# Índice

- *Conversión analógica a digital*
- *Señales básicas de tiempo discreto*
- *Relación Exponencial Discreta con sinusoides*
- *Relación Exponencial discreta con sinusoides*
- *Propiedades exponenciales complejas continuas y discretas*

# Conversión Analógica a Digital

- *Normalmente las señales digitales se formar* *muestreando* *una señal analógica (continua en tiempo y amplitud) en intervalos regulares de tiempo y entonces*
- *cuantizando* *las amplitudes a valores discretos*
- *El tiempo entre muestras se denota como T (Periodo de muestreo)*

# Teorema del muestreo

- *Una señal de sonido muestreada puede reproducir exactamente cualquier sonido cuya frecuencia sea menor que la mitad de la frecuencia de muestreo.*
- *Por tanto, para no tener problemas con nuestra señal es necesario elegir una frecuencia de muestreo al menos el doble de la frecuencia más alta presente en nuestra señal.*

# Teorema del muestreo

- *En caso de que nuestra señal tuviera frecuencias muy altas, es necesario filtrarla para eliminar todas aquellas frecuencias que puedan originar problemas.*
- *En caso de que tengamos una señal que no cumpla con el teorema, da lugar al aliasing.*

# Teorema del muestreo

- *Para que una onda sinusoidal quede bien descrita necesitamos al menos un punto cerca del máximo y otro cerca del minimo en cada periodo.*
- *Si tenemos menos de un punto por periodo no podremos recomponer exactamente la señal original.*

# Teorema del muestreo

- *Un compact disc de Audio almacena 44100 muestras de sonido cada segundo.*
- *Para transmisión telefónica basta con 8000 muestras por segundo.*

