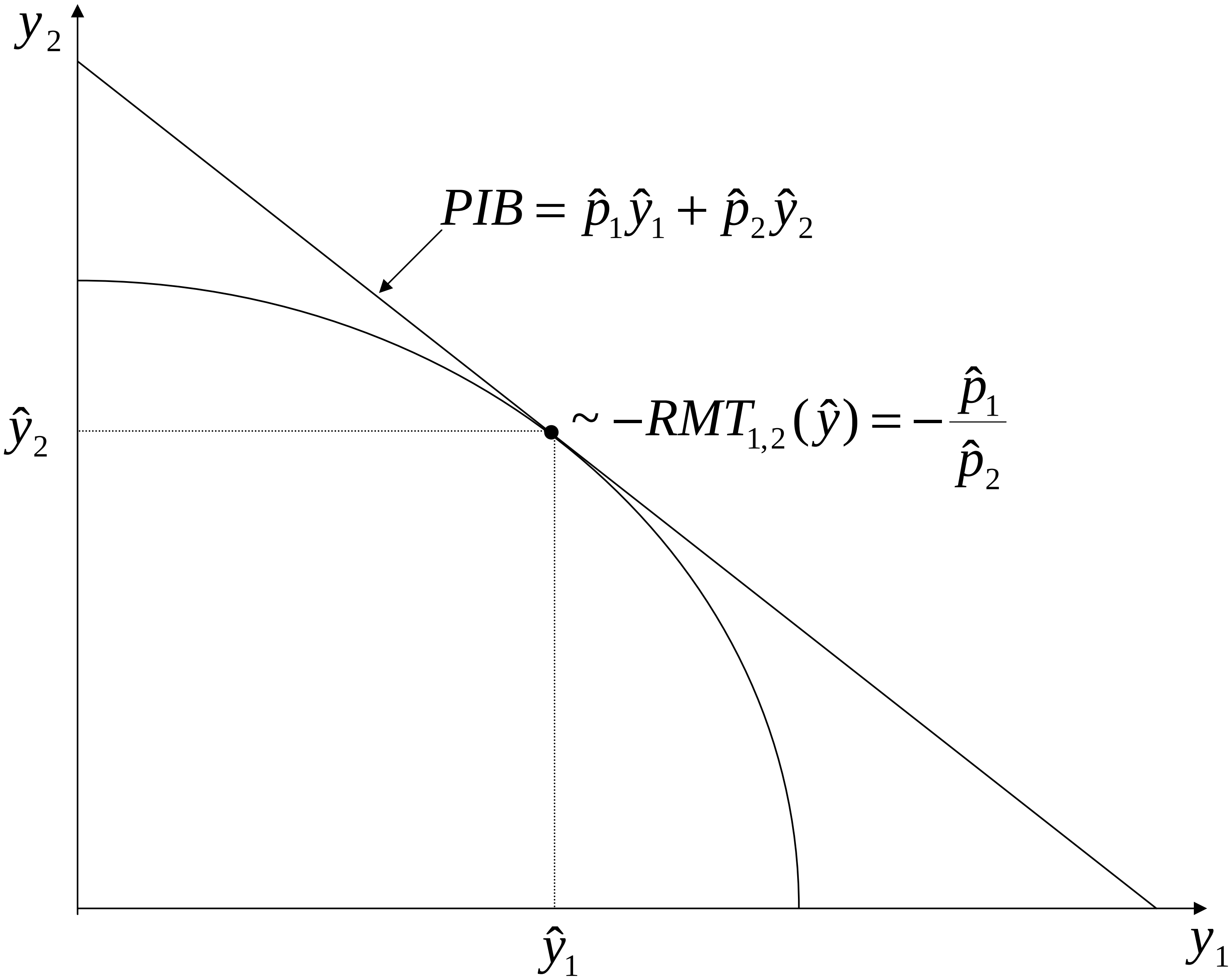
$$\left.\begin{array}{l} p_{\tilde{i}} \dfrac{\partial f^{\tilde{j}\tilde{i}}(z^{\tilde{j}\tilde{i}})}{\partial z_k^{\tilde{j}\tilde{i}}} = w_k \\ p_i \dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}} = w_k \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\frac{p_{\tilde{i}}}{p_i} = \frac{\dfrac{w_k}{\dfrac{\partial f^{\tilde{j}\tilde{i}}(z^{\tilde{j}\tilde{i}})}{\partial z_k^{\tilde{j}\tilde{i}}}}}{\dfrac{w_k}{\dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}}}} = \frac{\dfrac{\partial c^{ji}(w, y^{ji})}{\partial y^{ji}}}{\dfrac{\partial c^{\tilde{j}\tilde{i}}(w, y^{\tilde{j}\tilde{i}})}{\partial y^{\tilde{j}\tilde{i}}}} = RMT_{\tilde{i},i}(y) \qquad \text{(EW.8)}$$

