

Tema 4. Polinomios y fracciones algebraicas

Ejercicios propuestos

1. Efectuar:

a) $P(x)-Q(x)\cdot R(x)$; b) $Q(x)-P(x)\cdot R(x)$; c) $[R(x)-Q(x)]\cdot P(x)$; d) $[P(x)-Q(x)]\cdot R(x)$, siendo:
 $P(x)=3x^3-5x^2-12x-12$, $Q(x)=2x^4-5x^2+6x-4$ y $R(x)=x^3-8x$

SOL: a) $-2x^7+21x^5-6x^4-33x^3+43x^2-44x-12$; b) $-3x^6+5x^5+38x^4-28x^3-101x^2-90x-4$;
 c) $-6x^7+13x^6+34x^5-55x^4+10x^3+88x^2+120x-48$; d) $-6x^7+3x^6+6x^5-27x^4+-8x^3+54x^2+24x$

2. Calcular el cociente $C(x)$ y el resto $R(x)$ de las siguientes divisiones:

a) $(x^5+3x^4-13x^3-39x^2+36x+108):(x^3+2x^2-9x-18)$; b) $(5x^4-6x^3+3x^2-x+5):(x^2+x+1)$;
 c) $(2x^5-5x^3+6x-4):(x^3-3x^2+5)$; d) $(6x^4+17x^3+7x):(x+3)$; e) $(2x^4+x^2-2x+3):(x+1)$

SOL:

a) $C(x)=x^2+x-6$ y $R(x)=0$; b) $C(x)=5x^2-11x+9$ y $R(x)=x-4$; c) $C(x)=2x^2+6x+13$ y
 $R(x)=29x^2-24x-69$; d) $C(x)=6x^3-x^2+3x-2$ y $R(x)=6$; e) $C(x)=2x^3-2x^2+3x-1$ y $R(x)=8$.

3. a) Calcular el cociente y el resto de la siguiente división: $P(x):[Q(x)-S(x)]$, siendo:

$P(x)=2x^5+x^4+5x^2-1$, $Q(x)=x^3-3x^2+12x-6$ y $S(x)=-3x^2+7x-3$

b) Calcular el cociente y el resto de la siguiente división: $[Q(x)-P(x)]:R(x)$, siendo:

$P(x)=3x^3-5x^2-12x-12$, $Q(x)=2x^4-5x^2+6x-4$ y $S(x)=x^2-3x$

c) Calcular el cociente y el resto de la siguiente división: $P(x):[Q(x)-S(x)]$, siendo:

$P(x)=3x^4-x^2-1$, $Q(x)=-5x^2+6x-4$ y $S(x)=-8x^2+9x$

SOL: a) $C(x)=2x^2+x-10$ y $R(x)=6x^2+53x-31$; b) $C(x)=2x^2+3x+9$ y $R(x)=45x+8$;

c) $C(x)=x^2+x+2$ y $R(x)=10x+7$.

4. Descomponer en factores los siguientes polinomios:

a) $2x+6$; b) x^2-4x+3 ; c) x^2-3x ; d) x^3-6x^2+9x ; e) $3x^3-27x$; f) $3x^3+x^2-12x-4$;
 g) $9x^4-82x^2+9$

SOL: a) $2(x+3)$; b) $(x-1)(x-3)$; c) $x(x-3)$; d) $x(x-3)^2$; e) $3x(x+3)(x-3)$;

f) $3(x+2)\left(x+\frac{1}{3}\right)(x-2)$; g) $9(x+3)\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)(x-3)$

5. Simplificar:

a) $\frac{2x^3 + x^2 - 18x - 9}{x^4 - 10x^2 + 9}$;

b) $\frac{x^4 - 5x^2 + 4}{3x^3 + 2x^2 - 7x + 2}$;

c) $\frac{3x^3 - x^2 - 12x + 4}{x^4 - 3x^2 - 4}$;

d) $\frac{x^4 - 4x^2}{3x^4 - x^3 + 6x^2 - 2x}$;

e) $\frac{x^4 + 5x^2 - 36}{2x^3 - x^2 - 8x + 4}$;

f) $\frac{4x^3 - x^2 - 16x + 4}{16x^4 - 65x^2 + 4}$

SOL: a) $\frac{2x+1}{x^2-1}$; b) $\frac{x^2-x-2}{3x-1}$; c) $\frac{3x-1}{x^2+1}$; d) $\frac{x-2}{3x-1}$; e) $\frac{x^2+9}{2x-1}$; f) $\frac{1}{4x+1}$

6. Calcular:

a) $\frac{1}{x-1} + \frac{2x}{x+1} - \frac{2x}{x^2-1}$; b) $\frac{3x}{x-2} - \frac{2x}{x+2} - 2 \cdot \frac{3x-2}{x^2-4}$; c) $x+3 - \frac{x^3+27}{x^2-9} - \frac{x^2-9}{x-3}$

SOL: a) $\frac{2x-1}{x+1}$; b) $\frac{x+2}{x-2}$; c) $\frac{x^2-3x+9}{3-x}$

7. Calcular:

a) $\frac{x^2+2x-3}{x^2-4} \cdot \frac{x^2-4x+4}{x^2+3x}$;

b) $\frac{x^2-1}{x^2-x} \cdot \frac{x^2+2x+1}{2x+2}$;

c) $\frac{x}{3x+3} \cdot \frac{x^2-1}{x^3+2x^2} \cdot \frac{x-3}{x^2+2x}$;

d) $\frac{2x^2+4x}{3x-6} \cdot \frac{x^2-4x+4}{2x^4-2x^3} \cdot \frac{3x^3-3x}{x^2-4}$

SOL: a) $\frac{x^2-3x+2}{x^2+2x}$; b) $\frac{2}{x}$; c) $\frac{x-1}{3x-9}$; d) $\frac{x+1}{x}$