

### Tema 3. Potencias y raíces

#### Cuestiones básicas

Una **potencia** es una forma abreviada de escribir un **producto** formado por varios **factores iguales**. Ejemplo:  $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^6$

La base de una potencia es el número que multiplicamos por sí mismo, en este caso el 4 y el exponente de una potencia indica el número de veces que multiplicamos la base, en este caso es el 6.

Las potencias de exponente par son siempre positivas, tanto si la base es positiva como negativa. En cambio, las potencias de exponente impar tiene el mismo signo de la base.

$$\begin{aligned} (+)^{par} &= + & \text{Ejemplos: } 2^2 = 4; (-2)^2 = 4 \\ (-)^{par} &= + \\ (+)^{impar} &= + & \text{Ejemplos: } 2^3 = 8; (-2)^3 = -8 \\ (-)^{impar} &= - \end{aligned}$$

Nota:  $(-2)^2 \neq -2^2$

Para elevar una fracción a una potencia se eleva tanto el numerador como el denominador al exponente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \text{ para } b \neq 0. \text{ Ejemplo: } \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$$

**Propiedades de las potencias:** Para cualquier  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  se tiene en general:

- Cualquier número elevado a 0 es igual a 1.

$$a^0 = 1 \quad \text{Ejemplo: } 4^0 = 1.$$

- Un número elevado a 1 es igual a sí mismo.

$$a^1 = a \quad \text{Ejemplo: } 4^1 = 4.$$



### -Producto de potencias con la misma base:

Al multiplicar potencias de la misma base se obtiene otra potencia con la misma base y cuyo exponente es la suma de los exponentes.

$$a^b \cdot a^c = a^{b+c} \quad \text{Ejemplos: } 14^2 \cdot 14^6 = 14^{2+6} = 14^8; \quad 3^{-2} \cdot 3^7 = 3^{-2+7} = 3^5.$$

NO se puede multiplicar potencias de distintas bases sumando los exponentes:

$$a^b \cdot d^c \neq (a \cdot d)^{b+c} \quad \text{Ejemplo: } 2^3 \cdot 3^4 \neq (2 \cdot 3)^{3+4}$$

### -División de potencias con la misma base:

Al dividir potencias de la misma base se obtiene otra potencia con la misma base y cuyo exponente es la resta de los exponentes ( $a \neq 0$ ):

$$\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c} \quad \text{Ejemplos: } \frac{3^7}{3^5} = 3^{7-5} = 3^2 = 9; \quad \frac{4^2}{4^5} = 4^{2-5} = 4^{-3}.$$

NO se puede dividir potencias de distintas bases ( $b \neq 0$ ) restando los exponentes:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^c \neq a^c - b^c$$

### -Potencia de una potencia:

Es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es el producto de los exponentes:

$$(a^b)^c = a^{b \cdot c} \quad \text{Ejemplos: } (3^3)^2 = 3^{3 \cdot 2} = 3^6 = 729; \quad (2^3)^{-2} = 2^{3 \cdot (-2)} = 2^{-6} = \frac{1}{2^6}$$

Para elevar una potencia a otra potencia NO se suman los exponentes:

$$(a^b)^c \neq a^{b+c}$$

### -Potencia con exponente negativo:

Un exponente negativo equivale a 1 dividido por la potencia con exponente positivo

$$a^{-b} = \frac{1}{a^b} \quad \text{Si } a \neq 0. \quad \text{Ejemplo: } 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$\left(\frac{b}{a}\right)^{-n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad \text{Ejemplo: } \left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{125}{8}$$

### -Producto de potencias con el mismo exponente:

Es otra potencia con el mismo exponente y cuya base es el producto de las bases.

$$a^c \cdot b^c = (a \cdot b)^c \quad \text{Ejemplo: } \left(\frac{1}{3}\right)^6 \cdot (-9)^6 = \left(\frac{-9}{3}\right)^6 = (-3)^6$$

La potencia de la suma o resta NO es la suma o resta de las potencias.

$$(a \pm b)^c \neq a^c \pm b^c$$

### -Cociente de potencias con el mismo exponente:

Es otra potencia con el mismo exponente y cuya base es el cociente de las bases.

$$\frac{a^c}{b^c} = \left(\frac{a}{b}\right)^c \quad \text{Ejemplos: } \frac{10^3}{2^3} = \left(\frac{10}{2}\right)^3 = 5^3 = 125 \quad \cdot \quad \frac{3^2}{27^2} = \left(\frac{3}{27}\right)^2 = \left(\frac{1}{9}\right)^2 = \frac{1}{81}$$

### -Potencias de exponente racional:

$$\sqrt[c]{a^b} = a^{\frac{b}{c}} \quad \text{Ejemplo: } \sqrt[3]{4^6} = 4^{\frac{6}{3}} = 4^2 = 16; \quad \sqrt{2^6} = 2^{\frac{6}{2}} = 2^3 = 8$$