José Enrique Rodríguez Hernández

Tema 2. Proporcionalidad y porcentajes

Ejercicios resueltos

1. Pasar a números decimales los siguientes porcentajes:

$$\text{a)}\ 4\% = \frac{4}{100} = 0{,}04\,;\ \text{b)}\ 5{,}5\% = \frac{5{,}5}{100} = 0{,}055\,;\ \text{c)}\ 35{,}2\% = \frac{35{,}2}{100} = 0{,}352\,;\ \text{d)}\ 125\% = \frac{125}{100} = 1{,}25.$$

2. Pasar a porcentajes los siguientes números:

$$\text{a)}\ 0{,}065 = \frac{6{,}5}{100} = 6{,}5\%\,; \qquad \text{b)}\ 0{,}37 = \frac{37}{100} = 37\%\,; \qquad \text{c)}\ 1{,}375 = \frac{137{,}5}{100} = 137{,}5\%\,;$$

$$\text{d)}\ \frac{3}{5} = 0{,}6 = \frac{60}{100} = 60\%\,; \qquad \text{e)}\ \frac{2}{9} = 0{,}\widehat{2} = \frac{22{,}\widehat{2}}{100} = 22{,}\widehat{2}\%\,; \quad \text{f)}\ \frac{7}{4} = 1{,}75 = \frac{175}{100} = 175\%.$$

3. Calcular: a) El 5% de 120; b) El 21% de 60; c) El 112% de 418; d) El 250% de 38,16.

   SOL:

$$\text{a)}\ 0{,}05 \cdot 120 = 6\,;\ \text{b)}\ 0{,}21 \cdot 60 = 12{,}6\,;\ \text{c)}\ 1{,}12 \cdot 418 = 468{,}16\,;\ \text{d)}\ 2{,}5 \cdot 38{,}16 = 95{,}4.$$

4. Una fotocopiadora realiza las fotocopias a un 75% del tamaño real. ¿Qué largo tendrá la fotocopia de un dibujo de 12 cm de largo?

   SOL:

$$P = \frac{r}{100}T; \quad P = 0{,}75 \cdot 12 = 9\ cm.$$

5. Se amplía un original al 120%. ¿Cuánto medirá el ancho del original si en la fotocopia mide 15 cm?

   SOL:

$$P = \frac{r}{100}T; \quad 15 = 1{,}2 \cdot T; \quad T = \frac{15}{1{,}2} = 12{,}5\ cm.$$

6. Se quiere hacer una fotocopia de una foto de 8,5 cm de ancho para colocar en un marco de 6,8 cm de ancho. ¿Qué número tendrá que figurar en el zoom de la fotocopiadora?

   SOL:

José Enrique Rodríguez Hernández

$$P=\frac{r}{100}T;\quad 6{,}8=\frac{r}{100}\cdot 8{,}5;\quad \frac{6{,}8\cdot 100}{8{,}5}=r;\quad r=80\%.$$

7. Calcular el índice de variación de las variaciones porcentuales siguientes: a) aumento del 12%; b) disminución del 10%; c) aumento del 5,5%; d) disminución del 37,8%.

   SOL:

   a) $1+\frac{r}{100}=1+\frac{12}{100}=1+0{,}12=1{,}12$; b) $1-\frac{r}{100}=1-\frac{10}{100}=1-0{,}1=0{,}9$;

   c) $1+\frac{r}{100}=1+\frac{5{,}5}{100}=1+0{,}055=1{,}055$; d) $1-\frac{r}{100}=1-\frac{37{,}8}{100}=1-0{,}378=0{,}622$.

