

## TEMA 6: MACROECONOMÍA A CORTO PLAZO

### DEMANDA AGREGADA DE BIENES

#### Componentes del gasto:

Identidad contable: todos los bienes y servicios producidos por una economía por unidad de tiempo (PIB) son comprados por:

- Las economías domésticas → consumo C.
- Las empresas → inversión I.
- El Estado → gasto público G.
- Otro Países → Exportaciones X.

Parte de lo que compran los consumidores (consumo), de lo que compran las empresas (inversión) y de los que compra el estado (gasto público) son bienes extranjeros, es decir, importaciones IMP. Si sumamos todas las componentes del gasto (consumo, inversión, gasto pública, exportaciones) y les restamos el valor de los bienes comprados en el extranjero (importaciones, IMP) obtendremos el valor de las ventas de bienes nacionales. Teniendo en cuenta que cuando una empresa produce algo y no se vende (existencias), el valor de lo que ha aumentado las existencias se considera inversión, podemos concluir que el valor de los bienes y servicios producidos por un a economía por unidad de tiempo es igual a las componentes del gasto:

$$PIB = C + I + G + \underbrace{X - IMP}_{XN}$$

donde XN son la exportaciones netas, es decir, la diferencia entre el valor de los bienes nacionales vendidos en el extranjero y el valor de los bienes comprados en el extranjero.

#### VARIABLES REALES Y VARIABLES NOMINALES

Si tenemos una variable en unidades monetarias, decimos que esa variable está en términos nominales y la escribiremos en estos apuntes con letras mayúsculas. Por ejemplo la producción agregada en términos nominales la denotaremos por Y. Los precios afectan a las variables nominales. Si por ejemplo se duplican los precios, la producción nominal también se duplica, aunque la producción de bienes permanezca constante. Para que las variables no se vean afectadas por los precios, dividamos a dichas variables por el índice de precios P y decimos que están en términos reales. A las variables reales las denotaremos con minúsculas<sup>1</sup>. Por ejemplo la producción agregada en términos reales se denota por y:

$$y = \frac{Y}{P}$$

Las variables en términos reales, al contrario que las nominales, no se ven afectadas por los precios. Por ejemplo si se duplican los precios, las variables nominales se duplican también pero a las variables reales no les afecta este cambio de precios.

**Demanda agregada**: la cantidad de bienes de un país que desean comprar los agentes económicos por unidad de tiempo. La demanda agregada DA se puede desagregar en las componentes del gasto: consumo, inversión, gasto público y exportaciones netas.

---

<sup>1</sup> Hay algunas excepciones a esta regla. Por ejemplo al tipo de interés nominal lo denotaremos por r, mientras que a la demanda y oferta agregadas en términos reales las denotaremos por DA y OA.

Demanda de consumo (en términos reales): nos dice la cantidad de bienes de consumo que quieren comprar las economías domésticas de un país por unidad de tiempo y se denota por  $c$ . La demanda de consumo depende de la renta disponible. La renta disponible es igual a la renta (que reciben las economías domésticas), menos los impuestos que las economías domésticas pagan al estado, más las transferencias que reciben del estado. Vamos a suponer que los impuestos que pagan las economías domésticas son proporcionales a la renta y que tienen el tipo impositivo  $\tau$ , mientras que las transferencias  $tr$  las vamos a considerar una variable exógena. Por tanto, la renta disponible  $y^d$  es:

$$y^d = y(1 - \tau) + tr$$

$$c\left(y^d\right)$$

donde  $c(\cdot)$  es la demanda de consumo (en términos reales).

Inversión: depende negativamente del tipo de interés real (esperado) y positivamente del rendimiento esperado de la inversión:

$$i = i\left(r - \pi^e, \beta^e\right)$$

Tipo de interés esperado: es el tipo de interés real  $r$  menos la inflación esperada.

Si ponemos  $A$  unidades monetarias en un activo con tipo de interés (nominal) fijo igual a  $r$  en el periodo en que se vence dicho activo nos pagarán  $(1+r)A$  unidades monetarias. Por tanto, el rendimiento del activo en términos nominales es igual a  $r$ :

$$\frac{(1+r)A}{A} - 1 = r$$

Sin embargo, el rendimiento que es realmente relevante es el que es en términos de bienes. Cuando invertimos en el activo  $A$  unidades monetarias, estamos renunciando a  $\frac{A}{P}$  bienes, donde  $P$  es el precio de los bienes. Si este activo tiene un tipo de interés (nominal) fijo igual a  $r$  en el periodo en que se vence dicho activo nos pagarán  $(1+r)A$  unidades monetarias, con las que podremos comprar  $\frac{(1+r)A}{P_{+1}}$  bienes, donde  $P_{+1}$  es el

precio de los bienes en el periodo de vencimiento del activo (un periodo más tarde). Por tanto el rendimiento del activo en términos reales, es decir en términos de bienes, es igual a:

$$(1 + r^{real}) = \frac{(1+r)A}{\frac{A}{P}} = \frac{1+r}{\frac{P_{+1}}{P}} = \frac{1+r}{1+\pi}$$

$$\ln(1 + r^{real}) = \ln(1+r) - \ln(1+\pi)$$

$$r^{real} \approx r - \pi$$

donde hemos usado la aproximación  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1+x} = 1 \Rightarrow \ln(1+x) \approx x$

El tipo de interés real es el precio al que podemos intercambiar consumo presente por consumo futuro.

Exportaciones Netas:

Las exportaciones dependen positivamente de la renta extranjera “ $y^*$ ” y de la *relación real de intercambio* que es el precio relativo de los bienes extranjeros con respecto a los nacionales:

$$\frac{P^* E}{P}$$

donde :

$P^*$  = precio extranjero en u.m. extranjeras

$P$  = precio nacional en u.m. nacionales

$E$  = tipo de cambio, numero de u.m. nacionales que cuesta comprar una unidad monetaria extranjera.

Las importaciones dependen negativamente del precio relativo de los bienes extranjeros con respecto a los nacionales (*relación real de intercambio*), y dependen positivamente del nivel de renta nacional:

$$xn \left( \frac{P^* E}{P}, y^*, y \right) = x \left( \frac{P^* E}{P}, y^* \right) - \frac{P^* E}{P} imp \left( \frac{P^* E}{P}, y \right)$$

Demanda Agregada:

$$DA \left( y, r - \pi^e, \tau, tr, \bar{g}, \beta^e, \frac{P^* E}{P}, y^* \right) = c \left( y(1 - \tau) + tr \right) + i \left( r - \pi^e, B^e \right) + \bar{g} + xn \left( \frac{P^* E}{P}, y^*, y \right)$$

Para que haya equilibrio en la economía se tiene que dar que la producción tiene que ser igual a la cantidad de bienes demandados por los distintos agentes de la economía. Por tanto para que haya equilibrio en la economía se tiene que dar la siguiente ecuación:

$$y = c \left( y(1 - \tau) + tr \right) + i \left( r - \pi^e, B^e \right) + \bar{g} + xn \left( \frac{P^* E}{P}, y^*, y \right)$$

**MERCADOS EXTERNOS**

Hay dos tipos de flujos con el exterior:

- De bienes: se compran bienes extranjeros (importaciones) y se venden bienes nacionales en el extranjero (exportaciones)
- De capitales: los agentes nacionales compran activos extranjeros y los extranjeros compran activos nacionales.

**Flujos de Capitales**

Los flujos de capitales dependerán de la diferencia del rendimiento de los activos nacionales con respecto a los extranjeros.



Si invertimos una unidad monetaria nacional en un activo extranjero, significa que invertimos  $\frac{1}{E}$  unidades monetarias extranjeras en dicho activo, a la fecha de maduración del activo obtendremos  $(1+r^*)\frac{1}{E}$  unidades monetarias extranjeras, donde  $r^*$  es la tasa nominal de interés del activo extranjero. Con esas  $(1+r^*)\frac{1}{E}$  unidades monetarias extranjeras obtendremos  $(1+r^*)\frac{1}{E}E_+$  unidades monetarias nacionales, donde  $E_+$  es el tipo de cambio a la fecha de vencimiento del activo. Por tanto, el rendimiento en términos de la moneda nacional de una unidad monetaria nacional invertida en un activo extranjero es como sigue:

$$1 + r^{* \text{moneda nacional}} = (1 + r^*) \frac{E_{+1}}{E}$$

$$\ln(1 + r^{* \text{moneda nacional}}) = \ln\left(1 + \frac{E_{+1} - E}{E}\right) + \ln(1 + r^*)$$

$$r^{* \text{moneda nacional}} \approx r^* + \frac{E_{+1} - E}{E}$$

donde hemos usado la aproximación  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1+x} = 1 \Rightarrow \ln(1+x) \approx x$

$\frac{E_{+1} - E}{E}$  = tasa de depreciación de la moneda nacional.

