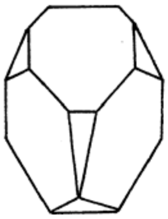
# 7.- POLIEDROS.

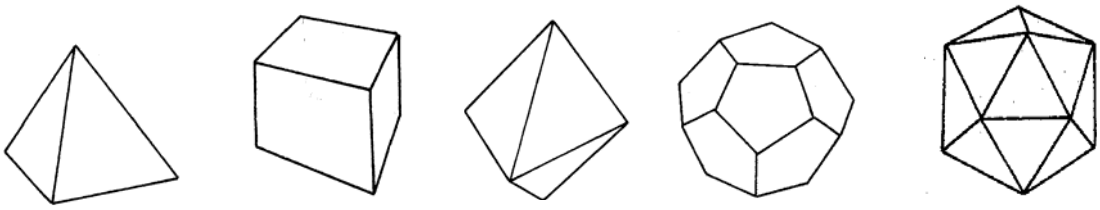
## 7.1.- Introducción



Los poliedros son cuerpos limitados por caras planas. Aquellos que tienen por caras, polígonos regulares, les llamaremos “poliedros regulares. Cuando las caras están definidas por figuras irregulares o por más de dos polígonos regulares, se denominan “polígonos irregulares”.

*Poliedros regulares.*

Los poliedros regulares son cinco, el Tetraedro, el hexaedro o cubo, el Octaedro, el Dodecaedro y el Icosaedro



Tetraedro Hexaedro Octaedro Dodecaedro Icosaedro

| Poliedro | Polígono de cara | Caras | Vertices | Aristas |
|---|---|---|---|---|
| Tetraedro | Triángulo equilátero | 4 | 4 | 6 |
| Hexaedro | Cuadrado | 6 | 8 | 12 |

- Proyecciones diédricas de los poliedros.

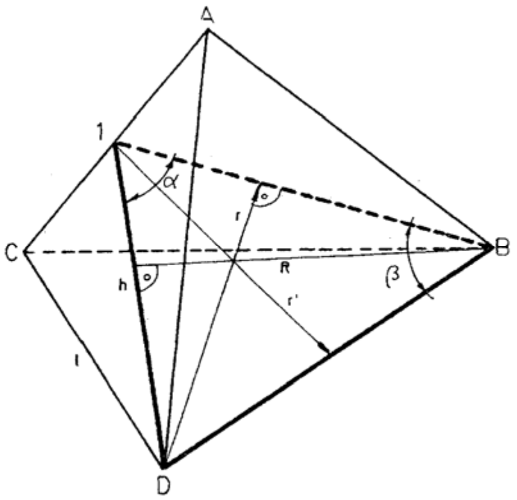
Cuando encontramos caras paralelas o contenidas en los planos de proyección tiene fácil solución dibujar las proyecciones de estos cuerpos; Dibujamos lo que estamos viendo en verdadera magnitud y a partir de la proyección dibujada podremos de alguna manera dibujar la otra proyección.
No siempre tendremos tanta suerte, habrá momentos en que los elementos que definen a los poliedros, estén situados en planos oblicuos a los de proyección.

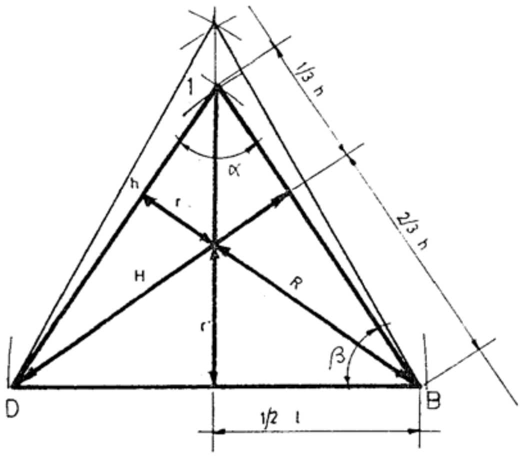
## 7.2 Estudio de tres Posiciones características de un tetraedro respecto al PH.

