

## Objetivos

- ✓ Aprender a construir gráficos X-R y conocer sus limitaciones.
- ✓ Aprender a construir gráficos X-S y conocer sus limitaciones.
- ✓ Comprender la relación entre los Gráficos de Control y el intervalo de Tolerancia.
- ✓ Calcular los índices de capacidad, funcionamiento, rechazo, etc.

## Epígrafes

- ✓ Gráficos de Control de Variables
- ✓ Gráficos X-R. Interpretación
- ✓ Gráficos X-S. Interpretación
- ✓ Capacidad del Proceso. Índices

## Gráfico de Control por Variables

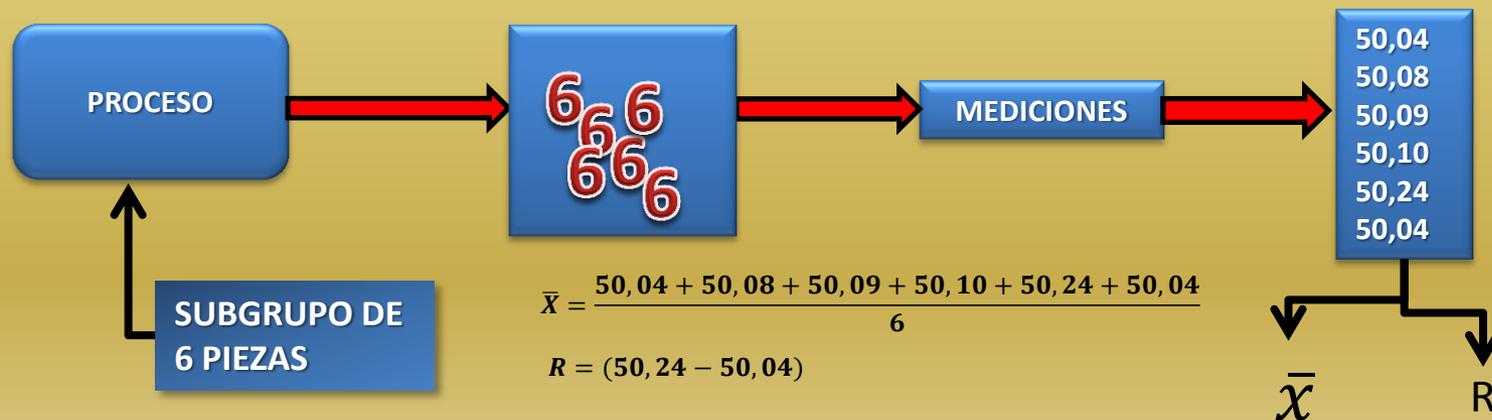
- ✓ En éstos el control del proceso se realiza mediante variables susceptibles de ser medidas (cantidades, pesos, diámetros, espesores, frecuencias, etc).



- ✓ En ellos se controla la tendencia central del proceso, midiendo la **media muestral**,  $\bar{X}$ , y la dispersión de la característica a controlar a lo largo del tiempo mediante el **recorrido**, **R** y la **varianza**,  $\sigma$  para controlar la variabilidad.
- ✓ El **gráfico X - R**, es el más utilizado en este ámbito.

## Gráfico de Control por Variables

- ✓ Para entender los **gráficos X-R**, es necesario conocer el concepto de **Subgrupos o LOTE**. Trabajar con subgrupos significa agrupar las mediciones que se obtienen de un proceso, de acuerdo a algún criterio.
- ✓ Los subgrupos se realizan agrupando las mediciones de tal modo que haya la **máxima variabilidad** entre subgrupos y la **mínima variabilidad** dentro de cada subgrupo.
- ✓ Supongamos una fábrica que produce piezas cilíndricas. La característica de calidad que se desea controlar es el diámetro de las piezas.
- ✓ Para cada subgrupo calculamos el **Promedio** y el **Rango**.