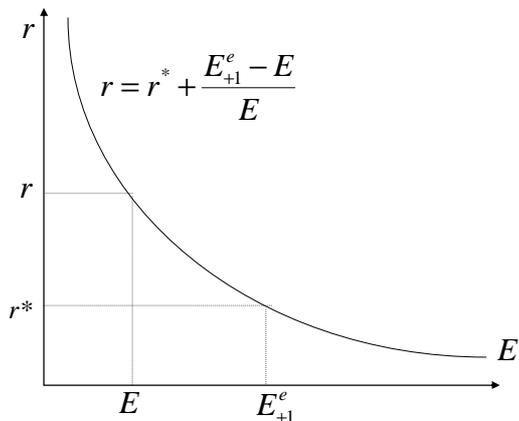
### Perfecta Movilidad de Capitales:

Se dice que hay perfecta movilidad de capitales si no hay ningún coste de comprar activos extranjeros. Este supuesto implica que el rendimiento de los activos nacionales se tiene que igualar al rendimiento de los activos extranjeros:

$$r = r^* + \frac{E_{+1}^e - E}{E} \tag{DA2}$$

Note que hemos sustituido en la anterior ecuación el tipo de cambio del siguiente periodo  $E_{+1}$  por el tipo de cambio esperado del siguiente periodo  $E_{+1}^e$ , porque a la hora de invertir en un activo no sabemos con certeza cuál va a ser con certeza el tipo de cambio al vencimiento del activo. La anterior ecuación se conoce como paridad no cubierta de tipos de interés.

### Paridad no cubierta de tipos de interés



### Evolución de la Relación real de intercambio:

El crecimiento de la relación real de intercambio (RRI) sería como sigue:

$$\frac{RRI_{+1}}{RRI} = \frac{\frac{P_{+1}^* E_{+1}}{P_{+1}}}{\frac{P^* E}{P}} = \frac{P_{+1}^* E_{+1}}{P^* E} = \frac{(1 + \pi^*) \left(1 + \frac{E_{+1} - E}{E}\right)}{(1 + \pi)}$$

$$\ln\left(1 + \frac{RRI_{+1} - RRI}{RRI}\right) = \ln(1 + \pi^*) + \ln\left(1 + \frac{E_{+1} - E}{E}\right) - \ln(1 + \pi)$$

donde el subíndice “+1” significa que es la variable un periodo más tarde. Usado la aproximación  $\ln(1 + x) \approx x$ :

$$\frac{RRI_{+1} - RRI}{RRI} = \pi^* - \pi + \frac{E_{+1} - E}{E}$$

Esta ecuación nos dice que la relación real de intercambio (el precio relativo de los bienes extranjeros con respecto a los nacionales) aumenta con la tasa de inflación en el extranjero  $\pi^*$  y con la tasa de depreciación de la moneda nacional  $\frac{E_{+1} - E}{E}$  y

disminuye con la inflación en el país  $\pi$ .

Por tanto para que la relación real de intercambio sea constante se tiene que dar la siguiente ecuación, conocida como paridad del poder adquisitivo (versión dinámica):

$$\frac{E_{+1} - E}{E} = \pi - \pi^*$$

Es decir, si queremos que la relación real de intercambio sea constante la tasa de depreciación de la moneda nacional tiene que ser igual a la diferencias de tasas de inflación nacional con respecto a la inflación extranjera.

Uno de los inconvenientes del tipo de cambio fijo es que si la tasa de inflación dentro del país es distinta de la del extranjero la relación real de intercambio no se mantiene constante sino que aumenta constantemente (cuando la inflación extranjera es mayor que la inflación nacional) o disminuye constantemente (cuando la inflación extranjera es menor que la inflación nacional).

Por ejemplo, si la inflación nacional es mayor que la inflación extranjera ( $\pi > \pi^*$ ), y el tipo de cambio es fijo ( $E_{+1} = E$ ) la relación real de intercambio se reduce a lo largo del tiempo:

$$\frac{RRI_{+1} - RRI}{RRI} = \pi^* - \pi < 0$$

Esto significa que los bienes extranjeros cada vez cuestan más baratos, con lo que el déficit de la balanza comercial es cada vez mayor. Incluso puede ocurrir que el país pierda su ventaja comparativa en ciertos productos simplemente porque la moneda nacional está artificialmente sobrevalorada.

### LA CURVA DE DEMANDA AGREGADA:

La curva de demanda agregada se define como combinaciones de renta-precios en que el gasto es igual al demandado por los agentes de la economía (DA1) y en el que el mercado de divisas (DA2) están en equilibrio:

$$y = c\left(y(1-\tau) + tr, \right) + i\left(r - \pi^e, \beta^e\right) + \bar{g} + xn\left(\frac{P^* E}{P}, y^*, y\right) \quad (DA1)$$

$$r = r^* + \frac{E_{+1}^e - E}{E} \quad (DA2)$$

#### Tipo de cambio flexible

En este caso la autoridad monetaria fija el tipo de interés (que es una variable exógena) pero el tipo de cambio lo determina el mercado (es una variable endógena). Con lo que las variables endógenas del modelo son la renta  $y$  y el tipo de cambio  $E$ . Además, cuando introduzcamos la oferta agregada, el precio también será una variable endógena, aunque de momento la trataremos como una variable exógena.

Tenemos dos ecuaciones (DA1) y (DA2), y dos variables endógenas la renta  $y$  y el tipo de cambio  $E$ . Sin embargo la ecuación (DA2) por si sola determina el tipo de cambio:

$$E = \frac{E_{+1}^e}{1 + r - r^*} \quad (DA2')$$

Substituyendo el tipo de cambio de la ecuación (DA2') en (DA1) obtenemos

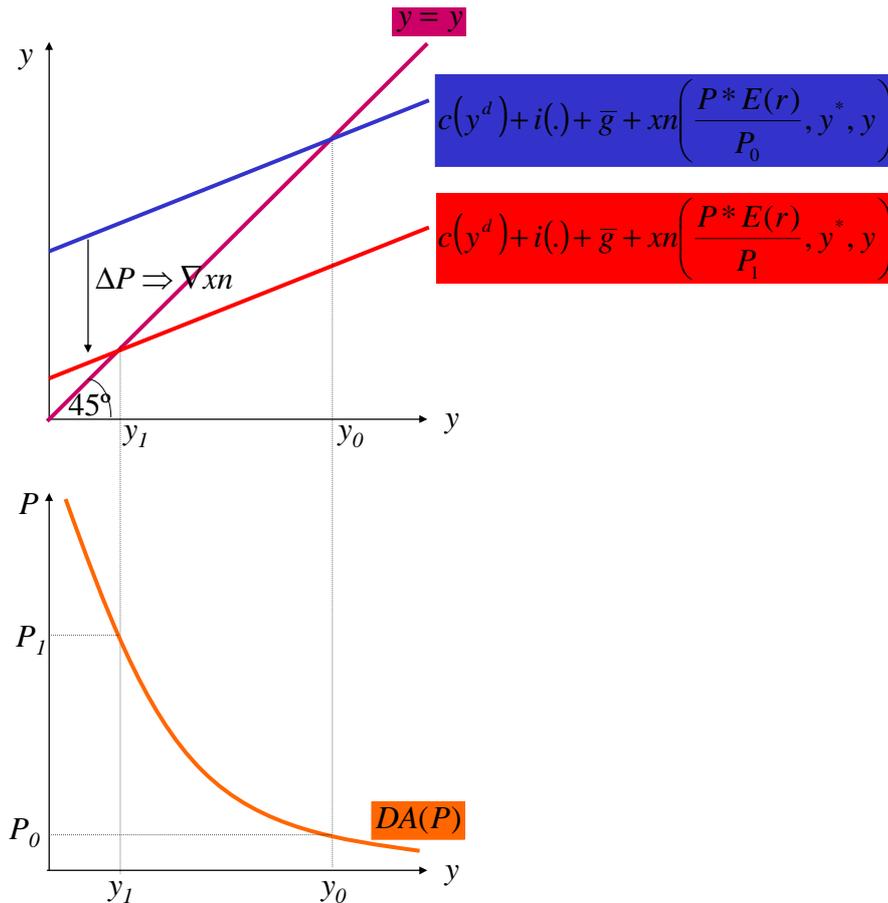
$$y = c\left(y(1-\tau) + tr, \right) + i\left(r - \pi^e, \beta^e\right) + \bar{g} + xn\left(\frac{P^* E_{+1}^e}{P(1+r-r^*)}, y^*, y\right)$$

La curva de demanda agregada tiene pendiente negativa porque al aumentar los precios cae la relación real de intercambio con lo que se reducen las exportaciones netas.

**Supuesto:**  $1 - c'(y(1-\tau) + tr)(1-\tau) - xn'_y\left(\frac{P^* E}{P}, y^*, y\right) > 0$

Utilizando el Teorema de la función implícita:

$$\frac{\partial y}{\partial P}\Big|_{DA} = \frac{-xn'_{RR1}\left(\frac{P^* E_{+1}^e}{P(1+r-r^*)}, y^*, y\right) \frac{P^* E_{+1}^e}{P^2(1+r-r^*)}}{1 - c'(y(1-\tau) + tr)(1-\tau) - xn'_y\left(\frac{P^* E}{P}, y^*, y\right)} < 0$$



### Tipo de cambio fijo

En este caso la autoridad monetaria fija el tipo de cambio (que es una variable exógena) pero no puede controlar el tipo de interés (que es una variable endógena). Con lo que las variables endógenas del modelo son la renta  $y$  y el tipo de interés  $r$ . Además, cuando introduzcamos la oferta agregada, el precio también será una variable endógena, aunque de momento la trataremos como una variable exógena.