### SECCIÓN PRINCIPAL DE UN TETRAEDRO.

La sección es la producida por un plano que pasa por una arista y por el punto medio de la arista opuesta. Se forma un triángulo isósceles que tiene por lados, una arista y dos alturas de cara del poliedro.

El primer dato que sacamos de la sección principal en el tetraedro es, que si el plano corta en estas condiciones las aristas opuestas, se deduce que las aristas opuestas se cortan perpendicularmente y en sus puntos medios.



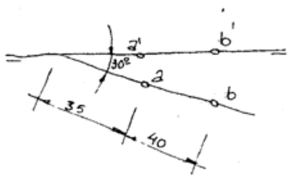




| | |
|---|---|
| r´ | Radio de la esfera tangente a las aristas. |
| 2r´ | Distancia entre dos aristas opuestas. |
| r | Radio de la esfera tangente a las caras, inscrita. |
| R | Radio de la esfera tangente a los vértices, circunscrita. |
| H | Altura del tetraedro. |
| h | Altura de cara. |
| l | Arista. |
| α | Angulo que forman las caras. |
| β | Angulo que forma la arista y una cara. |

¡¡¡¡La sección principal nos proporciona DATOS para resolver los ejercicios.¡¡¡¡¡

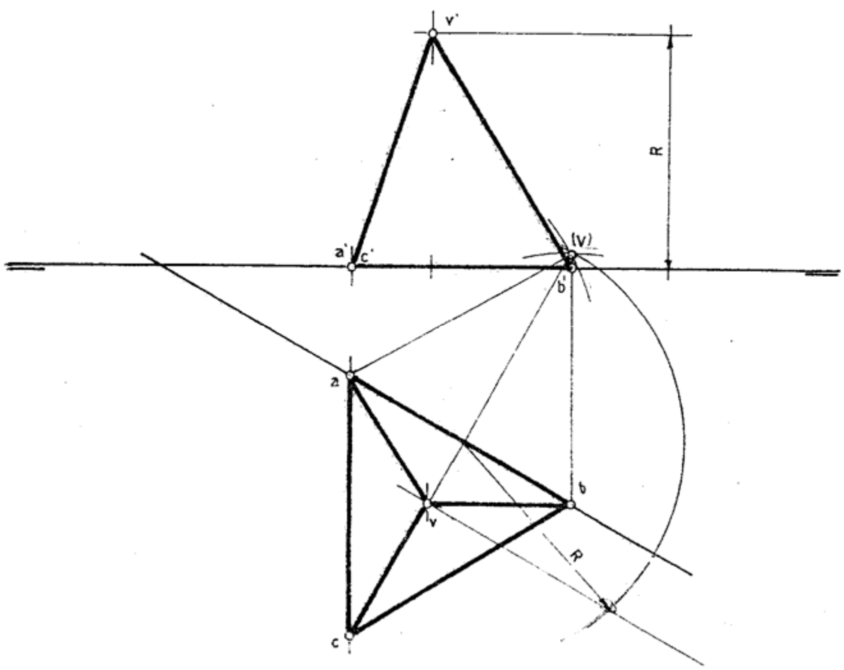
PROBLEMA.

Dibujar las proyecciones de un tetraedro conociendo la situación de dos vértices de la cara básica (A) y (B), la cual sabemos que está contenida en el PHP teniendo el tercer vértice (C) tiene mayor alejamiento que los otros vertices de dicha cara.




El primer paso será el de representar esta cara, conocemos la posición de (A) y de (B) luego conocemos el valor de la arista, podremos dibujar el tercer vértice, dibujando el triángulo equilátero cara del tetraedro contenido en el PHP. El cuarto vértice de la proyección horizontal del cuerpo es de fácil colocación ya que al tener todas las caras del poliedro igual pendiente con respecto a la base y al plano que la contiene por lo que tendrá que estar situado en el punto medio de la base, es decir en el centro de gravedad y ese punto estará donde las bisectrices de los ángulos se corten ya tenemos situado la proyección horizontal de (V).