## Gráfico de Control por Variables

- ✓ Se construyen dos gráficos (X y R) que básicamente consiste en unas líneas centrales o principal y en unos límites de variabilidad probable o aceptable.
- ✓ Estas Líneas son:
  - Para la parte superior del gráfico (**gráfico de Medias**):
    - Límite Superior =  $\bar{\bar{X}} + A_2 \cdot \bar{R}$
    - Línea central es  $\bar{\bar{X}}$
    - Límite Inferior =  $\bar{\bar{X}} - A_2 \cdot \bar{R}$
  - Para la parte inferior del gráfico (**gráfico de Recorridos**):
    - Límite Superior =  $D_4 \cdot \bar{R}$
    - línea central es  $\bar{R}$
    - Límite Inferior =  $D_3 \cdot \bar{R}$
- ✓ Donde **A<sub>2</sub>**, **D<sub>3</sub>** y **D<sub>4</sub>** son constantes que dependen únicamente del **tamaño n** de la muestra utilizada y se toman de la siguiente [Tabla 4-1](#).

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{X}}{N}$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n R}{N}$$

## Gráfico de Control por Variables

### Selección del tamaño, intervalo de toma y número de muestras

1. Las muestras deben consistir en **4 ó 5 unidades**. Producida por la misma máquina y en un intervalo de tiempo muy corto.
2. Los intervalos de toma de muestra deberán ser **cortos** al principio y a medida que el proceso va estabilizándose el período de toma de muestras irá aumentando.
3. La frecuencia de toma de muestra será de **30'**, una **hora**, una vez por turno, etc.
4. Estadísticamente **25 o más** muestras conteniendo **100 o más** medidas proporcionan una prueba de estabilidad dando estimaciones correctas de la tendencia Central y de la variabilidad del Proceso.

Se llama **LOTE** a la producción acumulada entre muestras sucesivas.

## Gráfico de Control por Variables

Instrucciones prácticas para cumplimentar los gráficos X, R, por variables.

1. Realizar la toma de muestras.
2. Hallar la Media Aritmética de cada muestra,  $\bar{X}$ .
3. Hallar la Media de las medias muestrales,  $\bar{\bar{X}}$ .
4. Hallar el Recorrido, R.
5. Se calculará el Recorrido medio,  $\bar{R}$ .
6. Se dibujarán en papel milimetrado o con la escala apropiada, los gráficos de las Medias y de los Recorridos, representando cada muestra por un punto.

En el gráfico X, la diferencia entre los valores máximo y mínimo de la escala a utilizar deberá ser por lo menos dos veces la diferencia entre las medidas máxima y mínima (X) de las muestras.

## Gráfico de Control por Variables

### Instrucciones prácticas para cumplimentar los gráficos X, R, por variables (continuación).

Para el gráfico R es conveniente que la escala sea doble de la del gráfico de medias. Si la escala es de 1 mm. para el gráfico X, deberá ser de 2 mm. para el gráfico R.

7. En cada gráfico se dibujará una Línea gruesa, correspondiente a los valores de  $\bar{\bar{X}}$  y  $\bar{R}$ .
8. Se dibujarán, a ser posible en rojo, las Líneas de Control de cada gráfico.
9. Unir cada punto entre sí por medio de Líneas.
10. Puntos fuera de Límite de Control. Indica causa externa o anormal variación. Por tanto, implica corrección.
11. Recalculo de los Límites de Control si hay correcciones.
12. Se continua el proceso.