8. Calcular las variaciones porcentuales correspondientes a los siguientes índices de variación:

   a) $0{,}88=1-\frac{r}{100};\quad \frac{r}{100}=1-0{,}88=0{,}12;\quad r=12\%$ de disminución.

   b) $1{,}034=1+\frac{r}{100};\quad \frac{r}{100}=1{,}034-1=0{,}034;\quad r=3{,}4\%$ de aumento.

   c) $0{,}945=1-\frac{r}{100};\quad \frac{r}{100}=1-0{,}945=0{,}055;\quad r=5{,}5\%$ de disminución.

   d) $2{,}15=1+\frac{r}{100};\quad \frac{r}{100}=2{,}15-1=1{,}15;\quad r=115\%$ de aumento.

   e) $1{,}3725=1+\frac{r}{100};\quad \frac{r}{100}=1{,}3725-1=0{,}3725;\quad r=37{,}25\%$ de aumento.

   f) $0{,}8248=1-\frac{r}{100};\quad \frac{r}{100}=1-0{,}8248=0{,}1752;\quad r=17{,}52\%$ de disminución.

   g) $1{,}2=1+\frac{r}{100};\quad \frac{r}{100}=1{,}2-1=0{,}2;\quad r=20\%$ de aumento.

9. El coste de la vida, en un cierto país, subió (bajó) el 10% un año y el 5% al año siguiente. ¿Cuál fue la subida (bajada) total en esos dos años?

   SOL:

   a) $(1+0{,}1)\cdot(1+0{,}05)=1{,}1\cdot 1{,}05=1{,}155=1+\frac{r}{100};\quad \frac{r}{100}=1{,}155-1=0{,}155;\quad r=15{,}5\%.$

   b) $(1-0{,}1)\cdot(1-0{,}05)=0{,}9\cdot 0{,}95=0{,}855=1-\frac{r}{100};\quad \frac{r}{100}=1-0{,}855=0{,}145;\quad r=14{,}5\%.$

10. ¿Qué tanto por ciento de aumento, hay que aplicar al precio de un artículo rebajado en un 20%, para obtener el precio original?

SOL:

Si el precio final coincide con el inicial, el índice de variación total es 1.

$$(1-0{,}2)\cdot\left(1+\frac{r}{100}\right)=1;\quad 1+\frac{r}{100}=\frac{1}{0{,}8}=1{,}25;\quad \frac{r}{100}=1{,}25-1=0{,}25;\quad r=25\%.$$

11. ¿Cuánto tendrá que pagar un individuo por la compra de 480 vasos a 3,25 € la docena, haciendo un pago al contado, con un 8% de rebaja?

SOL:

$$C_f=C_i\cdot\left(1-\frac{r}{100}\right)=\frac{480}{12}\cdot 3{,}25\cdot(1-0{,}08)=40\cdot 3{,}25\cdot 0{,}92=119{,}60\ €.$$

12. Al pagar una factura nos han hecho un descuento del 15% de su importe total y la misma ha quedado reducida a 127,50 €. ¿Cuál era el importe inicial de la factura?

SOL:

$$C_f=C_i\cdot\left(1-\frac{r}{100}\right);\quad 127{,}50=C_i\cdot(1-0{,}15);\quad C_i=\frac{127{,}50}{0{,}85}=150\ €.$$

13. Es sabido que el café pierde los 2/9 de su peso al tostarlo. Un industrial dedicado al tueste compra 810 kg de café verde a 2,80 € el kg. Quiere obtener con esta operación una ganancia de un 20 %. ¿A cómo ha de vender el kg de café tostado?

SOL:

Al tostar el café verde, cada kg se reduce a $1-\frac{2}{9}=\frac{9-2}{9}=\frac{7}{9}$ kg de café tostado.

Si quiere obtener una ganancia del 20% debe vender el kg de café verde a:

$C_f=C_i\cdot\left(1+\frac{r}{100}\right)=2{,}8\cdot(1+0{,}2)=28\cdot 1{,}2=3{,}36\ €$, por lo que, debe vender el kg de café tostado a: $3{,}36:\frac{7}{9}=\frac{3{,}36\cdot 7}{9}=4{,}32\ €$ € (el dato de los 810 kg es superfluo).

14. Si al tomar un taxi me incrementaron en su antiguo precio un 5%, costándome 4,20 €, ¿cuál será su precio antiguo?

SOL:

José Enrique Rodríguez Hernández

$$C_f = C_i \cdot \left(1+\frac{r}{100}\right); \quad 4{,}2 = C_i \cdot (1+0{,}05); \quad C_i = \frac{4{,}2}{1{,}05} = 4 \text{ €}.$$

15. Un artículo de precio antiguo 300 €, después de haberse incrementado con el IGIC tiene un precio de 318 €. ¿Qué IGIC le ha sido aplicado?