Maximización del PIB:

$$\left.\begin{array}{l} p_{\tilde{i}}\dfrac{\partial f^{\tilde{j}\tilde{i}}(z^{\tilde{j}\tilde{i}})}{\partial z_k^{\tilde{j}\tilde{i}}} = w_k \\ p_i \dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}} = w_k \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{p_{\tilde{i}}}{p_i} = \frac{\dfrac{w_k}{\dfrac{\partial f^{\tilde{j}\tilde{i}}(z^{\tilde{j}\tilde{i}})}{\partial z_k^{\tilde{j}\tilde{i}}}}}{\dfrac{w_k}{\dfrac{\partial f^{ji}(z^{ji})}{\partial z_k^{ji}}}} = \frac{\dfrac{\partial c^{ji}(w,y^{ji})}{\partial y^{ji}}}{\dfrac{\partial c^{\tilde{j}\tilde{i}}(w,y^{\tilde{j}\tilde{i}})}{\partial y^{\tilde{j}\tilde{i}}}} = RMT_{\tilde{i},i}(y)} \qquad \text{(EW8)}$$


y_2
$PIB = \hat{p}_1\hat{y}_1 + \hat{p}_2\hat{y}_2$
$\hat{y}_2$
$\sim -RMT_{1,2}(\hat{y}) = -\frac{\hat{p}_1}{\hat{p}_2}$
$\hat{y}_1$
y_1