Tenemos dos ecuaciones (DA1) y (DA2), y dos variables endógenas la renta  $y$  y el tipo de interés  $E$ . Sin embargo la ecuación (DA2) por si sola determina el tipo de interés:

$$r = r^* + \frac{E_{+1}^e - E}{E} \quad (\text{DA2})$$

Substituyendo el tipo de cambio de la ecuación (DA2) en (DA1) obtenemos

$$y = c\left(y(1-\tau) + tr, \right) + i\left(r^* + \frac{E_{+1}^e - E}{E} - \pi^e, \beta^e\right) + \bar{g} + xn\left(\frac{P^* E}{P}, y^*, y\right)$$

La curva de demanda agregada tiene pendiente negativa por la misma razón que en el caso del tipo de cambio flexible: al aumentar los precios cae la relación real de intercambio con lo que se reducen las exportaciones netas. La diferencia entre la curva de demanda agregada con tipo de cambio flexible y fijo, es que con tipo de cambio flexible el tipo de interés es una variable exógena y el tipo de cambio es una variable endógena, mientras que con tipo de cambio fijo es exactamente al revés.

## OFERTA AGREGADA CON SALARIOS NOMINALES RIGIDOS

### La función de producción agregada

Las empresas obtienen la producción de la economía en términos reales ( $y$ ) empleando capital ( $K$ ) y trabajo ( $L$ ) de acuerdo con la siguiente función de producción, que suponemos continua y diferenciable de segundo orden:

$$y = F(K, L); \quad F'_L(K, L) > 0; \quad F'_K(K, L) > 0$$

Como ya se explicó en el tema 1, tanto el trabajo como el capital se miden en términos reales. Así, el trabajo se mide en número de personas o, alternativamente, en número de horas de trabajo.

Los productos marginales del trabajo y capital son positivos, de manera que cuando las empresas de esta economía emplean más trabajo o más capital incrementan la producción agregada.

En cualquier caso, los productos marginales del trabajo y del capital son decrecientes. Esto quiere decir que el producto marginal del trabajo se reduce a medida que se incrementa la fuerza de trabajo contratada. Del mismo modo, el producto marginal del capital decrece con el stock de capital instalado.

$$F''_L(K, L) = \frac{\partial F'_L(K, L)}{\partial L} < 0; \quad F''_K(K, L) = \frac{\partial F'_K(K, L)}{\partial K} < 0$$

Supondremos que la función de producción presenta rendimientos constantes a escala y que el producto marginal del trabajo tiende a infinito cuando el trabajo tiende a cero:

$$\forall \lambda > 0 \quad F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L)$$

$$\lim_{L \rightarrow 0} F'_L(K, L) = +\infty$$

En este tema vamos a construir un modelo de corto y medio plazo en el que el stock de capital permanece constante. Por tanto, la variable  $K$  la consideraremos exógena.

### la demanda de trabajo

Las empresas de esta economía son competitivas, es decir, toman el precio que cobran por vender su producción ( $P$ ) y el salario que pagan a sus trabajadores ( $W$ ) como dado.

El beneficio de las empresas viene determinado como la diferencia entre los ingresos que obtienen por la venta de su producción y los costes salariales y de uso del capital.

Si agrupamos a todas las empresas de la economía en una:

$$\text{Beneficio} = P F(K, L) - W L - CF$$

Donde  $CF$  representa el coste fijo a corto plazo asociado a la utilización del capital.

En el corto y en el medio plazo las empresas no pueden elegir la cantidad de capital, que se considera una variable exógena. Por ello, las empresas eligen la cantidad de trabajo que maximiza sus beneficios:

$$\text{Max}_L P F(K, L) - W L - CF$$

Las condiciones de primer orden implican que las empresas contratarán trabajo hasta el punto en que el salario monetario sea igual al valor del producto marginal del trabajo:

$$P F'_L(K, L) - W = 0 \Rightarrow P F'_L(K, L) = W$$

Alternativamente, la condición de primer orden se puede expresar en términos reales. En este caso, indica que el producto marginal del último trabajador contratado debe igualar al salario real ( $w$ ) que percibe.

$$F'_L(K, L) = \frac{W}{P} = w$$

### la oferta de trabajo

Vamos a considerar por simplificación que la oferta de trabajo es constante e igual a  $L^pe$ , a esta cantidad de trabajo la llamaremos oferta de trabajo de pleno empleo.

### **Determinación del empleo y los salarios**

El empleo y los salarios no se van a determinar mediante el equilibrio entre la oferta y la demanda de trabajo, ya que el mercado de trabajo tiene características que lo alejan de la competencia perfecta. Con el fin de disponer de un modelo de mercado de trabajo sencillo, pero que recoja las características fundamentales de otros más complejos, se considera que los salarios se obtiene a través de un proceso de negociación salarial.

En el mercado de trabajo, los salarios reales se determinan habitualmente mediante la negociación de trabajadores y empresarios. Esta negociación puede tener lugar a nivel global mediante el acuerdo de sindicatos y patronales, lo que da lugar a convenios colectivos; pero también puede ser fruto de la negociación entre trabajadores y empresarios individuales<sup>2</sup>. En este tema no entraremos en los detalles de cómo se produce la negociación entre sindicatos y patronal o cuáles son los factores que hacen que el salario negociado sea uno u otro. Nos bastará saber que el salario de la negociación siempre es un punto medio entre el salario objetivo de los sindicatos y el de las empresas, es decir, el salario de la negociación va a estar siempre por debajo del salario objetivo de los sindicatos y por encima del salario objetivo de las empresas. Por tanto, el salario real negociado será una variable exógena que denotaremos por  $w^*$ .

### **La determinación de los salarios monetarios en el corto plazo**

Como acabamos de comentar, a través de la negociación colectiva se llega a un acuerdo sobre el salario real que debe regir en el mercado  $w^*$ . Una vez que se llega a un acuerdo y, teniendo en cuenta como serán los precios esperados, se fija el salario nominal  $W$  de tal manera que el salario real esperado  $w^e$  sea igual al acordado  $w^*$ :

$$w^e = \frac{W}{P^e} = w^* \Rightarrow W = w^* P^e$$

donde  $W$  es el salario nominal,  $P^e$  es el nivel de precio esperado. El salario nominal  $W$  se fija al principio del periodo (es una variable exógena a corto plazo), por tanto, una vez fijado no cambiará en el corto plazo.

Evidentemente el precio esperado durante el periodo está muy relacionado con la inflación esperada:

$$\pi = \frac{P - P_{-1}}{P_{-1}} \Leftrightarrow P = P_{-1}(1 + \pi) \Rightarrow P^e = P_{-1}(1 + \pi^e)$$

donde  $P_{-1}$  es el nivel de precios al principio del periodo y  $\pi^e$  es la inflación esperada a lo largo del periodo.

### **La determinación de la oferta en el corto plazo:**

Consideraremos que estamos en el corto plazo cuando la cantidad de capital (factor fijo) no cambia y las expectativas de los agentes sobre el precio pueden no ser correctas. por

---

<sup>2</sup> Blanchard (2000), pp. 288-292 proporciona una explicación detallada de los factores que inciden en la negociación de los salarios

ello, la curva de oferta la obtenemos para un valor concreto de las expectativas del precio ( $P^e$ ).

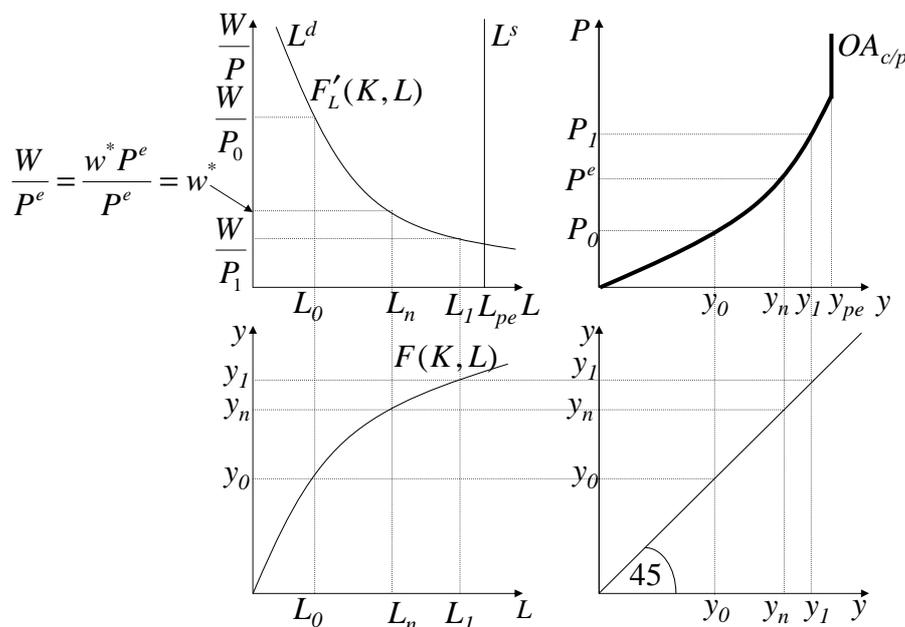
La oferta agregada en el corto plazo dependerá de la cantidad de trabajo que contraten las empresas, que viene determinada en el mercado de trabajo, y de la producción correspondiente a ese nivel de empleo, que viene dada por la función de producción a corto plazo (con el capital constante):

$$\text{Mercado de trabajo: } F'_L(K, L) = w^* \frac{P^e}{P}$$

$$\text{Función de Producción: } y = F(K, L)$$

En el primer gráfico se observa como las empresas determinan la cantidad contratada de trabajo en función del salario real fijado. Cuando aumenta el precio, la curva de demanda de trabajo se desplaza hacia arriba y el la cantidad de trabajo contratada crece. A partir de la función de producción, es evidente que la producción crece. Por tanto, la curva de oferta de la economía en el corto plazo es una función creciente con el precio (gráfica de la derecha).