Para situar las proyecciones verticales de los vértices será (A) (B) (C) son puntos del PH, no tiene cotas, luego estarán situados sobre la LT; del vértice V no conocemos la cota, la podremos calcular, obteniendo la altura del tetraedro de la sección principal.

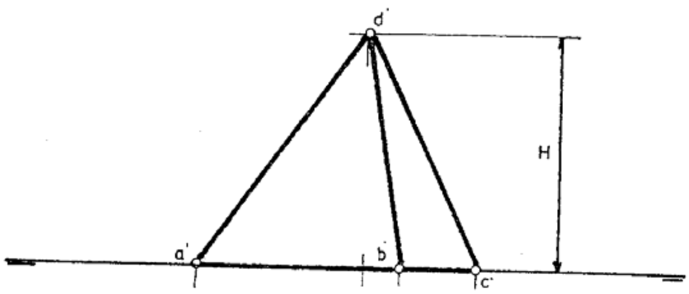


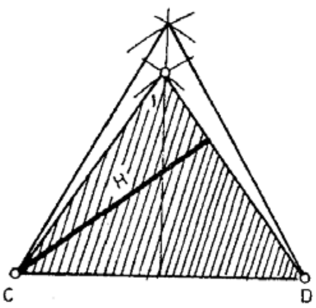
PROBLEMA

Dibujar las proyecciones de un tetraedro conociendo su arista, 40 mm, sabiendo que tiene una cara contenida en el PH.

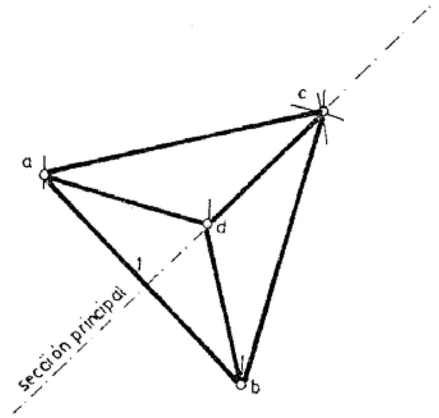
Dibujamos la cara contenida en el PH en la situación que mejor nos parezca ya que no existen condiciones que la fijen, (a-b-c), el cuarto vértice (d) lo situaremos como en el problema anterior.

Dibujar sus proyecciones verticales ya las conocemos por el mismo problema anterior, pero para situar el cuarto vértice (d´) del que no conocemos la cota, la podemos sustituir por el valor de la altura del tetraedro (H) en la sección principal.



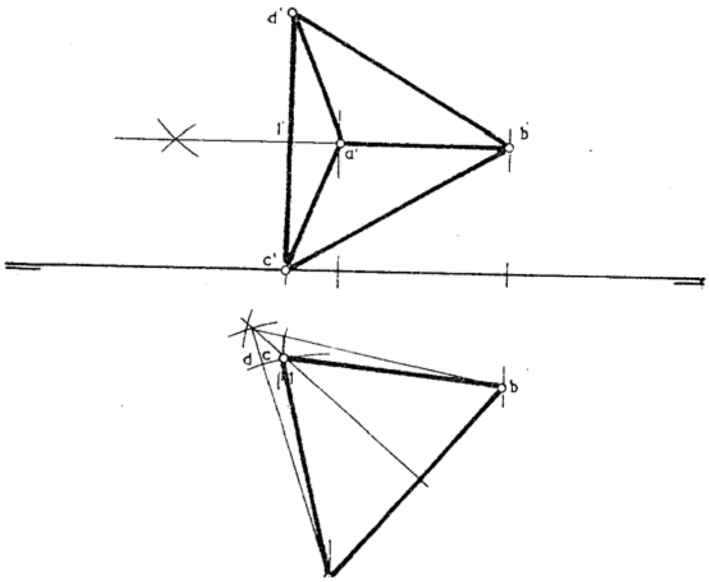




Sección principal.