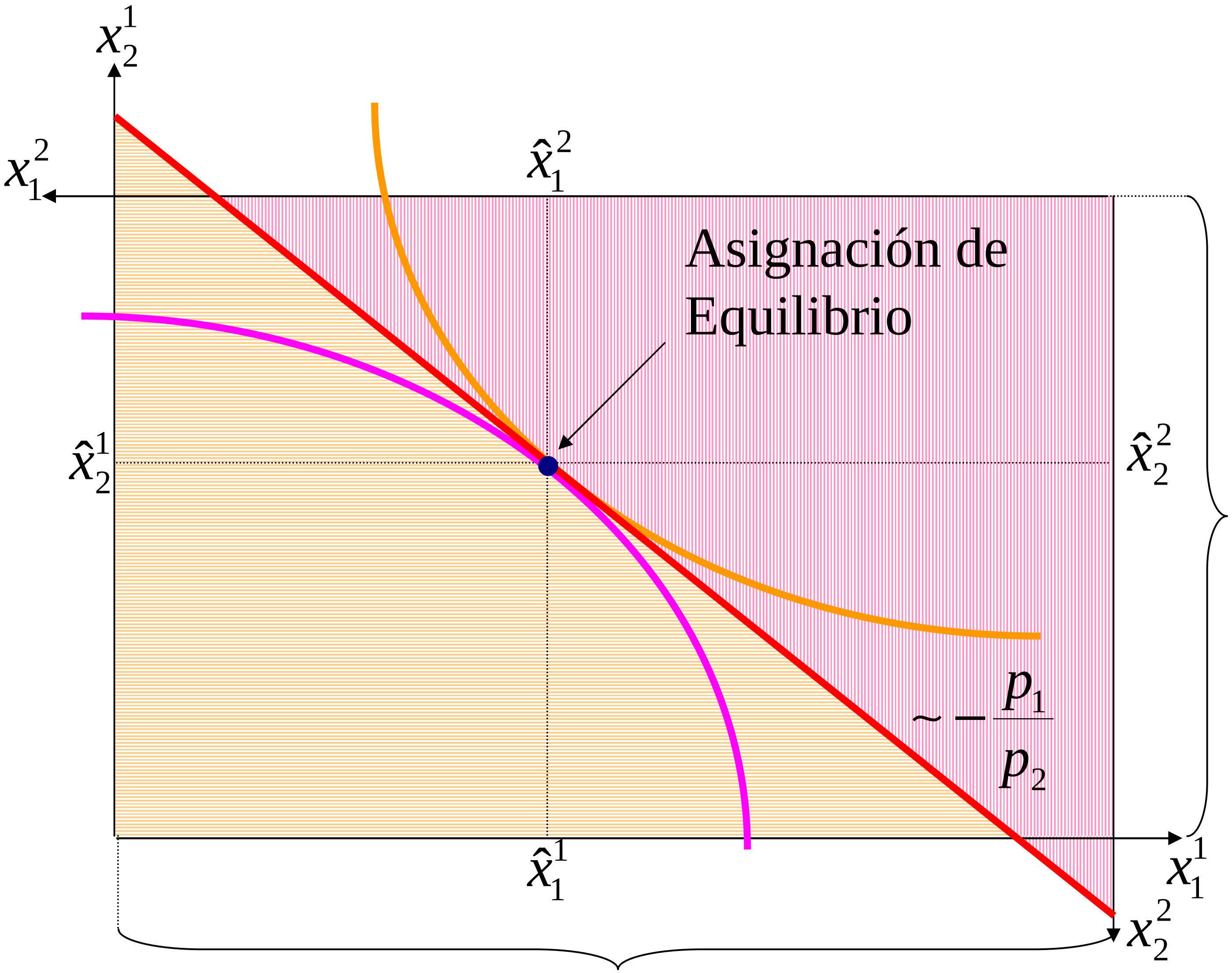
Eficiencia asignativa del consumo: las RMS entre dos bienes se igualan para todos los consumidores.

$$\left.\begin{array}{l} RMS_{i,\tilde{i}}^{h}(x^{h}) = \dfrac{\dfrac{\partial u^{h}(x^{h})}{\partial x_{i}^{h}}}{\dfrac{\partial u^{h}(x^{h})}{\partial x_{\tilde{i}}^{h}}} = \dfrac{p_{i}}{p_{\tilde{i}}} \\[2em] RMS_{i,\tilde{i}}^{h}(x^{h}) = \dfrac{\dfrac{\partial u^{\breve{h}}(x^{\breve{h}})}{\partial x_{i}^{\breve{h}}}}{\dfrac{\partial u^{\breve{h}}(x^{\breve{h}})}{\partial x_{\tilde{i}}^{\breve{h}}}} = \dfrac{p_{i}}{p_{\tilde{i}}} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$RMS_{i,\tilde{i}}^{h}(x^{h}) = RMS_{i,\tilde{i}}^{\breve{h}}(x^{\breve{h}}) \qquad \text{(EW.12)}$$

Fernando Perera-Tallo

Asignación de consumo en el Equilibrio Walrasiano



El mercado del bien 2 está en equilibrio:

$$\hat{y}_2 = \hat{x}_2^1 + \hat{x}_2^2$$

El mercado del bien 1 está en equilibrio:

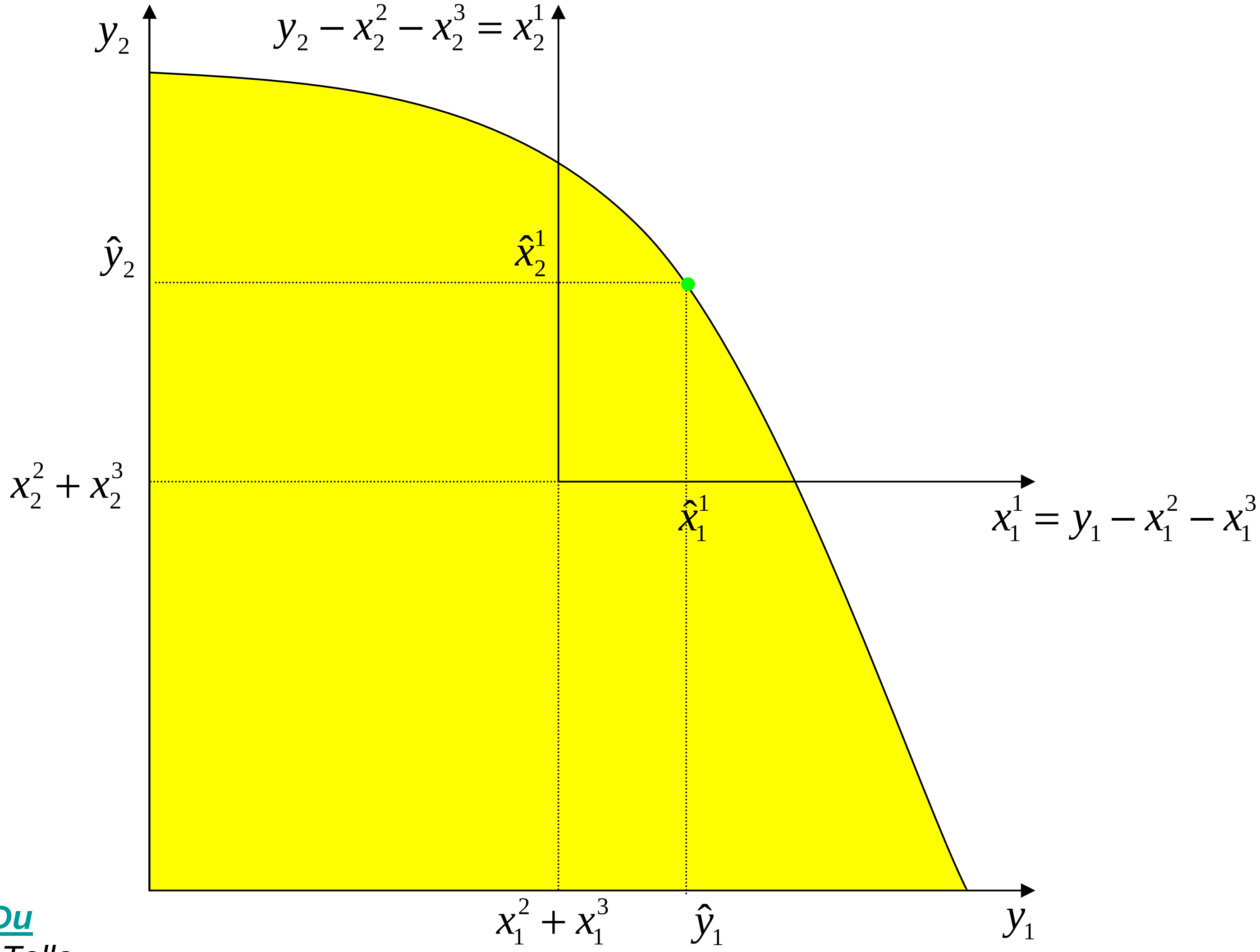
$$\hat{y}_1 = \hat{x}_1^1 + \hat{x}_1^2$$

Eficiencia de la combinación productiva: la RMS entre dos bienes de todos los consumidores se igual a la RMT de esos bienes

$$\left.\begin{aligned} RMS^h_{i,\tilde{i}}(x^h) &= \frac{\dfrac{\partial u^h(x^h)}{\partial x^h_i}}{\dfrac{\partial u^h(x^h)}{\partial x^h_{\tilde{i}}}} = \frac{p_i}{p_{\tilde{i}}} \\ RMT_{i,\tilde{i}}(y) &= \frac{p_i}{p_{\tilde{i}}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

