

## Tema 1. Números y operaciones con números

### Ejercicios resueltos

1. Las 16 vacas que hay en una cuadra comen al día 112 kg de pienso y 64 kg de paja. Cada kg de pienso cuesta 9 euros y el de paja 6 euros. Cada vaca produce 19 litros de leche al día que luego venderán a 14 euros el litro.

a) ¿Cuánto cuesta el mantenimiento diario de una vaca?

b) ¿Qué ganancias en total se obtienen por día?

*SOL:*

a) Cada vaca come al día:  $112:16 = 7$  kg de pienso y  $64:16 = 4$  kg de paja, que cuestan:  
 $7 \cdot 9 + 4 \cdot 6 = 63 + 24 = 87$  euros al día.

b) Gastos por día:  $16 \cdot 87 = 1392$  euros.

Ingresos por día:  $16 \cdot 19 \cdot 14 = 4256$  euros.

Ganancias por día:  $4256 - 1392 = 2864$  euros.

2. Pedro gana 2500 euros al mes y dos pagas extraordinarias al año. Se gasta 600 euros al mes en la pensión, 1200 euros al año en vestir y 3800 euros al año en gastos varios. Ahorra el resto.

¿Cuántos años tardará en ahorrar 136800 euros?

*SOL:*

Ingresos en un año:  $2500 \cdot 12 = 30000$  euros.

Gastos al año:  $600 \cdot 12 + 1200 + 3800 = 12200$  euros.

Ahorra en un año:  $30000 - 12200 = 17800$  euros.

Tardará:  $136800:17800 = 7,685$  años.

3. Una aldeana va al mercadillo con 7 docenas de huevos. Con el importe de la venta de los huevos compró 6 metros de tela a 1,5 euros el metro y le sobraron 8 euros. No vendió todos los huevos al mismo precio, ya que las dos últimas docenas, con las prisas por terminar, las vendió a 0,5 euros menos que las otras. ¿A cómo vendió las primeras cinco docenas?

*SOL:*

Importe de la venta:  $6 \cdot 1,5 + 8 = 17$  euros.



Si todas las docenas las hubiera vendido al mismo precio, habría obtenido en la venta:

$$17 + 2 \cdot 0,5 = 18 \text{ euros.}$$

Luego, vendió las cinco primeras docenas a:  $18:7 = 2,5$  euros.

4. Calcular:

$$a) 5 - [1 - (-2 - 3)] - [-1 - (-3 + 7)] = 5 - (1 + 5) - (-1 - 4) = 5 - 6 + 5 = 4.$$

$$b) -8 \cdot [3 - (10 - 3)] + 10 \cdot (-5) + 2 \cdot 3 \cdot 3 = -8 \cdot (-4) - 50 + 18 = 32 - 32 = 0.$$

$$c) 4 \cdot \{2 - 3 \cdot [-4 + 6 \cdot (5 - 7) + 9]\} = 4 \cdot [2 - 3 \cdot (-4 - 12 + 9)] = 4 \cdot (2 + 21) = 92.$$

$$d) 25 - \{18 - [15 - 8: 2 \cdot (7 - 4) - 1] + 5\} = 25 - [18 - (15 - 12 - 1) + 5] = 25 - (23 - 2) = 25 - 21 = 4.$$

$$e) 5 \cdot 4^2 - 3 \cdot 2^2 \cdot 4 - \sqrt{16} \cdot (4 - 2) + (4 - 2) \cdot (4 + 3) = 80 - 48 - 8 + 14 = 94 - 56 = 38.$$

$$f) 2^3 - 3 \cdot (6 - 4) + (3 \cdot 5^2 - 4 \cdot \sqrt{9} \cdot 5) \cdot (-2) + 9 \cdot 2:6 = 8 - 6 + (75 - 60) \cdot (-2) + 3 = 2 - 30 + 3 = -25.$$