### Oferta Agregada a corto plazo



En términos económicos, la explicación de un movimiento a lo largo de la curva de oferta es la siguiente: cuando se eleva el precio, cae el salario real y esto hace que la demanda de trabajo de las empresas aumenta por lo que se contrata más trabajo, reduciéndose el nivel de desempleo.

Al nivel de empleo y de producción correspondientes al salario real acordado en la negociación colectiva  $w^*$  se les denominará respectivamente nivel natural de empleo  $L_n$  y nivel natural de producción  $y_n$ . El nivel de empleo y producción natural se dará cuando las expectativas de los precios son correctas, es decir, cuando  $P = P^e$ .

En el gráfico anterior si partimos del nivel de precios  $P_0$  y aumentan los precios hasta  $P_1$ , debido a que el salario nominal está fijo, al aumentar los precios el salario real cae desde  $W/P_0$  hasta  $W/P_1$ , con lo que se contratan más trabajadores, el nivel de empleo pasa de  $L_0$  a  $L_1$  (ver gráfico superior izquierdo). Al contratarse más trabajadores el

nivel de producción aumenta, pasando de  $y_0$  a  $y_1$  (ver gráfico inferior izquierdo). Este incremento de la producción se ve reflejado en la curva de oferta agregada (gráfico superior derecho) donde al precio  $P_1$  le corresponde un nivel de producción superior  $y_1$  que al precio  $P_0$ , que le corresponde el nivel de producción  $y_0$ .

### La determinación de la oferta en el medio plazo

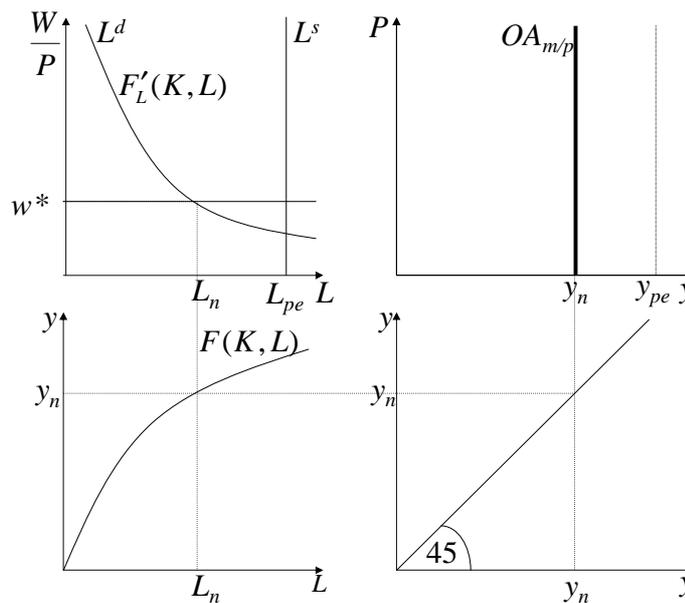
En el medio plazo, la cantidad de capital (factor fijo) no cambia, pero las expectativas de los trabajadores sobre el precio siempre coinciden con el precio agregado ( $P = P^e$ ). Esto implica que el salario nominal se ajusta de tal forma que el salario real en el mercado de trabajo será  $w^*$ , independientemente del nivel de precios que haya. Por tanto en el medio plazo, los precios no afectarán ni al nivel de empleo ni a la producción, simplemente afectarán al salario nominal que será  $W = w^*P$ , mientras que el nivel de empleo y de producción será igual al nivel natural  $y_n$ . Esto significa que la oferta agregada a medio plazo será perfectamente inelástica.

Mercado de trabajo:  $F'_L(K, L_n) = w^*$

Función de Producción:  $y_n = F(K, L_n)$

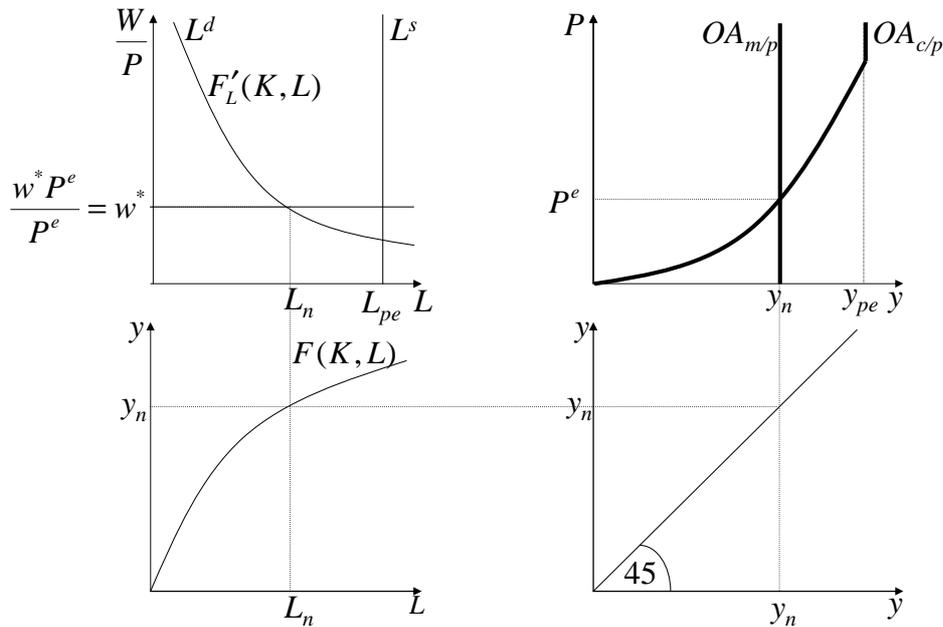
Gráficamente, la curva de oferta a medio plazo quedaría de la siguiente manera:

#### Oferta Agregada a medio plazo



La oferta a corto y medio plazo coincidirán cuando los precios sean iguales a los precios esperados:  $P = P^e$  :

### Oferta Agregada a corto y medio plazo



### La curva de Phillips a corto y medio plazo

La condición de equilibrio en el mercado de trabajo se puede reescribir en términos de la inflación en lugar del nivel de precios:

$$F'_L(K, L) = w^* \frac{P^e}{P} = w^* \frac{P_{-1}(1 + \pi^e)}{P} = w^* \frac{(1 + \pi^e)}{(P/P_{-1})} = w^* \frac{(1 + \pi^e)}{(1 + \pi)}$$

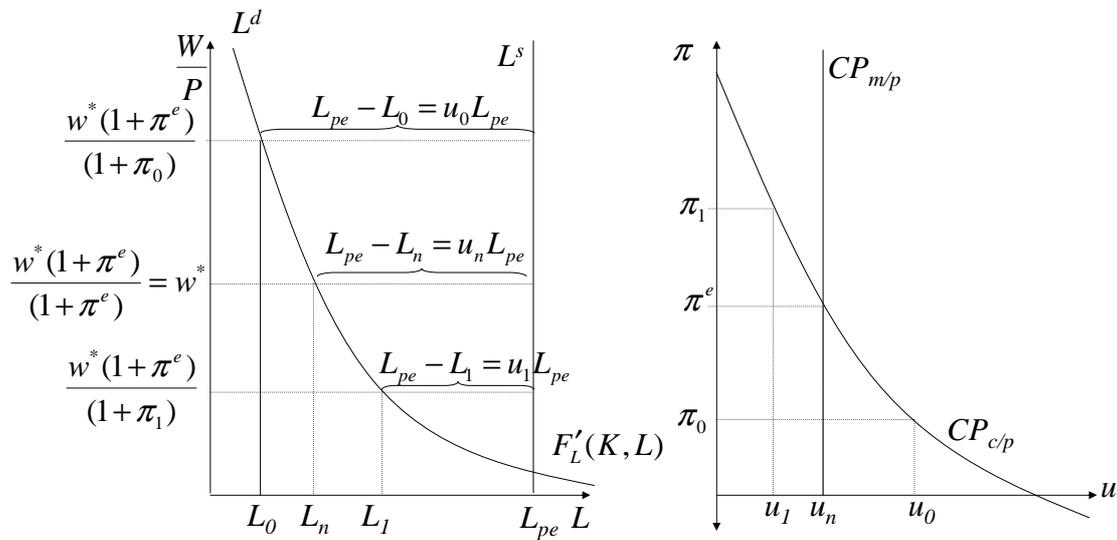
Si definimos tasa de paro  $u$  como el porcentaje de parados sobre la población activa (nivel de empleo de pleno empleo) obtenemos la relación existente entre inflación y tasa de desempleo:

$$u = \frac{L_{pe} - L}{L_{pe}} \Rightarrow L = (1 - u)L_{pe}$$

$$F'_L(K, (1 - u)L_{pe}) = w^* \frac{(1 + \pi^e)}{(1 + \pi)}$$

Evidentemente, en el corto plazo, cuanto mayor es la inflación, menor es el salario real y por tanto menor es la tasa de desempleo (ver gráfico de la izquierda). La representación gráfica de esta relación inversa entre la inflación y la tasa de paro en el corto plazo es lo que se conoce como curva de Phillips a corto plazo.