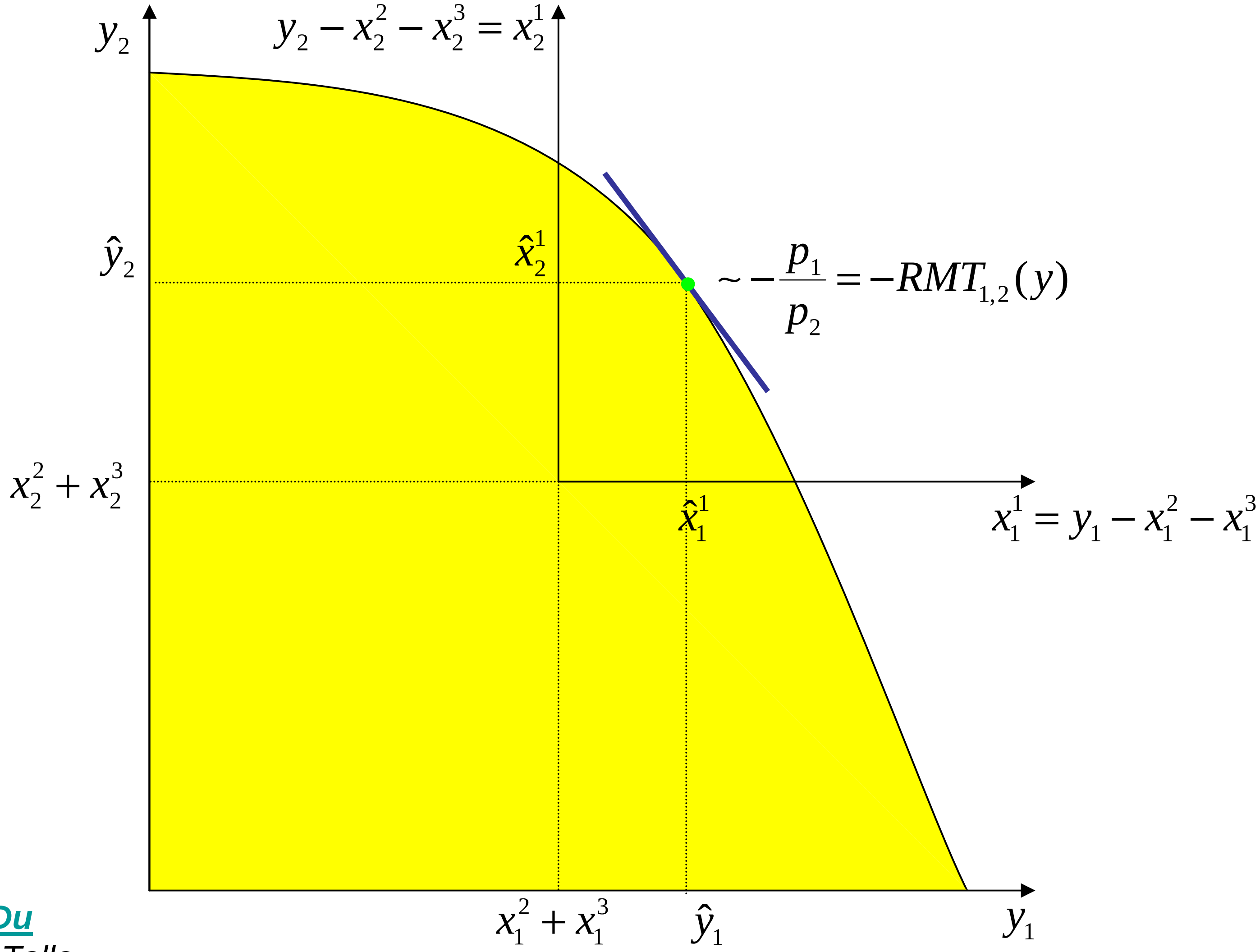
$$RMS^h_{i,\tilde{i}}(x^h) = RMT_{i,\tilde{i}}(y) \qquad \text{(EW.12)}$$

Elección del consumidor 1 en el equilibrio Walrasiano, considerando el consumo de los otros dos consumidores como dados.