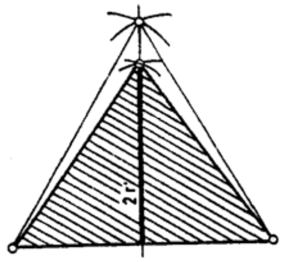

PROBLEMA

Dibujar las proyecciones de un tetraedro conocida la arista, 40 mm, cuando tiene una de ellas perpendicular al PH,

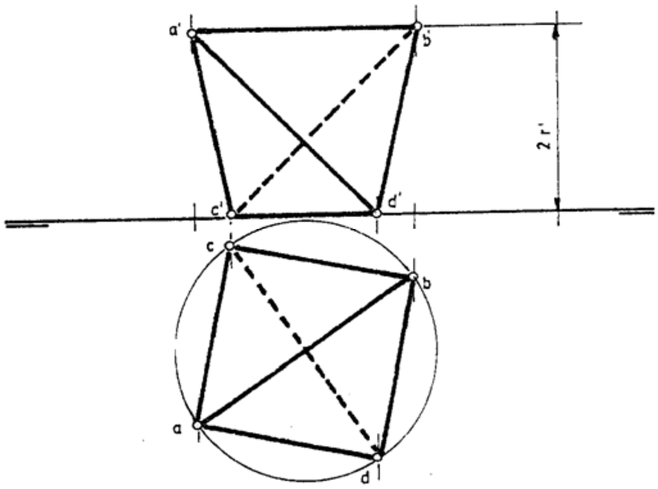



La proyección horizontal, será una sección principal la dibujamos (a-b-l), lógicamente sobre (l) coinciden todos los puntos de la arista perpendicular al PH, luego estará también los de (C ) y (D), o sea, (c ) y (d). En proyección vertical veremos la arista (D-C) en verdadera magnitud, ya que es paralela al PV; las proyecciones de los puntos (A) y (B) en el PV; las proyecciones de los puntos (A) y (B) en el PV, por pertenecer a la sección principal, estarán sobre la mediatriz de la arista (d´-c´)

PROBLEMA.
Dibujar las proyecciones de un tetraedro, conociendo la arista 40 mm, cuando tiene una de ellas contenida en el PH.



Sección principal.

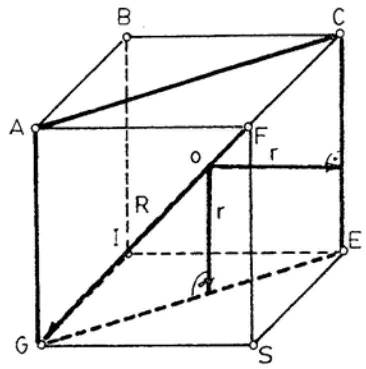


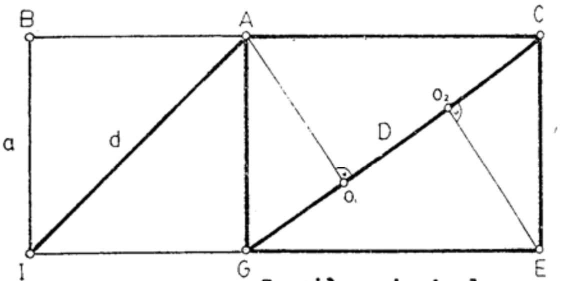

De las infinitas posiciones que puede tomar el tetraedro, con la única condición dada, vamos a tomar aquella que tenga la arista opuesta a la dada, contenida en un plano paralelo al PH o sea un plano frontal.
Basándonos en la propiedad de las aristas del tetraedro, que se cortan en proyección, perpendicularmente y en sus puntos medios. En la proyección horizontal, podemos dibujar en verdadera magnitud, la arista contenida en el PH y, por la propiedad antes enunciada, la opuesta la situaremos como mediatriz de la anterior; serán diámetros perpendiculares de una circunferencia.
Para obtener las proyecciones verticales, nos fijaremos en las dos secciones principales, que tenemos en proyección horizontal, formada por la arista contenida en el plano horizontal (a-b) y el punto medio de la arista opuesta (d-c), que tiene un elemento paralelo al PV, la altura de la sección, que es la distancia entre aristas opuestas; existe otra sección principal formada por la arista (c-d) y el punto medio de la (a-b) que también tiene la altura en verdadera magnitud en el PV, ya que es paralela. Si llevamos sobre una perpendicular a la LT, esta distancia, podemos colocar las proyecciones verticales de los vértices del tetraedro.