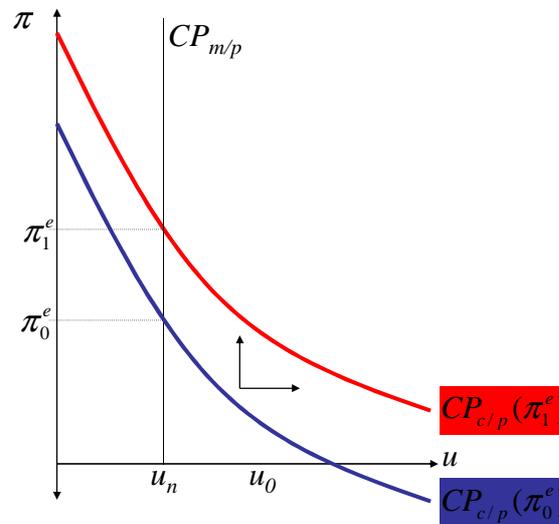
### Curva de Philips a corto y medio plazo



En el medio plazo el salario real es igual al salario acordado en la negociación colectiva  $w^*$ , y por tanto la inflación no afecta ni al nivel de empleo ni a la tasa de desempleo, por lo que la curva de Phillips a medio plazo sería perfectamente inelástica, siendo la tasa de paro la correspondiente a la del salario de la negociación colectiva. Dicha tasa de paro la denominaremos tasa natural de paro  $u_n$ .

La tasa de paro natural se obtendrá cuando la inflación sea igual a la inflación esperada, eso significa que un cambio en las expectativas de inflación hará desplazar la curva de Phillips. Por ejemplo, si aumenta la inflación esperada, esto hará que se fije un salario nominal mayor, por tanto, dado un nivel de inflación, el salario real será mayor y esto hace que el número de trabajadores contratados sea menor y la tasa de paro mayor. Gráficamente la curva de Phillips se desplaza hacia la derecha. Otra manera de interpretarlo es la siguiente: cuando sube la inflación esperada, aumenta el salario nominal, por tanto, para que se siga manteniendo el mismo nivel de empleo, la tasa de inflación tiene que ser mayor haciendo que el salario real permanezca constante. Gráficamente la curva de Phillips se desplazaría hacia arriba.

### Desplazamiento de la curva de Phillips a corto plazo ante un incremento de las expectativas de inflación



### Políticas de reducción de la inflación y la importancia del prestigio de la autoridad monetaria

Hemos visto que en el corto plazo un aumento de la inflación trae consigo una reducción del desempleo cuando los agentes se les sorprende desprevenidos (no cambian sus expectativas). Es decir, un aumento de la inflación tiene efectos reales cuando los agentes no tienen información sobre ese aumento de la inflación en el momento de fijar el salario nominal. La razón es que el incremento de la inflación implicará una reducción del salario real y un incremento de la cantidad demandada de trabajo y por tanto del nivel de empleo. Ahora bien, cuando los agentes corrigen sus expectativas (en el medio plazo), una mayor inflación no implicará salarios reales menores, ya que los agentes tienen en cuenta esta mayor inflación a la hora de formar sus expectativas y, por tanto, de fijar los salarios nominales. En consecuencia, en el medio plazo una mayor inflación no supone ni un menor salario real ni, por tanto, un mayor nivel de empleo. Por esta razón muchos países se han planteado reducir su nivel de inflación, ya que en el medio plazo no supone ningún efecto positivo sobre el empleo<sup>3</sup>.

Ahora bien, el efecto de una política de reducción de la inflación es muy distinto si los agentes se creen que se va a realizar esta política o no. Imaginemos que partimos de una situación de equilibrio a medio plazo donde las expectativas son iguales a la inflación ( $\pi_0^e = \pi_0$ ) y la tasa de paro es la natural  $u^n$ . Si la autoridad monetaria anuncia una reducción de la inflación por ejemplo de  $\pi_0$  a  $\pi_1$  ( $\pi_1 < \pi_0$ ), y esa disminución de la inflación se lleva a cabo, el efecto de dicha caída es muy distinta si la autoridad monetaria es creíble o no.

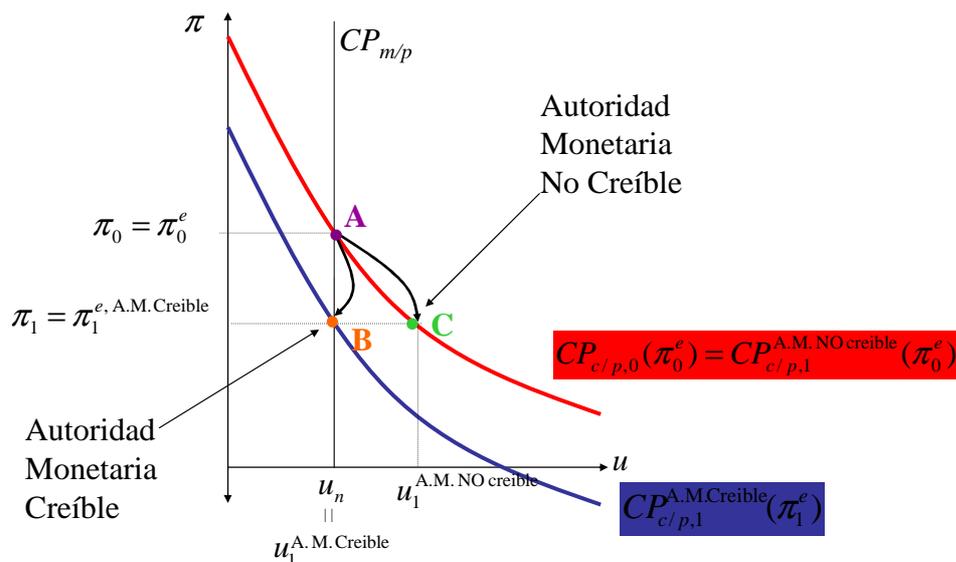
Si la autoridad monetaria es creíble, los agentes ajustarán sus expectativas para hacerlas coincidir a la inflación anunciada. Esto se refleja gráficamente en el desplazamiento de la curva de Phillips a corto plazo hacia abajo como consecuencia de la reducción de la

<sup>3</sup>Además la inflación tiene toda una serie de efectos distorsionantes a nivel microeconómico. Por ejemplo, la tasa de inflación actúa como un impuesto distorsionante sobre el dinero.

inflación esperada. En este caso la inflación esperada y la realizada serán iguales y por tanto la tasa de desempleo será igual a la tasa natural. Es decir, la política desinflacionista no tiene ningún efecto contractivo sobre el empleo sino exclusivamente sobre la reducción de la inflación. En el gráfico, partiendo de una situación de equilibrio, al desplazarse la curva de Phillips debido a la reducción de la inflación esperada, la disminución de la inflación no afecta a la tasa de paro que sigue siendo la natural. Es decir, se pasa del punto A al B.

Sin embargo, si la autoridad monetaria no es creíble, cuando se anuncia la reducción de la inflación, este anuncio no afecta a las expectativas de los agentes ya que estos no se creen el anuncio. Esto hace que la curva de Phillips se mantenga inalterada y, por tanto, cuando se reduce la inflación (de  $\pi_0$  a  $\pi_1$ ) el nivel de paro aumenta por encima de la tasa natural, ya que los salarios se fijaron sin tener en cuenta el anuncio de la autoridad monetaria. Gráficamente se ilustra en el paso del punto inicial A al punto C. Es decir, si la autoridad monetaria no es creíble, la política de reducción de la inflación no sólo tendrá el efecto deseado sobre la misma, además tendrá un efecto contractivo sobre el empleo y la producción.

**Efecto de una reducción de la inflación cuando es anunciada y realizada según sea la autoridad monetaria sea creíble o no.**



Vemos pues, que el prestigio que tiene la autoridad monetaria es crucial para las políticas antiinflacionistas, ya que dicho prestigio afecta a las expectativas y los cambios en éstas tienen efectos reales. Es por esto que los gobernadores del banco central en muchos países suelen tener la etiqueta de antiinflacionistas y gozan de una cierta independencia respecto los poderes políticos o al gobierno.