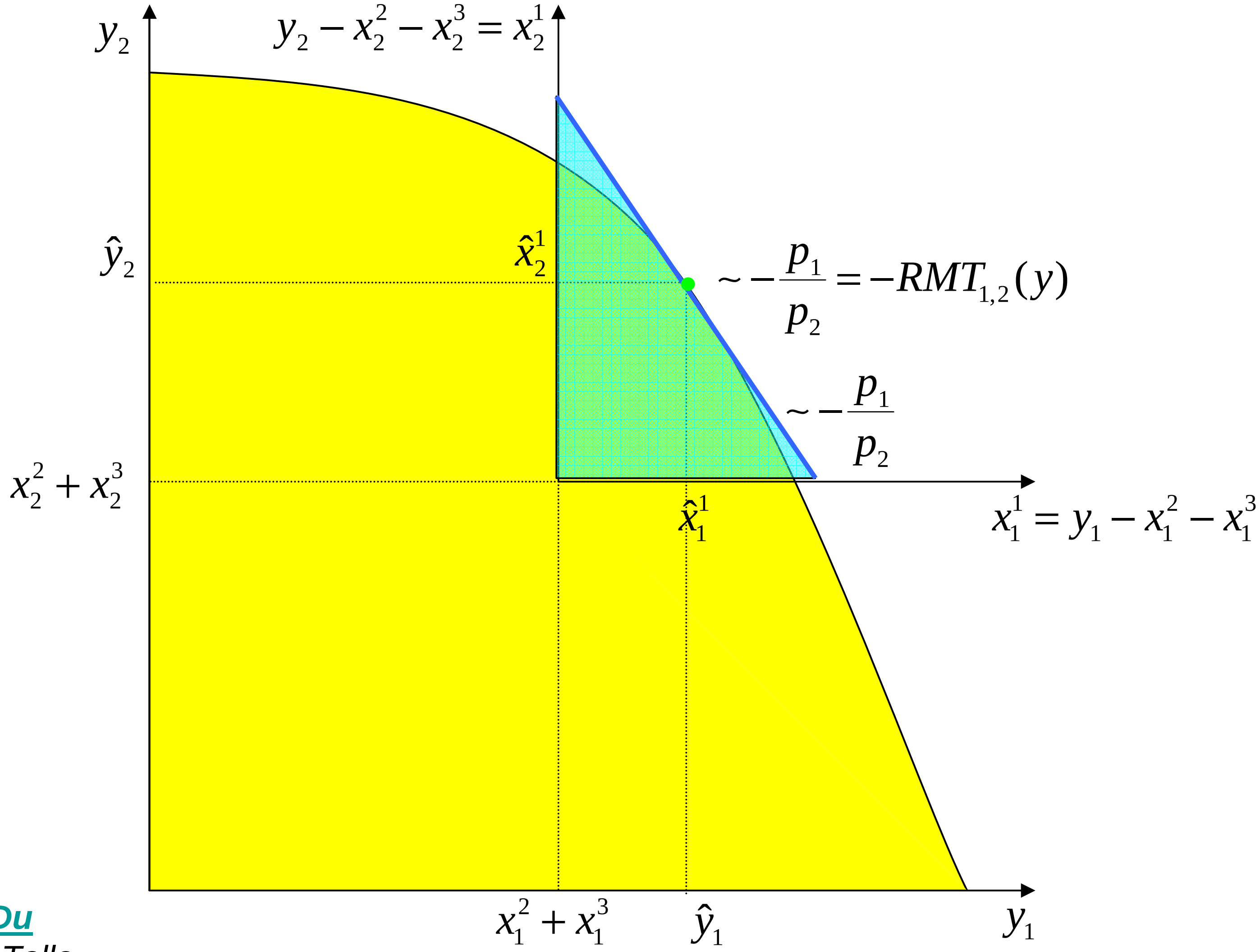


Fernando Perera-Tallo

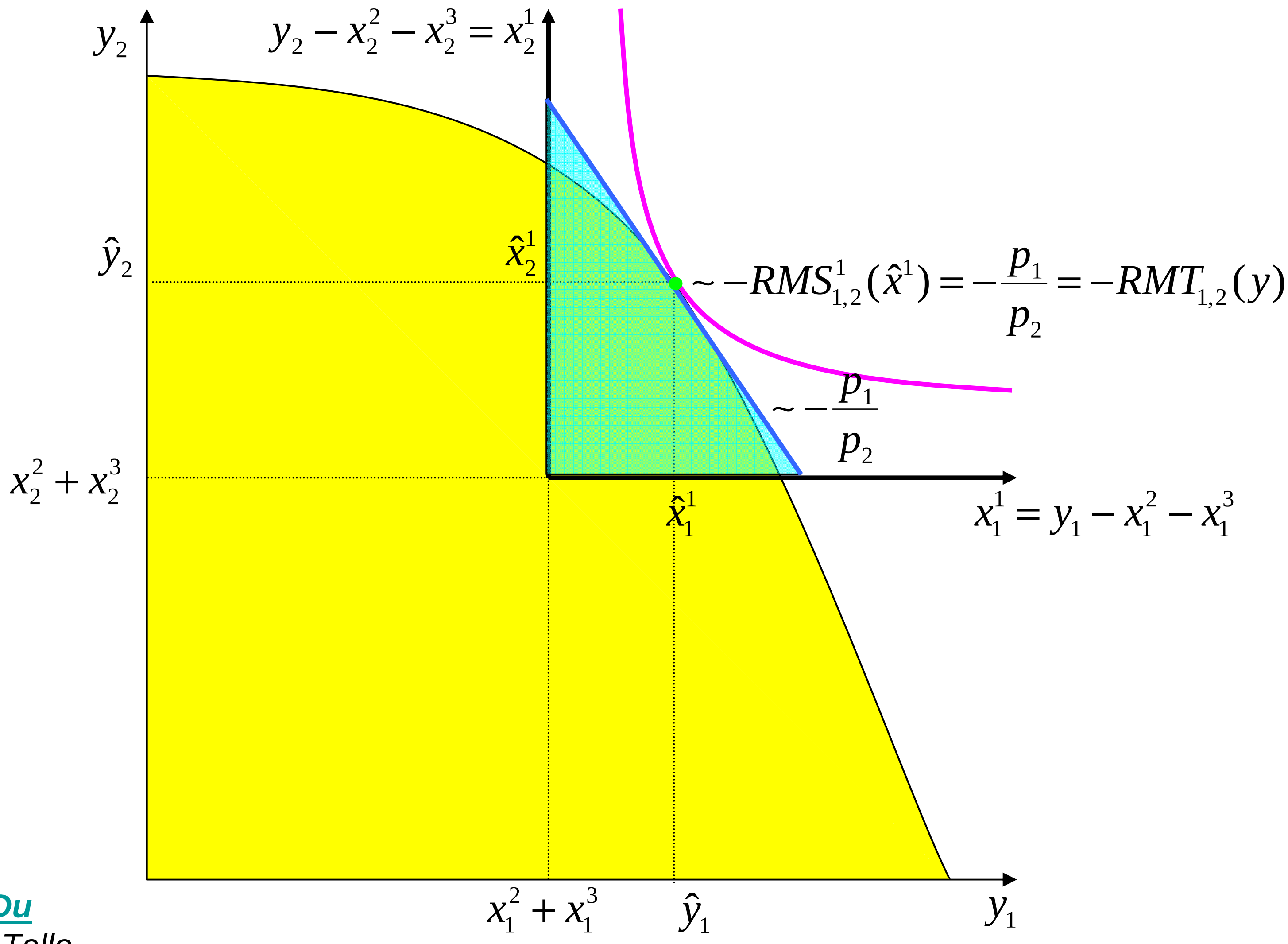
Elección del consumidor 1 en el equilibrio Walrasiano, considerando el consumo de los otros dos consumidores como dados.