### Ejemplo de ejercicio Gráfico X-R

## Gráfico de Control por Variables

### Estabilidad del Proceso

#### Interpretación del GRAFICO $\bar{X}$ , R

- ✓ Se establecen dos periodos; **Período Base** y **Período de Vigilancia**.
  - ✓ **El período Base:** Se establecen los límites de control de prueba a partir de un conjunto de observaciones, si el durante ese período el proceso está bajo control, éstos se podrán usar con toda confianza en el siguiente período.
  - ✓ **El período de Vigilancia:** Se sigue observando el proceso utilizando los límites de control anteriormente obtenido en el período base.
- ✓ En el siguiente diagrama se observa el proceso de actuación.
- ✓ Si hay puntos fuera de control es necesario medidas correctoras.
- ✓ Se analizan por separado los gráficos: Primeramente el **Gráfico de Recorridos**, R, por ser más deseable conocer la variabilidad de la muestra.

## Gráfico de Control por Variables

### Interpretación del GRAFICO $\bar{X}$ , R

#### Análisis de los datos del Gráfico R

1. Si existen puntos fuera de control por encima del Límite Superior indica que:
  - a. La variabilidad del proceso ha empeorado.
  - b. Se ha modificado la medida
2. **Comprobar** si el punto está correctamente marcado y si los límites han sido bien calculados.
3. Estudio de Casos:
  - ✓ **El Sesgo:** se produce cuando 7 puntos sucesivos permanece a un lado del recorrido R, sin salirse de los límites.
    - a. Si está por encima de R, indica mayor variabilidad.
    - b. Si está por debajo que tiende a la estabilidad o a la mejora.

## Gráfico de Control por Variables

### Interpretación del GRÁFICO $\bar{X}$ , R

#### Análisis de los datos del Gráfico R (continuación)

3.

- ✓ **La Tendencia**: Cuando 7 puntos o más se presentan en una línea que puede ser ascendente o descendente.
- ✓ **Muestreo Incorrecto**: Se produce cuando el 60% de los puntos no está dentro de un  $1/3$  con respecto a la línea central.

4. **Corrección** de las causas externas:

- a. Aunque sea un solo punto.
- b. Una vez se han detectado la causa anormal se deben poner los medios para corregirla y eliminarla.

5. **Recalculo** de los límites de control.

- a. Eliminación de los puntos fuera de control.
- b. Cálculo nuevamente de  $\bar{R}$ ,  $D_3 \cdot \bar{R}$ ,  $D_4 \cdot \bar{R}$ .

## Gráfico de Control por Variables

### Interpretación del GRAFICO $\bar{X}$ , R

#### Análisis de los datos del Gráfico $\bar{X}$

Se estudiara si el proceso cambia con el tiempo

#### 1. Si existen puntos fuera de control indica que:

- El proceso ha sido modificado, en ese momento o desde la última toma de muestra.
- Por cambio de la persona o instrumento que toma la muestra
- Puede haber un error en el punto marcado o en el cálculo de los límites.

#### 2. Estudio de Casos:

- ✓ **El Sesgo:** se produce cuando 7 puntos sucesivos permanece a un lado de la Gran Media,  $\bar{\bar{X}}$ , sugiere una modificación del valor central debido posiblemente al cambio del método de medición.
- ✓ **La Tendencia:** Cuando 7 puntos o más se presentan en una línea, puede significar un desajuste gradual del proceso.
- ✓ **Muestreo Incorrecto:** Se produce cuando el 60% de los puntos no está dentro de un 1/3 con respecto a la línea central.

#### 3. Corrección y Recalculo:

## Gráfico de Control por Variables

### El Gráfico de Control durante el Proceso de Vigilancia

- ✓ Los límites de control no se modifican durante el periodo de Vigilancia
- ✓ Un aviso exige una investigación de las causas de fuera de control.
  - ✓ La causa puede ser Aleatoria y no repetible no es necesario ninguna modificación
  - ✓ La causa necesita de Acción Correctora, por tanto es necesario cambiar los límites de control y realizar un nuevo Gráfico.