**POLÍTICAS ECONÓMICAS:**

A las actuaciones que pueden realizar las autoridades del estado para afectar a la economía se les denomina políticas económicas. En este modelo puede haber tres tipos de políticas económicas relacionadas con la demanda agregada: política fiscal, monetaria y cambiaria.

- Políticas Fiscales: consiste en modificar alguna variable relacionadas con los presupuestos del estado. Es decir una variación del gasto público  $g$ , de las transferencias  $tr$  o del tipo impositivo  $\tau$ .

La restricción presupuestaria del estado vendría dada por la siguiente ecuación:

$$g + tr + r DP = \tau y + DP_{+1} - DP$$

donde  $DP$  es la deuda pública y el subíndice  $+1$  significa en el siguiente periodo. La ecuación anterior significa que el estado puede gastar dinero o bien en la compra de bienes y servicios  $g$ , o bien en transferencia a las economías domésticas  $tr$ , además tiene que pagar los intereses de la deuda pública. Para financiar estos gastos cuenta con la recaudación de impuestos  $\tau y$  o puede endeudarse más, aumentando la deuda pública  $DP_{+1} - DP$ . Otra manera de poner la restricción presupuestaria del estado es como sigue:

$$DP_{+1} - DP = \underbrace{g + tr - \tau y}_{\text{Déficit Público}} + r DP = - \underbrace{[\tau y - g - tr]}_{\text{Superavit Público}} + r DP$$

La deuda pública aumenta con el déficit público (diferencias entre gastos e ingresos fiscales del estado) y disminuye con el superávit público (diferencias entre ingresos fiscales y gastos del estado).

Se suele considerar que el déficit público tiene un efecto negativo sobre el crecimiento económico, ya que el ahorro en vez de destinarse a financiar la inversión en bienes de capitales se destina a financiar los gastos del estado.

- Política Monetaria: actuaciones encaminadas a controlar los agregados monetarios y/o el tipo de interés. La política monetaria normalmente la realiza el banco emisor, es decir el que emite dinero: Banco Central Europeo, Reserva Federal de Estados Unidos,...etc. En este modelo vamos a suponer que el objetivo del banco emisor es controlar el tipo de interés. Política monetaria será un cambio en el tipo de interés  $r$ .
- Política Cambiaria: cuando el tipo de cambio es fijo se puede modificar el tipo de cambio.

#### Política monetaria versus política cambiaria:

Se desprende de la paridad cubierta de intereses que no se puede controlar al mismo tiempo el tipo de interés y el tipo de cambio. Si fijamos uno de los dos, el otro queda determinado:

$$r = r^* + \frac{E_{+1}^e - E}{E}$$

Por tanto si un país tiene un régimen de tipo de cambio flexible puede utilizar la política monetaria pero no la política cambiaria. Esto significa que el tipo de interés es una variable exógena mientras que el tipo de cambio es endógeno.

Por el contrario, si un país tiene un régimen de tipo de cambio fijo, puede determinar el tipo de cambio (política cambiaria) pero no puede fijar el tipo de interés (política monetaria). Esto significa que el tipo de interés es una variable endógena mientras que el tipo de cambio es exógena.

Resumiendo, se puede elegir o controlar el tipo de interés (política monetaria) o controlar el tipo de cambio (política cambiaria), pero no se puede controlar las dos variables a la vez.

## OFERTA AGREGADA CON PRECIOS RÍGIDOS:

Definimos:

- Corto plazo: cuando la cantidad de capital (factor fijo) y los precios de los bienes no cambian, pero si puede cambiar la cantidad contratada de trabajo, los salarios nominales y los precios del bien final.
- Medio plazo: la cantidad de capital no cambia, pero los precios (incluido el de los bienes intermedios y los salarios) se ajustan.
- Largo plazo: se ajustan tanto los precios y los salarios como la cantidad de capital.

**Producción Agregada:** la producción del bien de consumo/inversión final se hace utilizando bienes intermedio  $y_i$  de acuerdo con la siguiente función de producción:

$$y = \left[ \sum_{i=1}^N y_i^\rho \right]^{\frac{1}{\rho}} \quad \rho \in (0,1)$$

donde  $N$  es el número de empresa de bienes intermedios e  $y_i$  la producción del bien intermedio  $i$ . Para producir el bien intermedio se necesita capital y trabajo, y se produce de acuerdo con la siguiente función de producción individual (de cada empresa):

$$y_i = F(K_i, L_i)$$

donde  $F(K_i, L_i)$  es una función continua y diferenciable de segundo orden en  $\mathfrak{R}_{++}^2$ , cóncava, presenta rendimientos constantes a escala y el producto marginal del trabajo tiende a infinito cuando el trabajo tiende a cero:

$$\forall \lambda > 0 \quad F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L)$$

$$\lim_{L \rightarrow 0} F'_L(K, L) = +\infty$$

Note que la función de producción de cada empresa no tiene subíndice, lo cual significa que todas las empresas tienen la misma tecnología. Dado que todas las empresas de bienes intermedios son idénticas, el capital y la cantidad trabajo de cada una de ellas será igual en equilibrio, por lo que podemos deducir la **función de producción agregada**:

$$y = \left[ \sum_{i=1}^N y_i^\rho \right]^{\frac{1}{\rho}} = \left[ \sum_{i=1}^N [F(K_i, L_i)]^\rho \right]^{\frac{1}{\rho}} = \left[ \sum_{i=1}^N \left[ F\left(\frac{K}{N}, \frac{L}{N}\right) \right]^\rho \right]^{\frac{1}{\rho}} = \left[ N \left[ \frac{1}{N} F(K, L) \right]^\rho \right]^{\frac{1}{\rho}} =$$

$$N^{\frac{1-\rho}{\rho}} F(K, L) \Rightarrow$$

$$y = N^{\frac{1-\rho}{\rho}} F(K, L)$$

### Demanda de trabajo a corto plazo:

Las empresas de bienes finales son competitivas y maximizan sus beneficios:

$$\max_{y_1, \dots, y_N} P \left[ \sum_{i=1}^N y_i^\rho \right]^{\frac{1}{\rho}} - P_i y_i$$

Condiciones de primer orden:

$$P \frac{\left[ \sum_{i=1}^N y_i^\rho \right]^{\frac{1-\rho}{\rho}}}{y_i^{1-\rho}} = P \left( \frac{y}{y_i} \right)^{1-\rho} = P_i$$

A través de las condiciones de primer orden obtenemos la demanda y la demanda invertida de bien intermedio i:

$$y_i^d \left( \frac{P_i}{P}, y \right) = \left( \frac{P}{P_i} \right)^{\frac{1}{1-\rho}} y \Leftrightarrow$$

$$P_i^d \left( \frac{y_i}{y}, P \right) = \left( \frac{y}{y_i} \right)^{1-\rho} P$$

Además las empresas de bienes finales fijan su precio igual al coste marginal, que en el apéndice se demuestra que es:

$$P = \frac{P_i}{N^{\frac{1-\rho}{\rho}}} \quad (1)$$

Las empresas de bienes intermedios son monopolísticas, pero en el corto plazo no pueden cambiar los precios por lo que su problema de maximización será:

$$\max_{L_i} P_i F(K_i, L_i) - WL_i$$

$$s.a.: F(K_i, L_i) \leq \left( \frac{P}{P_i} \right)^{\frac{1}{1-\rho}} y$$

El Lagrangiano correspondiente sería:

$$P_i F(K_i, L_i) - WL_i + \lambda \left[ \left( \frac{P}{P_i} \right)^{\frac{1}{1-\rho}} y - F(K_i, L_i) \right]$$

Las condiciones de primer orden serían:

$$\text{Si } F(K_i, L_i) < \left( \frac{P}{P_i} \right)^{\frac{1}{1-\rho}} y \Rightarrow \lambda = 0 \Rightarrow P_i F'_L(K_i, L_i) - W = 0$$

$$\text{Si } F(K_i, L_i) = \left( \frac{P}{P_i} \right)^{\frac{1}{1-\rho}} y \Rightarrow \lambda \geq 0 \Rightarrow P_i F'_L(K_i, L_i) - W = \lambda F'_L(K_i, L_i) \geq 0$$

Con lo que obtenemos las siguientes condiciones:

$$\frac{P_i}{P} F'_L(K_i, L_i) = \frac{W}{P} \quad \text{si } F(K_i, L_i) < \left( \frac{P}{P_i} \right)^{\frac{1}{1-\rho}} y$$

$$\frac{P_i}{P} F'_L(K_i, L_i) \geq \frac{W}{P} \quad \text{si } F(K_i, L_i) = \left( \frac{P}{P_i} \right)^{\frac{1}{1-\rho}} y$$