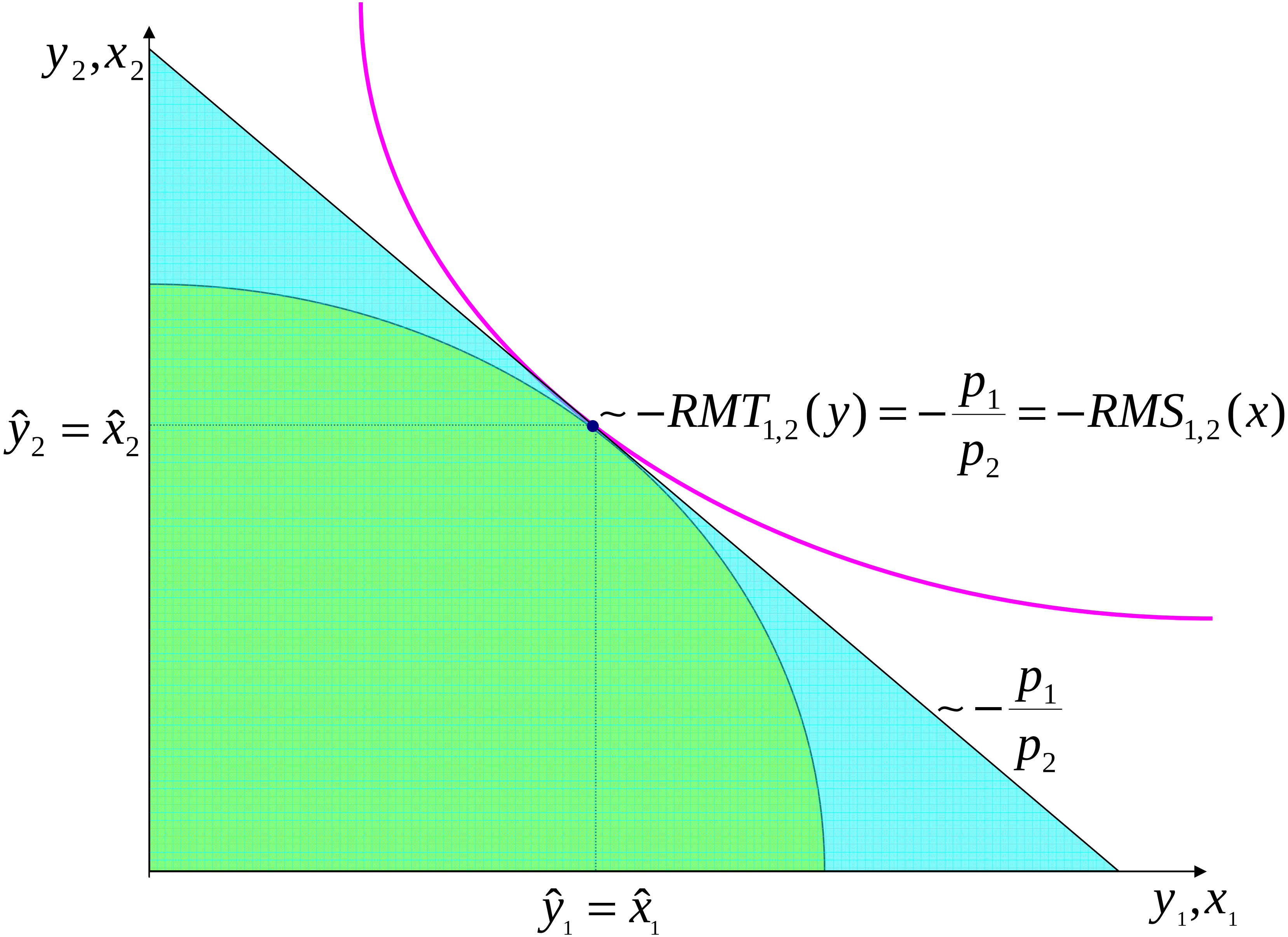
Conjunto presupuestario del consumidor 1 en el equilibrio Walrasiano considerando el consumo de los otros dos consumidores como dados.



Elección del consumidor 1 en el equilibrio Walrasiano, considerando el consumo de los otros dos consumidores como dados.



Equilibrio Walrasiano en una Economía con un solo consumidor:



Equilibrio Walrasiano 2× 2× 2× 2

(2 bienes, 2 factores, 2 empresas, 2 consumidores)