5. Hallar el m.c.d. y el m.c.m. de los siguientes números:

$$a) 315, 495 \text{ y } 675: \quad \begin{aligned} 315 &= 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \\ 495 &= 3^2 \cdot 5 \cdot 11 \Rightarrow \text{mcd}(315, 495, 675) = 3^2 \cdot 5 = 45 \\ 675 &= 3^3 \cdot 5^2 \quad \text{mcm}(315, 495, 675) = 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 = 51975 \end{aligned}$$

$$b) 588, 686 \text{ y } 980: \quad \begin{aligned} 588 &= 2^2 \cdot 3 \cdot 7^2 \\ 686 &= 2 \cdot 7^3 \Rightarrow \text{mcd}(588, 686, 980) = 2 \cdot 7^2 = 98 \\ 980 &= 2^2 \cdot 5 \cdot 7^2 \quad \text{mcm}(588, 686, 980) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^3 = 20580 \end{aligned}$$

6. El m.c.d. de dos números es 2 y el m.c.m. es 700. Sabiendo que uno de ellos es 28, ¿cuál es el otro?

*SOL:*

$$\text{Teniendo en cuenta que: } \text{mcd}(a, b) \cdot \text{mcm}(a, b) = a \cdot b; 2 \cdot 700 = 28 \cdot b \Rightarrow b = 1.400:28 = 50$$

7. Tres amigos empiezan a recorrer un circuito en bicicleta a las 7:45 horas. El primero tarda 6 minutos, el segundo tarda 2 minutos más y el tercero 4 minutos más que el segundo. ¿Cuándo coincidirán por primera vez los tres de nuevo en la línea de salida? ¿Cuántas vueltas al circuito habrá dado cada uno de ellos?



*SOL:*

El primero tarda 6 minutos en recorrer el circuito, el segundo, 8, y, el tercero, 12. Coincidirán en la línea de salida en los múltiplos comunes de 6, 8 y 12, por lo que, la primera coincidencia será en el menor de ellos.

$$6=2 \cdot 3$$

$$8=2^3$$

$$12=2^2 \cdot 3 \Rightarrow mcm(6, 8, 12)=2^3 \cdot 3=24 \text{ minutos}$$

Coincidirán por primera vez a las  $7 \text{ h } 45 \text{ min} + 24 \text{ min} = 8:09 \text{ horas}$ .

El primero dará:  $24:6 = 4$  vueltas, el segundo:  $24:8 = 3$  y el tercero:  $24:2 = 2$ .

8. Queremos poner baldosas cuadradas enteras del mayor tamaño posible en un pasillo de 420 cm de largo y 120 cm de ancho. ¿Cuánto debe medir el lado de la baldosa? ¿Cuántas podemos poner?

*SOL:*

El lado de la baldosa ha de ser un divisor común de 420 y 120, pero como ha de tener el mayor tamaño posible, debemos elegir el mayor de ellos.

$$420=2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$120=2^3 \cdot 3 \cdot 5 \Rightarrow mcd(420, 120)=2^2 \cdot 3 \cdot 5=60 \text{ cm.}$$

En el largo podemos poner  $420:60 = 7$  baldosas, y, en el ancho  $120:60 = 2$  baldosas.

En total, podemos poner  $7 \cdot 2 = 14$  baldosas.

9. Queremos rodear con pinos una finca rectangular de 54 m por 42 m de forma que la distancia entre un pino y el siguiente sea la misma y que haya un pino en cada vértice del rectángulo.

¿Cuántos pinos se necesitan como mínimo?

*SOL:*

La distancia entre un pino y el siguiente ha de ser un divisor común de 54 y 42, pero como queremos el número mínimo de pinos, la distancia ha de ser el mayor de ellos.

$$54=2 \cdot 3^3$$

$$42=2 \cdot 3 \cdot 7 \Rightarrow mcd(54, 42)=2 \cdot 3=6 \text{ m.}$$

En el largo hay  $54:6=9$  espacios de 6 m  $\Rightarrow$  10 pinos, y, en el ancho hay  $42:6=7$  espacios de 6 m  $\Rightarrow$  8 pinos.

En total se necesitan:  $2 \cdot 10 + 2 \cdot (8 - 2) = 20 + 12 = 32$  pinos.