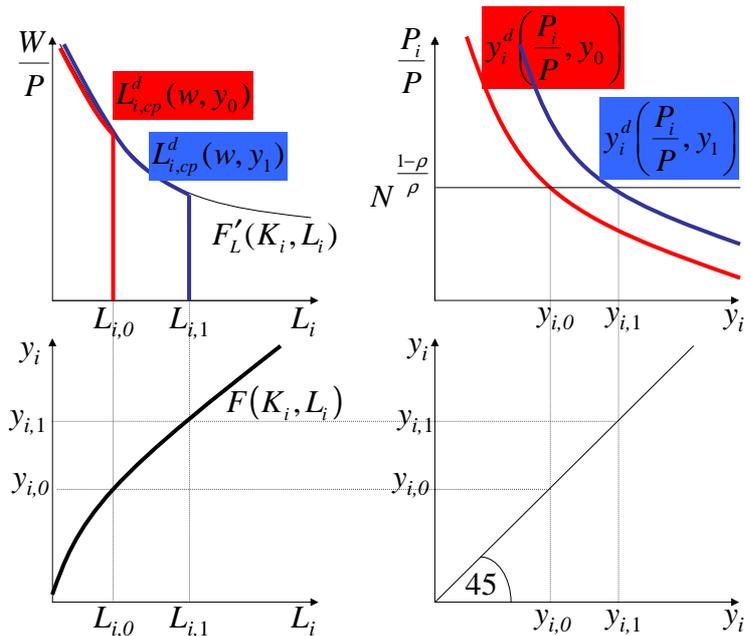
Por tanto la demanda de trabajo vendrá dada por:

$$L_i^d\left(\frac{P_i}{P}, w, y\right) = \begin{cases} L_i \Leftrightarrow \frac{P_i}{P} F'_L(K_i, L_i) = w & \text{si } F(K_i, L_i) < \left(\frac{P}{P_i}\right)^{\frac{1}{1-\rho}} y \\ L_i \Leftrightarrow F(K_i, L_i) = \left(\frac{P}{P_i}\right)^{\frac{1}{1-\rho}} y & \text{si } F(K_i, L_i) = \left(\frac{P}{P_i}\right)^{\frac{1}{1-\rho}} y \end{cases}$$

Usando el precio de los bienes finales en la anterior ecuación (ecuación 1):

$$L_i^d(w, y) = \begin{cases} L_i \Leftrightarrow N^{\frac{1-\rho}{\rho}} F'_L(K_i, L_i) = w & \text{si } F(K_i, L_i) < N^{\frac{1}{\rho}} y \\ L_i \Leftrightarrow F(K_i, L_i) = N^{\frac{1}{\rho}} y & \text{si } F(K_i, L_i) = N^{\frac{1}{\rho}} y \end{cases}$$

### Demanda de trabajo por parte de una empresa individual a c/p



Usando el supuesto de rendimientos constantes a escala obtenemos la función de demanda agregada:

$$L^d(w) = \begin{cases} L \Leftrightarrow N^{\frac{1-\rho}{\rho}} F'_L\left(\frac{K}{N}, \frac{L}{N}\right) = w & \text{si } F\left(\frac{K}{N}, \frac{L}{N}\right) < N^{\frac{1}{\rho}} y \\ L_i \Leftrightarrow F\left(\frac{K}{N}, \frac{L}{N}\right) = N^{\frac{1}{\rho}} y & \text{si } F\left(\frac{K}{N}, \frac{L}{N}\right) = N^{\frac{1}{\rho}} y \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$

$$L^d(w) = \begin{cases} L \Leftrightarrow N^{\frac{1-\rho}{\rho}} F'_L(K, L) = w & \text{si } \frac{1}{N} F(K, L) < N^{\frac{1}{\rho}} y \\ L_i \Leftrightarrow \frac{1}{N} F(K, L) = N^{\frac{1}{\rho}} y & \text{si } \frac{1}{N} F(K, L) = N^{\frac{1}{\rho}} y \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$

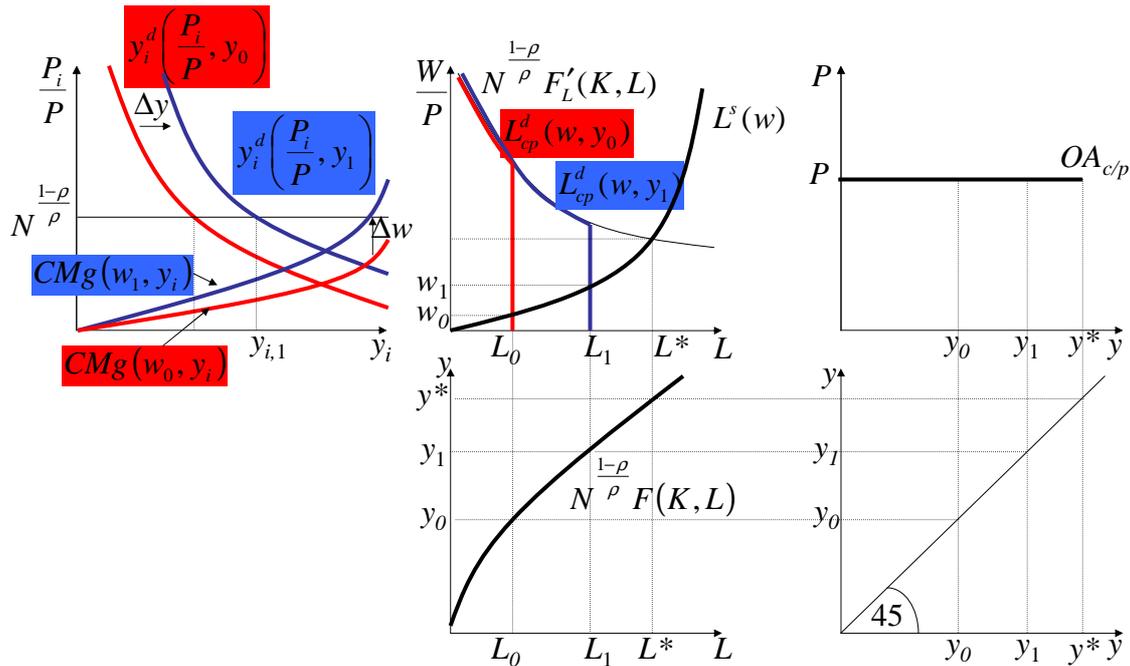
Donde hemos usado el hecho de que si la función de producción presenta rendimientos constantes a escala (es homogénea de grado 1), entonces el producto marginal del trabajo es homogénea de grado 0. Por tanto la función de demanda agregada de trabajo es como sigue:

$$L^d(w) = \begin{cases} L \Leftrightarrow N^{\frac{1-\rho}{\rho}} F'_L(K, L) = w & \text{si } N^{\frac{1-\rho}{\rho}} F(K, L) < y \\ L_i \Leftrightarrow N^{\frac{1-\rho}{\rho}} F(K, L) = y & \text{si } N^{\frac{1-\rho}{\rho}} F(K, L) = y \end{cases}$$

### Oferta agregada a corto plazo

El equilibrio en el mercado de factores ocurrirá cuando la demanda de trabajo sea igual a la oferta de trabajo (que se denota por  $L^s(w)$ ):

#### Oferta Agregada a c/p con precios fijos



Por tanto las ecuaciones que determinarían la oferta serían:

$$P = \bar{P}$$

$$y = N^{\frac{1-\rho}{\rho}} F(K, L)$$

$$L = L^s\left(\frac{W}{P}\right)$$

donde  $\bar{P}$  es el precio a corto plazo.

### Oferta Agregada a Medio Plazo:

Las empresas de bienes intermedios son monopolísticas por tanto en el medio plazo eligen no solo la cantidad contratada de trabajo sino también los precios. Por lo que su problema de maximización será:

$$\max_{L_i, P_i} P_i F(K_i, L_i) - WL_i$$

$$s.a.: F(K_i, L_i) \leq \left(\frac{P}{P_i}\right)^{\frac{1}{1-\rho}} y \Rightarrow P_i = \left(\frac{y}{F(K_i, L_i)}\right)^{1-\rho} P$$

$\Rightarrow$

$$\max_{L_i, P_i} P[F(K_i, L_i)]^\rho y^{1-\rho} - WL_i$$

Las condiciones de primer orden son:

$$P\rho \left(\frac{y}{F(K_i, L_i)}\right)^{1-\rho} F'_L(K_i, L_i) = W \Leftrightarrow$$

