Medidas y representaciones

F.E. Jarabo Friedrich
F.J. García Álvarez

Objetivos

- Fijar los conceptos en torno a la medida de magnitudes físicas: unidades, dimensiones y errores.
- Manejar datos experimentales en forma de representaciones gráficas, para mostrar visualmente la relación existente entre las variables que afectan a los fenómenos físicos.

Fundamento teórico

Unidades

Se entiende por **magnitud** toda propiedad o cualidad física que es susceptible de **medida** y que, por tanto, puede ser expresada cuantitativamente. Para poder operar con las magnitudes resulta imprescindible disponer de los medios para poder identificarlas, relacionarlas entre sí y determinar su valor numérico. Se considera así una **unidad** como el valor obtenido al fijar arbitrariamente la cantidad de una magnitud y que va a ser utilizada como referencia para medir su valor por comparación.

Se define un **sistema de magnitudes** como el conjunto de magnitudes **fundamentales** (elegidas arbitrariamente) y **derivadas** (obtenidas a partir de las fundamentales mediante funciones de ellas llamadas **ecuaciones de definición**) con las cuáles se pueden definir todas las variables y propiedades que intervienen en los distintos fenómenos. El **sistema de unidades** será entonces un conjunto reducido de unidades, elegidas arbitrariamente, que permite medir todas las magnitudes.

Debido a esta elección arbitraria, habitualmente se han venido considerando diversos sistemas de magnitudes (absolutos, técnicos, ingenieriles) y de unidades (métrico, inglés), por lo que se ha intentado su unificación. En tal sentido la XI Conferencia General de Pesas y Medidas (París, 1960) adoptó un sistema de magnitudes y unidades, el **Sistema internacional de Unidades**, **S.I.**, que ha sido declarado de uso legal en España (Ley 3/1987, de 18 de marzo, de Metrología, que determina como unidades legales de medida las del S.I., quedando éstas establecidas en el R.D. 1317/1987, de 17 de octubre, modificado por el R.D. 1737/1997, de 20 de noviembre). Sus magnitudes y unidades **fundamentales básicas y suplementarias**, sus magnitudes y unidades **derivadas**, los **múltiplos y submúltiplos** y los **nombres especiales** de algunas unidades, múltiplos o submúltiplos, se recogen en las tablas correspondientes.

Recibe el nombre de **factor de conversión** el número de unidades de una magnitud de un sistema de unidades contenidas en una unidad de la misma magnitud de otro sistema. Los factores de conversión de las magnitudes fundamentales de los distintos sistemas de unidades son siempre experimentales.

> Para las tres magnitudes fundamentales longitud, masa y temperatura:
>
> 1 ft ≡ 0,3048 m
>
> 1 lb ≡ 0,4536 kg
>
> 1 ºR ≡ 0,5556 K

Los factores de conversión de las unidades de las magnitudes derivadas de los distintos sistemas de unidades se calculan a partir de los factores de conversión de las unidades de las magnitudes fundamentales, si bien en la bibliografía se suelen encontrar ya calculados prácticamente todos los factores de conversión de las magnitudes deseadas, que se recogen el la tabla correspondiente.

$$1\ \frac{kg}{m\ s} = (1)\left[\frac{kg}{m\ s}\right]\cdot\left(\frac{1}{0{,}4536}\right)\left[\frac{lb}{kg}\right]\cdot\left(\frac{0{,}3048}{1}\right)\left[\frac{m}{ft}\right] =$$

$$= (1)\left(\frac{1}{0{,}4536}\right)\left(\frac{0{,}3048}{1}\right)\left[\frac{lb}{ft\ s}\right] =$$

$$= 0{,}6720\ \frac{lb}{ft\ s}$$

Dimensiones

Se denomina **dimensión** a la característica de una magnitud física expresada en términos de sus unidades fundamentales, de forma simbólica (M, L, t, T).

> La energía, cuya unidad en el S.I. es el julio (J), tiene como dimensiones: ML^2t^{-2}

Las ecuaciones deducidas a partir de las leyes físicas son siempre homogéneas desde el punto de vista dimensional, es decir, todos sus términos tienen las mismas dimensiones y las constantes numéricas que en ellas puedan figurar son adimensionales. Una ecuación de esta índole puede aplicarse con cualquier sistema de unidades, es decir, con unidades coherentes, las mismas siempre para cada magnitud fundamental. Se comprende que si en una ecuación de este tipo se dividen todos sus términos por uno de ellos, se transformarán en relaciones adimensionales.