10. Calcular:

$$a) \left( \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{12} + \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{8} \right) \cdot \frac{5}{7} - \frac{2}{7} \cdot \left( \frac{3}{4} - \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{6} \right) = \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{5}{7} - \frac{2}{7} \cdot \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{7} - \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{14} - \frac{2}{14} = \frac{3}{14}$$

$$b) \left( \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{5} + \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{5} - 1 \right) : \frac{3}{4} - \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \left( \frac{2}{3} - \frac{3}{5} + \frac{4}{3} - 1 \right) : \frac{3}{4} - \frac{2}{15} = \frac{2}{3} : \frac{3}{4} - \frac{2}{15} = \frac{8}{15} - \frac{2}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

$$c) 5 - 4 \cdot \frac{\frac{3}{1} + 1}{1 - \frac{1}{5}} = 5 - 4 \cdot \frac{\frac{3+2}{5}}{\frac{5-1}{5}} = 5 - 4 \cdot \left( \frac{5}{2} : \frac{4}{5} \right) = 5 - 4 \cdot \frac{25}{8} = 5 - \frac{25}{2} = \frac{10-25}{2} = \frac{15}{2}$$

$$d) 7 - 6 \cdot \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{5} \cdot 3}{\frac{3}{4} - \frac{5}{2} : 2} = 7 - 6 \cdot \frac{\frac{2}{3} + \frac{3}{5}}{\frac{3}{4} - \frac{5}{4}} = 7 - 6 \cdot \frac{\frac{10+9}{15}}{\frac{3-5}{4}} = 7 - 6 \cdot \left( \frac{19}{15} : \frac{-1}{2} \right) = 7 - 6 \cdot \frac{-38}{15} = 7 + \frac{76}{5} = \frac{111}{5}$$

$$e) \frac{\left( 1 + \frac{1}{12} \right) \cdot \frac{2}{3} - \left( \frac{1}{4} + 1 \right) \cdot 2}{\left( 2 - \frac{5}{3} \right) : \frac{1}{3} + \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) \cdot 2} = \frac{\frac{12+1}{12} \cdot \frac{2}{3} - \frac{1+4}{4} \cdot 2}{\frac{6-5}{3} : \frac{1}{3} + \frac{2+1}{4} \cdot 2} = \frac{\frac{13}{18} - \frac{5}{2}}{1 + \frac{3}{2}} = \frac{\frac{13-45}{18}}{\frac{2+3}{2}} = -\frac{32}{18} : \frac{5}{2} = -\frac{32}{45}$$

f)

$$-1 + 17 \cdot \frac{\frac{1}{3} - \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{6}}{3 - \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6}} = -1 + 17 \cdot \frac{\frac{1}{3} - \frac{5}{4}}{3 - \frac{4}{5}} = -1 + 17 \cdot \frac{\frac{2-5}{12}}{\frac{27-10}{5}} = -1 + 17 \cdot \left( \frac{-3}{4} : \frac{17}{9} \right) = -1 + 17 \cdot \frac{-27}{68} = -\frac{31}{4}$$

11. a) Ordenar de mayor a menor los siguientes números racionales:  $\frac{5}{6}, \frac{8}{9}, \frac{11}{12}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}$ .

b) Ordenar de menor a mayor los siguientes números racionales:  $-\frac{11}{6}, -\frac{17}{9}, -\frac{19}{10}, -\frac{7}{4}, -\frac{23}{12}$

SOL:

a)  $6=2 \cdot 3; 9=3^2; 12=2^2 \cdot 3; 4=2^2; 8=2^3 \Rightarrow mcm(6, 9, 12, 4, 8) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$

$$\frac{5}{6}, \frac{8}{9}, \frac{11}{12}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{60}{72}, \frac{64}{72}, \frac{66}{72}, \frac{54}{72}, \frac{63}{72} \Rightarrow \frac{11}{12} > \frac{8}{9} > \frac{7}{8} > \frac{5}{6} > \frac{3}{4}$$

b)  $6=2 \cdot 3; 9=3^2; 10=2 \cdot 5; 4=2^2; 12=2^2 \cdot 3 \Rightarrow mcm(6, 9, 10, 4, 12) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$

$$-\frac{11}{6}, -\frac{17}{9}, -\frac{19}{10}, -\frac{7}{4}, -\frac{23}{12} \Rightarrow -\frac{330}{180}, -\frac{340}{180}, -\frac{342}{180}, -\frac{315}{180}, -\frac{345}{180} \Rightarrow$$

$$-\frac{23}{12} < -\frac{19}{10} < -\frac{17}{9} < -\frac{11}{6} < -\frac{7}{4}$$

