Universidad de La Laguna

OPEN EDUCATION CONSORTIUM
The Global Network for Open Education

Fundamentos matemáticos para la Ingeniería

Grado en Arquitectura Técnica

Formulario general

José Barrios García

[Departamento de Análisis Matemático](#)

[Universidad de La Laguna](#)

jbarrios@ull.es

Índice

Formulario

Trigonometría

Teorema fundamental

$\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$ $\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$ $1 + \cot^2 x = \csc^2 x$

Suma de ángulos

$\operatorname{sen}(x+y) = \operatorname{sen} x \cos y + \cos x \operatorname{sen} y$

$\operatorname{sen}(x-y) = \operatorname{sen} x \cos y - \cos x \operatorname{sen} y$

$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \operatorname{sen} x \operatorname{sen} y$

$\cos(x-y) = \cos x \cos y + \operatorname{sen} x \operatorname{sen} y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$

$\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$

Ángulo doble

$\operatorname{sen} 2x = 2 \operatorname{sen} x \cos x$

$\cos 2x = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x$

$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$

Ángulo mitad

$\operatorname{sen}^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$

$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$

$\tan^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}$

Transformación de productos

$\operatorname{sen} x \operatorname{sen} y = \frac{1}{2}[\cos(x-y) - \cos(x+y)]$

$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x-y) + \cos(x+y)]$

$\operatorname{sen} x \cos y = \frac{1}{2}[\operatorname{sen}(x+y) + \operatorname{sen}(x-y)]$

$\cos x \operatorname{sen} y = \frac{1}{2}[\operatorname{sen}(x+y) - \operatorname{sen}(x-y)]$

Transformación de sumas

$\operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = 2 \operatorname{sen} \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

$\operatorname{sen} x - \operatorname{sen} y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \operatorname{sen} \frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

$\cos x - \cos y = 2 \operatorname{sen} \frac{x+y}{2} \operatorname{sen} \frac{x-y}{2}$

Ángulos notables

Grados	0	30	45	60	90	120	135	150	180
Radianes	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$3\pi/4$	$5\pi/6$	π
Sen	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0
Cos	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0	$-1/2$	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{3}/2$	-1
Tan	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	$\pm\infty$	$-\sqrt{3}$	1	$-\sqrt{3}/3$	0

Combinatoria

$n! = n(n-1)(n-2)\cdots 3\cdot 2\cdot 1.$

$V_n^m = \dfrac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1).$

$C_n^m \overset{\text{not.}}{=} \dbinom{n}{m} = \dfrac{V_n^m}{m!} = \dfrac{n!}{m!\,(n-m)!} = \dfrac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m(m-1)(m-2)\cdots 3\cdot 2\cdot 1}.$

Nota. $0! = 1.$

Potencias

$a^0 = 1$	$a^1 = a$	$a^n = a\cdot a \cdots^{(n}\cdot a$	$(a^n)^m = a^{nm}$
$(ab)^n = a^n b^n$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$a^n\cdot a^m = a^{n+m}$	$(a\pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$a^{-n} = 1/a^n$	$a^{n/m} = \sqrt[m]{a^n}$	$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

Binomio de Newton

$(a+b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1}\, b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2}\, b^2 + \cdots + \binom{n}{n-1} a^1\, b^{n-1} + \binom{n}{n} a^0\, b^n.$

Donde los coeficientes $\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \ldots, \binom{n}{n}$ vienen dados por la n-ésima fila del triángulo de los coeficientes binomiales.

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & & 1 & & & & & \\
 & & & & 1 & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 2 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & \\
 & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & \\
\ldots & & \ldots & & \ldots & & \ldots & & \ldots & & \ldots
\end{array}
$$

Ejemplos

$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4.$

$(a-b)^4 = a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4.$

Nota. $(a-b)^n = (a+(-b))^n$

Número e

$e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n = 1 + 1 + \dfrac{1}{2!} + \dfrac{1}{3!} + \dfrac{1}{4!} + \cdots = 2.71828182\ldots$

$e^x = \lim_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{x}{n}\right)^n = 1 + x + \dfrac{x^2}{2!} + \dfrac{x^3}{3!} + \dfrac{x^4}{4!} + \cdots$

Logaritmos

Logaritmo en base a	Logaritmo decimal	Logaritmo neperiano	Cambio de base
$\log_a x = y \overset{\text{def.}}{\Leftrightarrow} a^y = x$	$\log_{10} x \overset{\text{not.}}{\equiv} \log x$	$\log_e x \overset{\text{not.}}{\equiv} \ln x$	$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$

Propiedades

$\ln 1 = 0$	$\ln(e^x) = x$	$\ln(xy) = \ln x + \ln y$	$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln x - \ln y$
$\ln e = 1$	$e^{\ln x} = x$	$\ln(x^n) = n \ln x$	$\ln \sqrt[n]{x} = \frac{\ln x}{n}$

Potencias arbitrarias

Los logaritmos permiten calcular (y definir) potencias arbitrarias de la siguiente manera

$$a^b = \left(e^{\ln a}\right)^b = e^{b \ln a}$$

De forma que

$$a^x = \left(e^{\ln a}\right)^x = e^{x \ln a}$$

$$x^\pi = \left(e^{\ln x}\right)^\pi = e^{\pi \ln x}$$

$$x^x = \left(e^{\ln x}\right)^x = e^{x \ln x}$$

Derivadas

$x^n \to n\, x^{n-1}$	$\sqrt{x} \to \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\operatorname{sen} x \to \cos x$	$\operatorname{asen} x \to \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$e^x \to e^x$	$a^x \to a^x \ln a$	$\cos x \to -\operatorname{sen} x$	$\operatorname{acos} x \to \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\ln x \to \frac{1}{x}$	$\log_a x \to \frac{1}{x \ln a}$	$\tan x \to \sec^2 x$	$\operatorname{atan} x \to \frac{1}{1+x^2}$

Propiedades

$(u \pm v)' = u' \pm v'$	$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$	$(u/v)' = \dfrac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
$(u \circ v)' = u'(v) \cdot v'$	$(u^{-1})' = 1/u'$	

Ejemplos

$f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 2x - 1 \to f'(x) = 6x^2 - 10x + 2.$

$f(x) = x \ln x \to f'(x) = 1 \cdot \ln x + x \cdot (1/x) = 1 + \ln x.$

$f(x) = \operatorname{sen}^2(x) \to f'(x) = 2 \operatorname{sen}(x) \cos(x) = \operatorname{sen}(2x).$

$f(x) = x^x = e^{x \ln x} \to f'(x) = (1 + \ln x)\, e^{x \ln x}.$