## Gráfico de Control por Variables

- ✓ El gráfico X-S básicamente análogo al gráfico X-R, presenta la ventaja de ser más eficaz estimando la variabilidad.
- ✓ Estas Líneas son:

➤ Para la parte superior del gráfico (**gráfico de Medias**):

- Límite Superior =  $\bar{\bar{X}} + A_3 \cdot \bar{S}$
- Línea central es  $\bar{\bar{X}}$
- Límite Inferior =  $\bar{\bar{X}} - A_3 \cdot \bar{S}$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

➤ Para la parte inferior del gráfico (**gráfico de Desviaciones Típicas**):

- Límite Superior =  $B_4 \cdot \bar{S}$
- línea central es,  $\bar{S}$
- Límite Inferior =  $B_3 \cdot \bar{S}$

### Ejemplo de ejercicio Gráfico X-S

- ✓ Donde **A<sub>3</sub>**, **B<sub>3</sub>** y **B<sub>4</sub>** son constantes que dependen únicamente del **tamaño n** de la muestra utilizada y se toman de la siguiente Tabla 4-2.

## Gráfico de Control por Variables

### Ventajas e Inconvenientes de los Gráficos de Control X-S

- ✓ La desviación típica de la muestra  $S$  es un estimador algo más eficaz de la variabilidad del proceso, especialmente con tamaños de muestras más grandes que 8.
- ✓ No obstante es menos sensible en la detección de causas anormales de variación que sólo producen un valor típico en el subgrupo.
- ✓ La desviación típica es más difícil de calcular.
- ✓ Se utilizan los gráficos  $X$ ,  $S$  cuando los datos son registrados y calculados mediante ordenador.

## Gráfico de Control por Variables

### Capacidad de un proceso

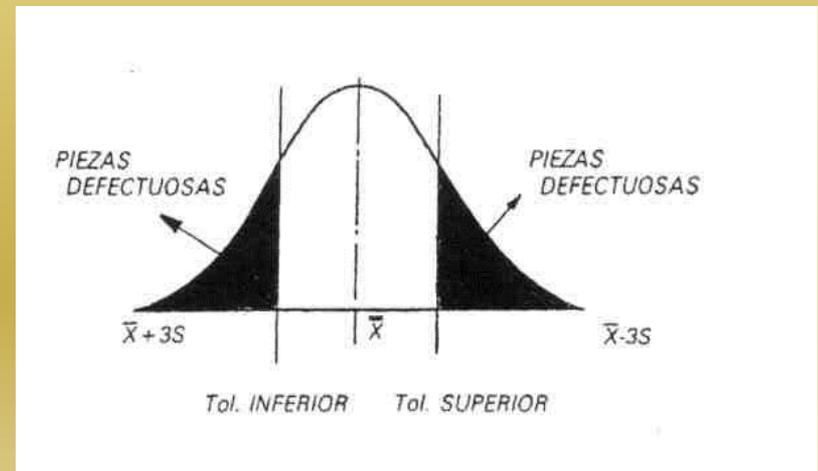
#### El proceso y las Especificaciones

- ✓ Los gráficos de control indican el estado del proceso pero no del estado de la unidades fabricadas.
- ✓ El estado de las unidades fabricadas se indica en el intervalo de Tolerancia Técnica o de especificación.
- ✓ El objetivo será buscar una relación entre el estado del proceso, a través de los gráficos de control y la Tolerancia técnicas o especificaciones.

#### Capacidad de un proceso

Es la variación máxima de los valores obtenidos con una característica determinada con dicho proceso (del **99,73%** de los valores).

La variación máxima estará entre  $(\bar{X} + 3.S)$  y  $(\bar{X} - 3.S)$ , por tanto, **6.S**



## Gráfico de Control por Variables

### Capacidad de un procesos

Para gráficos X,R

$$Capacidad = \frac{6 \cdot \bar{R}}{d_2}$$

Para conocer el % de piezas defectuosas

1. Se calculan los recorridos, R.
2. Se calcula el recorrido medio,  $\bar{R}$ .
3. Se lee el valor de  $d_2$  en la [tabla 4-3](#).
4. Se haya la capacidad.
5. Se calcula la media de las muestras,  $\bar{X}$
6. Se determina la gran media,  $\bar{\bar{X}}$
7. Se calcula  $(\bar{\bar{X}} + 3 \cdot \bar{R})$  y  $(\bar{\bar{X}} - 3 \cdot \bar{R})$
8. Se compara con las tolerancias especificadas.