SOL:

$$C_f = C_i \cdot \left(1+\frac{r}{100}\right); \quad 318 = 300 \cdot (1+\frac{r}{100}); \quad 1+\frac{r}{100} = \frac{318}{300} = 1{,}06; \quad \frac{r}{100} = 1{,}06 - 1 = 0{,}06;$$
$r = 6\%$.

16. La razón alumnas/alumnos de un centro es 3/2. El número de alumnas es 360. Calcula el número de estudiantes del centro.

SOL:

Sea x el número de alumnos del centro.

$\frac{360}{x} = \frac{3}{2}; \quad 360 \cdot 2 = 3x; \quad x = \frac{360 \cdot 2}{3} = 240;$ por lo que, el número de estudiantes del centro es: $360 + 240 = 600$.

17. Tres metros de tela cuestan 15 €.

a) ¿Cuánto nos costarán 8 metros?
b) ¿Cuánto nos costará 1 metro?
c) ¿Cuántos metros se pueden comprar por 50 €?
d) ¿Cuántos metros se pueden comprar por 1 €?

SOL:

La longitud de la tela y su coste son magnitudes directamente proporcionales. En cada uno de los apartados llamamos x a la cantidad desconocida.

a) $\frac{3}{8} = \frac{15}{x}; \quad 3x = 8 \cdot 15; \quad x = \frac{8 \cdot 15}{3} = 40 \text{ €};$ b) $\frac{3}{1} = \frac{15}{x}; \quad 3x = 1 \cdot 15; \quad x = \frac{1 \cdot 15}{3} = 5 \text{ €};$

c) $\frac{3}{x} = \frac{15}{50}; \quad 3 \cdot 50 = 15x; \quad x = \frac{3 \cdot 50}{15} = 10 \, m;$ d) $\frac{3}{x} = \frac{15}{1}; \quad 3 \cdot 1 = 15x; \quad x = \frac{3 \cdot 1}{15} = \frac{1}{5} = 0{,}2 \, m.$

18. Un décimo de lotería fue comprado por tres personas que aportaron, respectivamente, 15, 10 y 5 €. Hubo suerte y ganaron 240000 €. Reparte el premio.

SOL:

Hay que repartir los 240000 € en partes directamente proporcionales a lo que aportaron cada una de las personas. Llamando x, y, z lo que le corresponde a las personas que aportaron, respectivamente, 15, 10 y 5 €, tendremos:

$$\frac{x}{15}=\frac{y}{10}=\frac{z}{5}=\frac{240000}{30}=8000; \quad x=15\cdot 8000=120000\text{ €}; \quad y=10\cdot 8000=80000\text{ €};$$

$$z=5\cdot 8000=40000\text{ €}.$$

19. Un pastel necesita los siguientes elementos: 500 g de pescado cocido, 250 g de tomate frito, 20 cl de nata líquida y 8 huevos. Sólo tenemos 375 g de pescado. Hallar las cantidades para el resto de los ingredientes.

SOL:

Todas las magnitudes que intervienen son directamente proporcionales. Llamando x (g), y (cl), z a las cantidades de tomate frito, nata líquida y huevos, tenemos:

$\frac{x}{250}=\frac{y}{20}=\frac{z}{8}=\frac{375}{500}=0{,}75; \quad x=250\cdot 0{,}75=187{,}5$ g de tomate frito; $y=20\cdot 0{,}75=15$ cl de nata líquida y $z=8\cdot 0{,}75=6$ huevos.

20. Una cuadrilla de 4 albañiles tardan 30 días en cercar una finca. ¿Cuánto tiempo tardará en vallar la finca una cuadrilla de 10 albañiles?