> Si la ecuación del movimiento de una partícula:
>
> $$e = v_o\, t + \frac{1}{2}\, a\, t^2$$
>
> se divide por el espacio recorrido, **e**:
>
> $$1 = \frac{v_o\, t}{e} + \frac{1}{2}\, \frac{a\, t^2}{e}$$
>
> puede comprobarse que todos los términos son adimensionales, por lo que sus valores numéricos serán idénticos en cualquier sistema de unidades.

Así pues, una combinación de variables tal que sus dimensiones se anulan recibe el nombre de **relación, grupo, número** o **módulo adimensional** y su valor siempre es el mismo, no importa el sistema de unidades que se utilice, siempre que éstas sean coherentes.

Sin embargo, como resultado de la experimentación puede llegarse a ecuaciones empíricas aparentemente no dimensionalmente homogéneas, pero de gran valor práctico o comodidad en ciertas condiciones. Evidentemente este tipo de ecuaciones sólo serán validas si se utilizan con las unidades empleadas para obtenerlas, por lo que contendrán constantes numéricas que permitirán alcanzar la indispensable homogeneidad dimensional que debe tener una ecuación.

> En el estudio de la transmisión de calor por convección natural se ha deducido para el coeficiente individual de transmisión de calor, **h**, la siguiente ecuación:
>
> $$h = 0{,}50 \left(\frac{\Delta\ T}{D} \right)^{0{,}25}$$

viniendo expresado **h** en BTU/(h.ft^2.ºF), Δ**T** en ºF y **D** en pulgadas (in). Si se deseara utilizar esta ecuación con unidades del sistema internacional, habría que recalcular la constante para estas unidades:

$$0{,}5 \frac{BTU}{h\ ft^2\ ºF} \frac{in^{\ 0,25}}{ºF^{\ 0,25}} = 1{,}312 \ \frac{J}{s\ m^2\ K} \frac{m^{\ 0,25}}{K^{\ 0,25}}$$

por lo que, para el uso con unidades del S.I. la ecuación será ahora:

$$h = 1{,}312 \left(\frac{\Delta\ T}{D}\right)^{0,25}$$

Por todo ello adquiere importancia el planteamiento de las ecuaciones representativas de los fenómenos físicos mediante la utilización de módulos adimensionales; de este modo, la ecuación empírica que relaciones las variables entre sí podrá expresarse en función de dichos módulos, en lugar de hacerlo en función de cada variable por separado. Estos estudios se realizan mediante el denominado **análisis dimensional**, que no se abordará aquí.

Precisión

La **precisión** de un instrumento de medida es el valor de la división más pequeña de su escala de medida; el **rango** de medida es el intervalo de valores comprendido entre los valores máximo y mínimo medibles con el instrumento.

En la realización de una medida se debe expresar el resultado con el número de cifran que permita la precisión del instrumento, siendo la última de ellas incierta, por verse afectada del error propio de la precisión del instrumento. Así pues, se denominan **cifras significativas** de una medida a aquellas que expresan correctamente el resultado de dicha medida. Cabe indicar que el cero sólo es significativo si se encuentra a la derecha del valor y que el resultado de una operación tendrá el número de cifras significativas que tenga el operando de menos cifras significativas.

Obsérvense las cifras significativas (entre paréntesis) de las siguientes medidas:

328 mm (**3**)

24,90 g (**4**)

102,6 ml (**4**)

2,1820 cp (**5**)

13,0 ºC (**3**)

0,025 Pa (**2**)

0,0001 in (**1**)

Obsérvense las cifras significativas (entre paréntesis) de las siguientes operaciones:

Sumar 3,2 m con 4, 72 m:

3,2 + 4,72 = 7 ,92 m . 7,9 m (**2**)

Dividir 13,26 g entre 2,3 cm^3:

13,26 / 2,3 = 5,765217391 g/cm^3 –> 5,8 g/cm^3 (**2**)

Calcular el perímetro de un cuadrado de 12,4 cm de lado:

12,4 . 4 = 49,6 m (**3**)

Longitud de una circunferencia de 2,36 m de radio:

L = 2.π.r = 2.(3,141).(2,36) = 14,82552 –> 14,83 m (**4**)

Errores

En cualquier determinación experimental generalmente existen tres fuentes de error:

- **Errores de precisión**: Se deben a defectos sistemáticos del instrumento o del observador (defectos en el capilar de un termómetro; detección equivocada de un viraje de color) y desaparecen cuando se suprime su causa.
- **Errores de método**: Se deben a hipótesis no suficientemente justificadas (comportamiento adiabático; mezcla completa) y desaparecen cuando se corrigen las hipótesis.
- **Errores de medida**: Se deben a las limitaciones inevitables en el manejo de los instrumentos de medida; estos errores son incontrolables e indeterminados, por lo que provocan variaciones aleatorias en los valores de los datos.