## 7.3.- Estudio de tres Posiciones características de un hexaedro respecto al PH.

### SECCION PRINCIPAL DEL HEXAEDRO.

Es la que organiza un plano que pasa por las aristas opuestas, formando un rectángulo que tiene por lados, dos arista y dos diagonales de cara del hexaedro. En todo cubo o hexaedro habría dos secciones principales, que se cortan perpendicularmente en sus líneas medias, esto quiere decir que si vemos una en verdadera magnitud, la otra la veríamos como una línea recta, resultado de unir los puntos medios de las diagonales de cara, lados de la anterior.



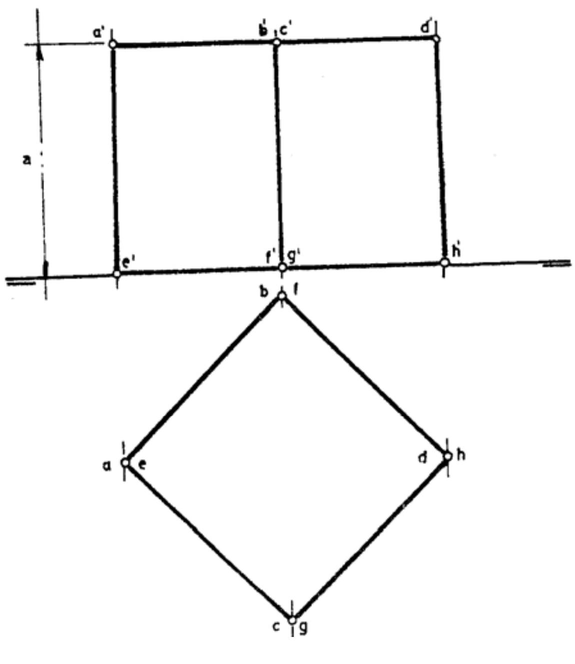



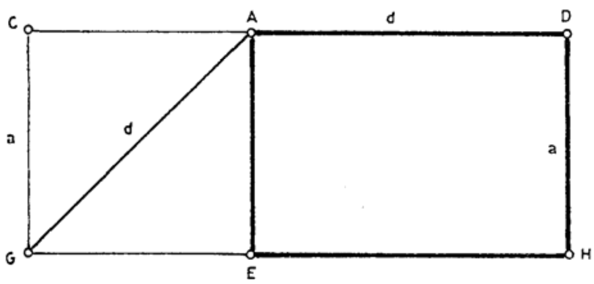
Sección principal

| | |
|---|---|
| D | Diagonal del cubo. |
| d | Diagonal de la cara. |
| a | Arista del cubo |
| r | Radio de la esfera tang a las caras, esfera inscrita r=a/2 |
| r´ | Radio de la esfera tang a las aristasr´=d/2 |
| R | Radio de la esfera tang a los vértices del cubo, esfera circunscrita r=D/2 |

### PROBLEMA.

Dibujar las proyecciones de un hexaedro, dada la arista 40 mm, cuando tiene una cara en el PH.