Para gráficos X,S

$$Capacidad = \frac{6 \cdot \bar{S}}{C_4}$$

Para conocer el % de piezas defectuosas

1. Se calcula las desviación típica, S.
2. Se calcula la desviación media,  $\bar{S}$ .
3. Se lee el valor de  $C_4$  en la [tabla 4-3](#).
4. Se haya la capacidad.
5. Se calcula la media de las muestras,  $\bar{X}$
6. Se determina la gran media,  $\bar{\bar{X}}$
7. Se calcula  $(\bar{\bar{X}} + 3 \cdot \bar{S})$  y  $(\bar{\bar{X}} - 3 \cdot \bar{S})$
8. Se compara con las tolerancias especificadas.

## Gráfico de Control por Variables

### Índice de Capacidad de un Proceso

Es la probabilidad de que un proceso satisfaga las Tolerancia Técnicas, es decir, se compara la variabilidad natural del proceso con la longitud del intervalo de especificación o tolerancia. ([figura 4-1](#))

$$C_p = \frac{\text{Tolerancia superior} - \text{Tolerancia inferior}}{\text{Capacidad}} = \frac{Tol_{sup} - Tol_{inf}}{6.\bar{S}}$$

- ✓ Si  $C_p = 1$  se dice que el proceso es capaz de cumplir con las especificaciones.
  - ✓ Si  $C_p < 1$ , habrá elementos disconformes con los límites de especificación.
  - ✓ Si  $C_p > 1$ , el rango de valores que cumplen las especificaciones es bastante alto
- 
- ❑ Por tanto, cuanto mayor sea el valor de  $C_p$  mayor será la capacidad del proceso de cumplir las especificaciones.
  - ❑ Las empresas consideran un nivel mínimo de calidad con valores de  $C_p = 1,33$  y su objetivo es de 1,6.

## Gráfico de Control por Variables

### Índice de Funcionamiento, $Cp_k$

✓ Dos procesos con igual valor de  $Cp$ , puede que uno de ellos presente valores no centrados y producir elementos disconformes. ([figura 4-2](#))

✓ Por ello se define un nuevo índice,  $Cp_k$

✓ El factor  $k$ , mide la longitud de cuánto se aleja la media del valor central entre los límites de especificación.

✓ Cuanto más cercano este de 0 más centrado estará el proceso.

✓ Lo mismo sucede cuando  $Cp_k \leq Cp$

$$Cp_k = \min \left[ \frac{Tol_{sup} - \bar{\bar{X}}}{3.\bar{S}} - \frac{\bar{\bar{X}} - Tol_{inf}}{3.\bar{S}} \right]$$

$$k = \frac{\left| \frac{Tol_{sup} + Tol_{inf}}{2} - \bar{\bar{X}} \right|}{\frac{Tol_{sup} + Tol_{inf}}{2}}$$

$$Cp_k = (1 - k).Cp$$

## Gráfico de Control por Variables

### Límite de rechazo

- ✓ Indica si el proceso puede tener valores fuera de las tolerancias.
- ✓ No indica si existen causas externas o anormales
- ✓ Cuando un punto se sale fuera del índice de rechazo se debe inspeccionar el 100% de la producción.

$$\text{Límite SUP. Rechazo} = TOL.SUP. - 3 \cdot \frac{\bar{R}}{d_2} + A_2 \cdot \bar{R}$$

$$\text{Límite INF. Rechazo} = TOL.INF. - 3 \cdot \frac{\bar{R}}{d_2} - A_2 \cdot \bar{R}$$

### Ejemplo de Capacidad