La cuantificación de los errores se lleva a cabo mediante dos conceptos:

- **Error absoluto** (E_a): Diferencia (en valor absoluto) entre el valor real (V_r) y el valor medido (V_m), que se expresa en las mismas unidades que éstos:

$$E_a = | V_r - V_m |$$

Cuando se desconoce el valor real de una medida suele utilizarse co tal la media aritmética de una medida múltiple. En ocasiones del error absoluto coincide con la precisión del instrumento de medida (división más pequeña de su escala).

- **Error relativo** (E_r): Cociente entre el error absoluto y el valor real, que se expresa mediante un número adimensional o bien en tanto por ciento, si el valor obtenido se multiplica por cien:

$$E_r = \frac{E_a}{V_R} \qquad E_r\,(\%) = \frac{E_a}{V_R} \cdot 100$$

Si se mide un tubo de 10,3 cm con una regla de 40 cm, cuya precisión es de 1 mm (división más pequeña), se tendrá:

$$E_a = 1\ mm$$

$$E_r\,(\%) = \frac{1}{103} \cdot 100 = 0{,}97\ \%$$

Representaciones gráficas

Las representaciones gráficas son particularmente útiles para mostrar visualmente la relación existente entre las variables que afectan a los fenómenos físicos. Aunque son muy variadas, las más habituales se llevan a cabo en coordenadas rectangulares: lineales y logarítmicas. La elección del tipo de representación más conveniente depende de la naturaleza de la función que se desea representar o de la naturaleza de los datos experimentales obtenidos.

Las **escalas lineales** se caracterizan porque en ellas las distancias son proporcionales a los números que representan. Las **escalas logarítmicas** son aquéllas en que las distancias son proporcionales a los logaritmos de los números que representan. En las distintas divisiones de estas escalas se indican los números y no sus logaritmos, como realmente procedería. Entre dos divisiones que se diferencien en un factor de 10 existe igual distancia; este intervalo se conoce como **ciclo** y su longitud es el **módulo** de la escala.

En este tipo de representaciones se tiende siempre a obtener una línea recta por su más fácil trazado y por la rapidez con que en ellas puede llevarse a cabo las interpolaciones o extrapolaciones. Por ello, según la naturaleza de la función a representar, puede convenir que una o las dos escalas de los ejes coordenados sean lineales o logarítmicas.

- **Coordenadas lineales**: Si la función es lineal:

  $$y = mx + a$$

  bastará representar la variable dependiente **y** en ordenadas de escala lineal frente ala variable independiente **x** en abscisas de escala lineal, para obtener la recta deseada, de pendiente **m** y ordenada en el origen **a**.

  El papel comercial, con sus dos coordenadas lineales, se denomina **cuadriculado**.

- **Coordenadas logarítmicas**: Si la función es potencial:

  $$y = ax^m$$

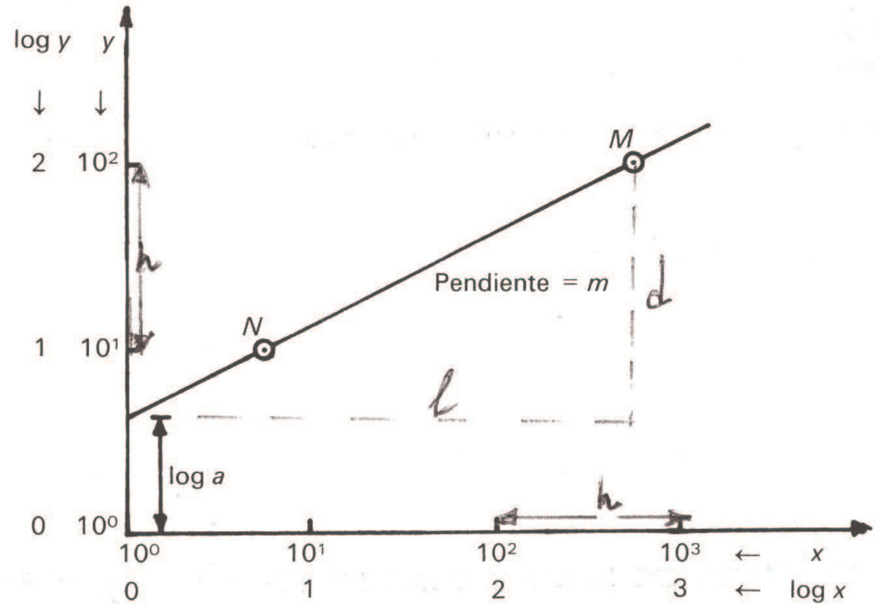
  representando **y** frente a **x** en coordenadas lineales, resultaría una hipérbola o una parábola, según el valor de **m.** Tomando logaritmos a los dos miembros de esta ecuación:

  $$\log y = \log a + m \log x$$

  bastará representar **log y** frente a **log x**, o, lo que es lo mismo, **y** frente a **x** en coordenadas rectangulares con sus dos escalas logarítmicas, para obtener una recta de pendiente **m** y ordenada en el origen **log a**, la que corresponde a **log x = 0**, es decir, a **x = 1**. La pendiente **m** puede medirse gráficamente o calcularse a partir de dos puntos de la recta obtenida:

  $$m = \frac{\log y_M - \log y_N}{\log x_M - \log x_N} = \frac{\frac{d}{h}}{\frac{l}{h}} = \frac{d}{l}$$

  El papel comercial, con sus dos coordenadas logarítmicas, se denomina **doble logarítmico**.



- **Coordenadas semilogarítmicas**: Si la función es exponencial:

$$y = a e^{mx}$$

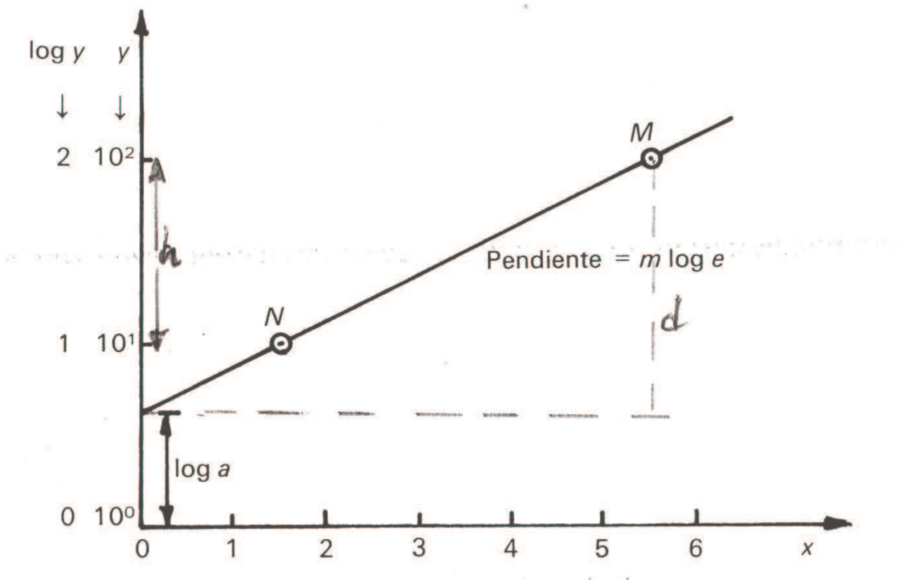
representando **y** frente a **x** en coordenadas lineales, resultaría una curva exponencial. Tomando logaritmos a los dos miembros de esta ecuación:

$$\log y = \log a + (m \log e)\, x$$

bastará representar **log y** frente a **x**, o, lo que es lo mismo, **y** frente a **x** en coordenadas rectangulares con su eje de ordenadas con escala logarítmica y su eje de abscisas con escala lineal, para obtener una recta de pendiente **(m log e)** y ordenada en el origen **log a**, la que corresponde a **log x = 0**, es decir, a **x = 1**. La pendiente **(m log e)** puede medirse gráficamente o calcularse a partir de dos puntos de la recta obtenida:

$$m \log e = \frac{\log y_M - \log y_N}{x_M - x_N} = \frac{\frac{d}{h}}{x_M - x_N}$$

El papel comercial, con una de sus coordenadas logarítmica y la otra lineal, se denomina **semilogarítmico**.



Bibliografía

- Costa, E. y otros; “Ingeniería Química I. Conceptos generales”, Ed. Alhambra, Madrid (1983).
- Costa, J. y otros; “Curso de Química Técnica”, Ed. Reverté, Barcelona (1988)
- Díaz, F. y otros; “Temas Complementarios de Operaciones Básicas en Ingeniería Química”, Dirección General de Universidades e Investigación, Gobierno de Canarias, Santa Cruz de Tenerife (1997).

Dr. F. Jarabo

Dr. F.J. García