12. Escribir ordenadamente tres números racionales, uno de ellos la media aritmética, entre:

a)  $\frac{11}{8}$  y  $\frac{7}{12}$  ; b)  $-\frac{3}{4}$  y  $-\frac{5}{6}$

*SOL:*

a)  $11 \cdot 12 = 132 > 56 = 7 \cdot 8$ , luego:  $\frac{7}{12} < \frac{11}{8}$

Media aritmética:  $\frac{\frac{7}{12} + \frac{11}{8}}{2} = \frac{\frac{14+33}{24}}{2} = \frac{47}{24} : 2 = \frac{47}{48} \Rightarrow \frac{7}{12} < \frac{47}{48} < \frac{11}{8}$

b)  $-3 \cdot 6 = -18 > -20 = -5 \cdot 4$ , luego:  $-\frac{5}{6} < -\frac{3}{4}$

Media aritmética:  $\frac{-\frac{5}{6} - \frac{3}{4}}{2} = \frac{\frac{-10-9}{12}}{2} = -\frac{19}{12} : 2 = -\frac{19}{24} \Rightarrow -\frac{5}{6} < -\frac{19}{24} < -\frac{3}{4}$

13. De una pieza de tela de 12 m una señora se lleva los  $\frac{3}{4}$ . De aquí corta los  $\frac{2}{3}$  para hacer una prenda. ¿Cuántos metros necesita para la prenda? ¿Qué parte o fracción de la pieza ha usado?

*SOL:*

Se lleva:  $\frac{3}{4} \cdot 12 = 9$  m. Necesita para la prenda:  $\frac{2}{3} \cdot 9 = 6$  m.

Ha usado:  $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$  de la pieza, esto es, la mitad.

14. Una persona se toma un botellín de cerveza ( $\frac{1}{5}$  de litro) y una botella de cerveza ( $\frac{1}{3}$  de litro). ¿Ha tomado más o menos de medio litro? Por la botella ha pagado 1,6 euros y por el botellín 1,2 euros. ¿A cómo le sale el litro de cerveza?

*SOL:*



$$\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{3+5}{15} = \frac{8}{15} > \frac{1}{2}, \text{ ya que: } 8 \cdot 2 = 16 > 15 = 1 \cdot 15.$$

Luego, tomó más de medio litro.

Pagó:  $1,60 + 1,20 = 2,80$  euros por  $\frac{8}{15}$  litro, por lo que el litro le sale a:

$$2,80 : \frac{8}{15} = \frac{2,80 \cdot 15}{8} = 5,25 \text{ euros.}$$

15. Tenemos una pieza de tela de 90 m y vendemos los  $\frac{2}{3}$  a 4 euros/m,  $\frac{1}{6}$  del resto a 5 euros/m y los que quedan a 6 euros/m. ¿Cuánto hemos ganado si el metro nos costó a 3 euros?

*SOL:*

Ingresos: vendemos  $\frac{2}{3} \cdot 90 = 60$  m a 4 euros/m,  $\frac{1}{6} \cdot (90 - 60) = \frac{1}{6} \cdot 30 = 5$  m a 5 euros/m, y,

$90 - 60 - 5 = 25$  m a 6 euros/m, por lo que ingresaremos:

$$60 \cdot 4 + 5 \cdot 5 + 25 \cdot 6 = 240 + 25 + 150 = 415 \text{ euros.}$$

Gastos:  $90 \cdot 3 = 270$  euros.

Ganancias:  $415 - 270 = 145$  euros.

16. Calcular:

$$\text{a) } 0,25 - 0,0\overline{19} : 3,4\overline{5} = \frac{25}{100} - \frac{19}{990} : \frac{345-3}{99} = \frac{1}{4} - \frac{19}{990} : \frac{38}{11} = \frac{1}{4} - \frac{1}{180} = \frac{45-1}{180} = \frac{44}{180} = \frac{11}{45}$$

$$\text{b) } 2,204\overline{5} - 0,2\overline{7} \cdot 0,2 = \frac{22.045-220}{9.900} - \frac{27}{99} \cdot \frac{2}{10} = \frac{21.825}{9.900} - \frac{3}{11} \cdot \frac{1}{5} = \frac{97}{44} - \frac{3}{55} = \frac{473}{220} - \frac{43}{220} = \frac{43}{20}$$