SOL:

El número de albañiles y el tiempo que tardan en cercar la finca son magnitudes inversamente proporcionales. Llamando x a la cantidad desconocida:

$$\frac{4}{10}=\frac{x}{30}; \quad 4\cdot 30=10x; \quad x=\frac{4\cdot 30}{10}=12\text{ días}$$

21. Una finca de 15000 m^2 es repartida entre 3 hermanos en partes inversamente proporcionales a sus edades. ¿Cuántos m^2 le correspondió a cada uno si tienen 10, 15 y 18 años?

SOL:

Hay que hacer el reparto directamente proporcional a $\frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{18}$.

Universidad de La Laguna
Departamento de Economía Aplicada y Métodos Cuantitativos
José Enrique Rodríguez Hernández

$$\left.\begin{array}{l}10=2\cdot 5\\ 15=3\cdot 5\\ 18=2\cdot 3^2\end{array}\right\} mcm(10,15,18)=2\cdot 3^2\cdot 5=90;\quad Cómo: \frac{1}{10}=\frac{9}{90};\quad \frac{1}{15}=\frac{6}{90}\quad \frac{1}{18}=\frac{5}{90},$$

podemos repartir los 15000 m^2 en partes directamente proporcional a 9 ,6 y 5, esto es, llamando x, y, z a los m^2 que le corresponden al de 10, 15 y 18 años, respectivamente, tendremos:

$$\frac{x}{9}=\frac{y}{6}=\frac{z}{5}=\frac{x+y+z}{9+6+5}=\frac{15000}{20}=750;\quad x=9\cdot 750=6750\text{ m}^2;\quad y=6\cdot 750=4500\text{ m}^2;$$

$$z=5\cdot 750=3750\text{ m}^2$$

22. Al repartir una cantidad entre tres personas en partes inversamente proporcionales a 2, 3 y 4, a la tercera le correspondió 3000 €. ¿Cuánto se repartió? ¿Cuánto le correspondió a las otras dos?

SOL:

Repartir una cantidad en partes inversamente proporcionales a 2, 3 y 4, equivale a repartirla en partes directamente proporcionales a: $\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4}$.

$$\left.\begin{array}{l}2=2\\ 3=3\\ 4=2^2\end{array}\right\} mcm(2,3,4)=2^2\cdot 3=12;\quad Cómo: \frac{1}{2}=\frac{6}{12};\quad \frac{1}{3}=\frac{4}{12}\quad \frac{1}{4}=\frac{3}{12},$$ podemos repartir la cantidad en partes directamente proporcional a 6 ,4 y 3, esto es, llamando t a la cantidad que se repartió, x e y a lo que le corresponden a las otras dos personas, tendremos:

$$\frac{x}{6}=\frac{y}{4}=\frac{3000}{3}=\frac{t}{13}=1000;\quad x=6\cdot 1000=6000;\quad y=4\cdot 1000=4000;\quad t=13\cdot 1000=13000$$

Se repartió 13000 €, correspondiéndole 6000 € a la primera persona y 4000 € a la segunda.

23. Un grupo de 10 excursionistas tiene 15 kg de comida para 6 días. ¿Para cuántos excursionistas habría comida con 24 kg de comida si se quedasen 2 días más?

SOL:

El número de excursionistas es directamente proporcional a los kg de comida e inversamente proporcional al número de días.

10 excursionistas —— 15 kg de comida —— 6 días

x excursionistas —— 24 kg de comida —— 8 días

$$\frac{10}{x}=\frac{15}{24}\cdot\frac{8}{6};\quad x=\frac{10\cdot 24\cdot 6}{15\cdot 8}=12.$$

24. Diez obreros tardan en realizar una obra 4 días trabajando 6 h/día. ¿Cuántas horas diarias tienen que trabajar 12 obreros para realizar la misma obra en 2 días?

SOL:

El número de horas diarias es inversamente proporcional al número de obreros y al número de días.

10 obreros —— 4 días —— 6 h/día

12 obreros —— 2 días —— x h/día

$$\frac{6}{x}=\frac{12}{10}\cdot\frac{2}{4};\quad x=\frac{6\cdot 10\cdot 4}{12\cdot 2}=10 \text{ h/día}$$