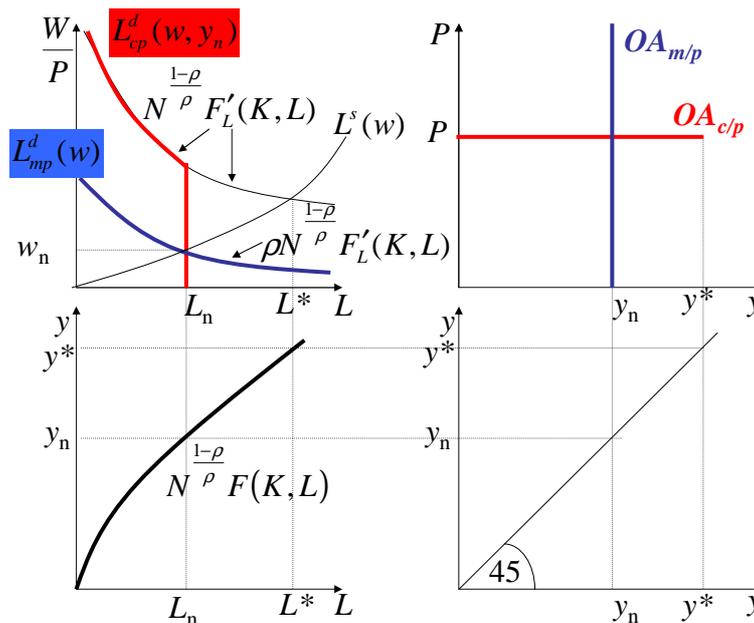
$$\rho \left(\frac{N^{-\frac{1-\rho}{\rho}} F(K, L)}{\frac{1}{N} F(K, L)}\right)^{1-\rho} F'_L(K, L) = \frac{W}{P} \Leftrightarrow$$

$$\rho N^{-\frac{1-\rho}{\rho}} F'_L(K, L) = w$$

Ahora no tenemos la condición de que el valor del producto marginal del trabajo sea igual al precio del mismo (el salario) como tendríamos en competencia perfecta. Esto se debe a que cuando tenemos empresas monopolísticas al contratar una unidad más de trabajo, aumenta los ingresos de la empresa en el valor de las unidades adicionales que produce esa nueva unidad de trabajo (valor del producto marginal), pero hay que tener en cuenta que esas nuevas unidades producidas obligarán a la empresa a reducir el precio para poder venderlas. Por tanto el valor del “ingreso marginal” que aporta una unidad adicional de trabajo es menor que el valor de su producto marginal. Por eso el producto marginal aparece multiplicado por  $\rho < 1$ .

Vemos que ahora la producción no depende de los precios:

### Oferta Agregada a medio plazo



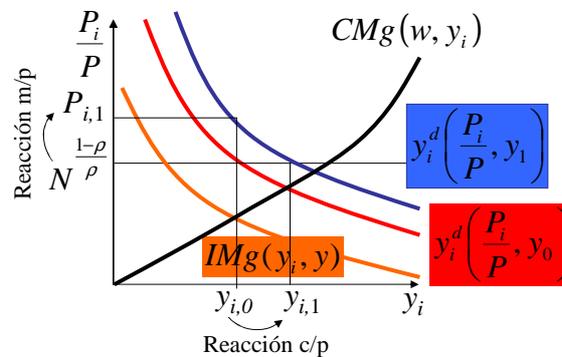
Por tanto las ecuaciones que determinarían la oferta a medio plazo serían:

$$\rho N^{\frac{1-\rho}{\rho}} F'_L(K, L) = w$$

$$L = L^s(w)$$

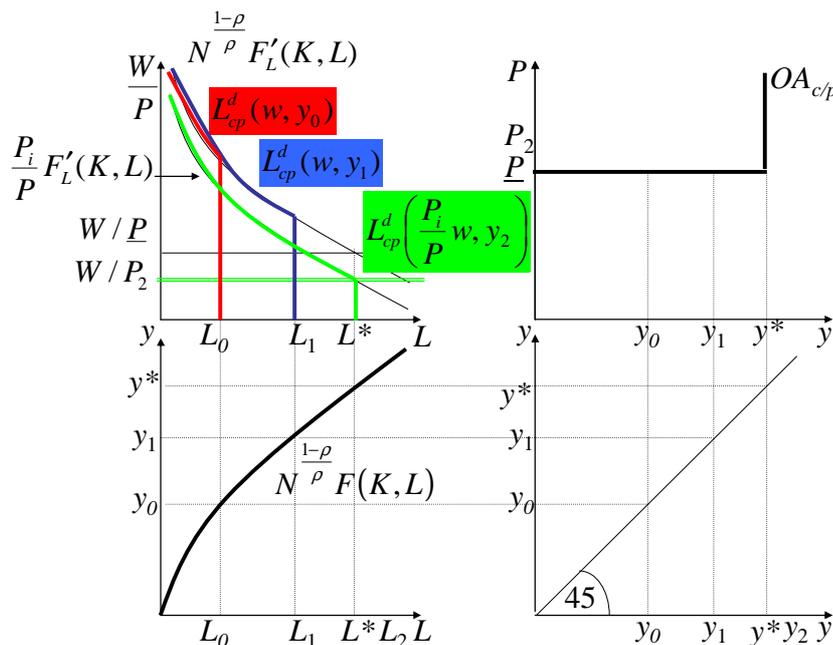
$$y = N^{\frac{1-\rho}{\rho}} F(K, L)$$

Cuando demanda agregada aumenta en el c/p, la demanda de las empresas individuales aumenta, y dado que las empresas no pueden cambiar el precio, simplemente aumentan la producción. Sin embargo, en el m/p, un aumento de la demanda agregada y el consiguiente aumento en la demanda individual de las empresas, conllevará un aumento de precios, que hará que aumente el precio de los bienes finales, reduciéndose la demanda agregada hasta el punto en que se alcance el nivel de producción natural o de medio plazo.



NOTA: si consideráramos el salario nominal y el precio de los bienes intermedios rígido, pero el precio de los bienes finales flexible, nos quedaría una oferta agregada con un tramo creciente:

**Oferta Agregada a c/p con salarios y precios de bienes intermedios fijos**



**APÉNDICE: COSTES MARGINALES DE LA EMPRESA DE BIENES FIANALES**

$$\min_{y_1, \dots, y_N} \sum_{i=1}^N P_i y_i$$

$$s.a : \left[ \sum_{i=1}^N y_i^\rho \right]^{\frac{1}{\rho}} \geq y$$

Función Lagrangiana:

$$\sum_{i=1}^N P_i y_i - \lambda \left[ \left[ \sum_{i=1}^N y_i^\rho \right]^{\frac{1}{\rho}} - y \right]$$

Condiciones de primer orden:

$$\left. \begin{aligned} P_i &= \lambda \frac{\left[ \sum_{i=1}^N y_i^\rho \right]^{\frac{1-\rho}{\rho}}}{y_i^{1-\rho}} \\ P_j &= \lambda \frac{\left[ \sum_{i=1}^N y_i^\rho \right]^{\frac{1-\rho}{\rho}}}{y_j^{1-\rho}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{P_i}{P_j} = \left( \frac{y_j}{y_i} \right)^{1-\rho} \Rightarrow y_j = \left( \frac{P_i}{P_j} \right)^{\frac{1}{1-\rho}} y_i$$

Substituyendo en la restricción obtenemos la demanda condicionada del bien intermedio i:

$$y = \left[ \sum_{j=1}^N y_j^\rho \right]^{\frac{1}{\rho}} = \left[ \sum_{j=1}^N \left[ \left( \frac{P_i}{P_j} \right)^{\frac{1}{1-\rho}} y_i \right]^\rho \right]^{\frac{1}{\rho}} = \left[ \sum_{j=1}^N \left( \frac{1}{P_j} \right)^{\frac{\rho}{1-\rho}} \right]^{\frac{1}{\rho}} (P_i)^{\frac{1}{1-\rho}} y_i \Rightarrow$$

$$y_i = \frac{1}{\left[ \sum_{j=1}^N \left( \frac{1}{P_j} \right)^{\frac{\rho}{1-\rho}} \right]^{\frac{1}{\rho}} (P_i)^{\frac{1}{1-\rho}}} y$$

Substituyendo en los costes obtenemos la función de costes:

$$c(p_1, \dots, p_N, y) = \sum_{i=1}^N P_i \frac{1}{\left[ \sum_{j=1}^N \left( \frac{1}{P_j} \right)^{\frac{\rho}{1-\rho}} \right]^{\frac{1}{\rho}} (P_i)^{\frac{1}{1-\rho}}} y = \frac{\left[ \sum_{i=1}^N \left( \frac{1}{P_i} \right)^{\frac{\rho}{1-\rho}} \right]^{\frac{1}{\rho}}}{\left[ \sum_{j=1}^N \left( \frac{1}{P_j} \right)^{\frac{\rho}{1-\rho}} \right]^{\frac{1}{\rho}} (P_i)^{\frac{1}{1-\rho}}} y = \frac{1}{\left[ \sum_{j=1}^N \left( \frac{1}{P_j} \right)^{\frac{\rho}{1-\rho}} \right]^{\frac{1}{\rho}}} y$$

Por tanto el coste marginal es:

$$\frac{\partial c(p_1, \dots, p_N, y)}{\partial y} = \frac{1}{\left[ \sum_{j=1}^N \left( \frac{1}{P_j} \right)^{\frac{\rho}{1-\rho}} \right]^{\frac{1-\rho}{\rho}}}$$

Suponiendo que el precio de todos los bienes es igual:

$$\frac{\partial c(p_i, \dots, p_i, y)}{\partial y} = \frac{1}{\left[ N \left( \frac{1}{P_i} \right)^{\frac{\rho}{1-\rho}} \right]^{\frac{1-\rho}{\rho}}} = \frac{P_i}{N^{\frac{1-\rho}{\rho}}}$$