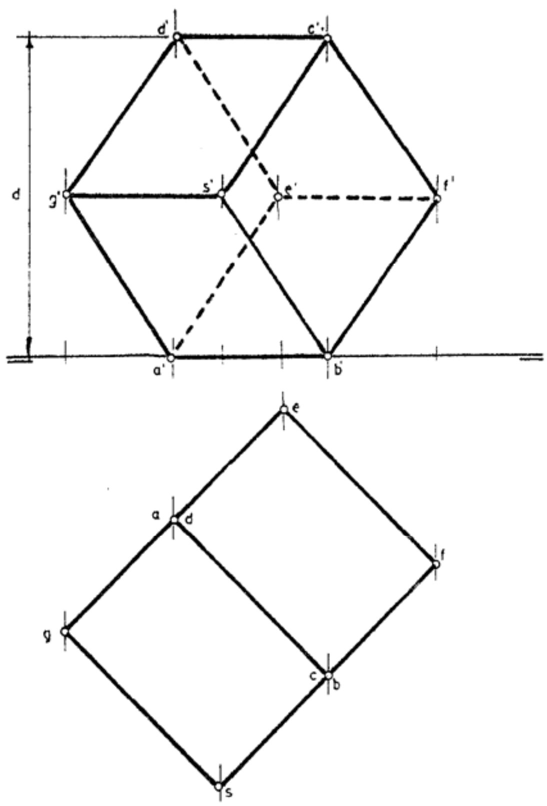
Sección principal

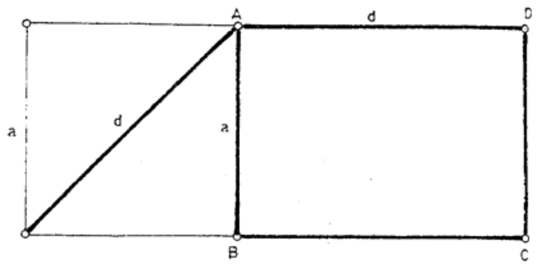
La proyección horizontal del hexaedro, será un cuadrado, cuyos vértices serán dobles, y que las lineas-lados del cuadrado están representado a las caras perpendiculares al PH.

Para dibujar las proyecciones verticales, vemos que es la sección principal del cubo, teniendo una cara confundida en la LT, la cara paralela a esta estará a una distancia arista de la LT, lado menor de la sección principal.

**PROBLEMA.**

Dibujar las proyecciones de un cubo que tiene una arista contenida en el PH. La arista mide 40 mm.




Seccion principal

Este problema puede plantearse en función de las distintas posiciones que tenga el cubo con respecto al PH, vamos a tomar aquella en que la sección principal que contiene a la arista dada sea perpendicular al PH, que es la sección ADBC.

Dibujamos la sección en el plano PH, cono esta sección es paralela a dicho plano, veremos las aristas (D-C) y la (A-B) confundidas , ya que ellas forman la sección que mencionamos al principio.

La proyección vertical de la sección (ABCD) la cual vemos en verdadera magnitud, los lados diagonales de cara del poliedro. La situación de la sección (SGEF) estarán en las mediatrices de la anterior sección.

**PROBLEMA.**

Dibujar las proyecciones de un hexaedro cuando tiene una diagonal perpendicular al PH. Conociendo su arista 40 mm.

En el hexaedro tenemos unos vértices que están situados en proyección ortogonal, sobre la diagonal que es perpendicular al PH, sobre las terceras partes de dicha diagonal, es decir los vértices se proyectaran sobre las diagonales de sus secciones principales respectivas, teniendo común todas estas secciones, la diagonal (D-A). Los vértices (B), (S) y (F) se proyectaran a un tercio de (D) y los vértices (G), (E) y (C) a un tercio de (A).

Estos mismos vértices formaran triángulos equiláteros de lados las diagonales de cara, siendo estos paralelos al PH. Así su proyección horizontal será un hexágono regular inscrito en una circunferencia definida por dos triángulos,(BSF) y (GEC), equiláteros opuestos por sus vértices.

En proyección vertical veríamos varias secciones como decíamos antes (ACDB) ,(GADF) y (SADE), todas tienen por común la diagonal (AD). Si dividimos esta diagonal en tres partes iguales y por ellas pasamos líneas paralelas a la LT, sobre ellas se asentaran las proyecciones verticales de los vértices de los triángulos que nombrábamos, que estas líneas serian las trazas de los planos que los contendrían.