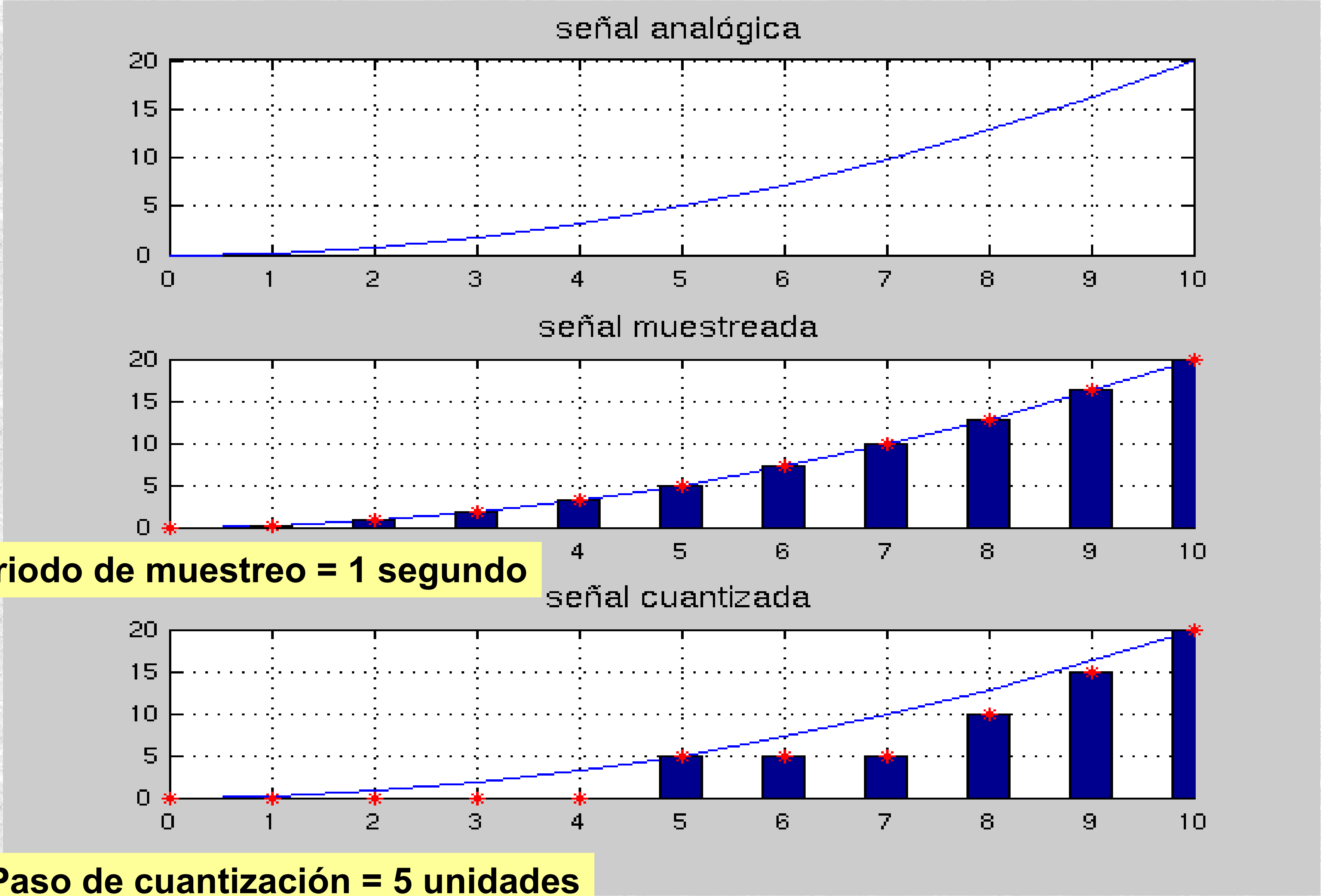
# Teorema del muestreo

- El primer requisito que debe satisfacer el muestreo de una señal es que **sea posible reconstruir de forma unívoca la señal analógica a partir de la señal digital obtenida**.
- La característica fundamental de un muestreo se conoce como frecuencia de muestreo, es decir el número de muestras que se utilizan para representar un segundo de la señal.

# Teorema del muestreo

- El primer requisito que debe satisfacer el muestreo de una señal es que **sea posible reconstruir de forma unívoca la señal analógica a partir de la señal digital obtenida**.
- La característica fundamental de un muestreo se conoce como frecuencia de muestreo, es decir el número de muestras que se utilizan para representar un segundo de la señal.

# Conversión Analógica a Digital




**Periodo de muestreo = 1 segundo**

**Paso de cuantización = 5 unidades**

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| t | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| ym | 0 | 0.20 | 0.80 | 1,8 | 3,2 | 5 | 7,2 | 9,8 | 12,8 | 16,2 | 20 |
| yc | 0 | 0.0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 5 | 5 | 10 | 15 | 20 |

- *La señal muestreada está en formato PAM, cuando la cuantizamos la convertimos en PCM.*

# Modulación por pulsos

- *La modulación por pulsos consiste en utilizar muestras discretas de la señal a transmitir y codificarlas variando un parámetro de una onda de pulsos, ya sea el ancho, la posición o la amplitud.*
- *Los cuatro métodos de modulación de pulsos más utilizados son los siguientes:*

# Modulación por pulsos

- *PWM : Modulación de duración del pulso (pulse width). El ancho del pulso es proporcional a la amplitud de la señal analógica.*
- *PPM : Pulse position modulation. La posición de un pulso de ancho constante varía dentro de una ranura (slot) de tiempo constante.*

# Modulación por pulsos

- *PAM : Pulse amplitude modulation. La amplitud de un pulso de posición y ancho constante varía proporcionalmente a la amplitud de la señal analógica.*
- *PCM : Pulse code modulation. La señal analógica se muestrea y se fija la posición y duración de los pulsos. Se codifica como un número binario. El número binario varía de acuerdo a la amplitud de la señal analógica.*

# Cuantización o Cuantificación

- *Lineal:*
  - *Se divide el rango de amplitud de la señal en un número discreto de niveles, de tal manera que el valor de la señal analógica se aproxima al más cercano.*
  - *Dado que al final codificaremos en binario, el número de niveles debe ser una potencia de 2.*

# Cuantización o Cuantificación

- *Mientras no llegue el siguiente intervalo de muestreo, el valor anterior se mantiene constante, por lo que existirá un error entre la señal analógica y la codificada. Este error impedirá una reconstrucción perfecta de la señal analógica, incluso aunque no haya ruido.*

# Codificación

- *La señal cuantificada se puede utilizar para transmitir cada señal como un pulso discreto. Sin embargo, si existe un número muy grande de niveles de amplitud se vuelve muy difícil la detección del nivel exacto.*
- *Por otro lado, es relativamente fácil distinguir entre dos pulsos o entre pulso y ausencia de pulso.*

# Codificación

- *Supongamos que cada nivel de amplitud discreta se representa por un grupo de pulsos y cada pulso sólo puede tomar uno de dos posibles valores.*
- *Esto es lo que se denomina codificación.*
- *La codificación mejora la inmunidad de la señal frente al ruido cuando se transmite*

# Codificación: Ventajas

- *Si se pierde algún pulso, sólo se pierde una pequeña parte de información.*
- *Puesto que sólo hay que distinguir entre dos niveles, se pueden admitir ruidos grandes sin que estropeen la señal.*
- *Esto es fundamental en la transmisión de señales.*

# Utilidad de los conceptos anteriores

- *El proceso anterior se comprende mejor si tenemos en cuenta que queremos transmitir o almacenar nuestra señal digital.*
  - *¿Cómo se escribe una señal de audio en un CD?*
  - *¿Cómo se transmite una señal de audio digital por internet?*
- *Es necesario tener en cuenta los procesos anteriores y algunos más para comprimir la señal y que ocupe lo menos posible antes de transmitirla o guardarla.*

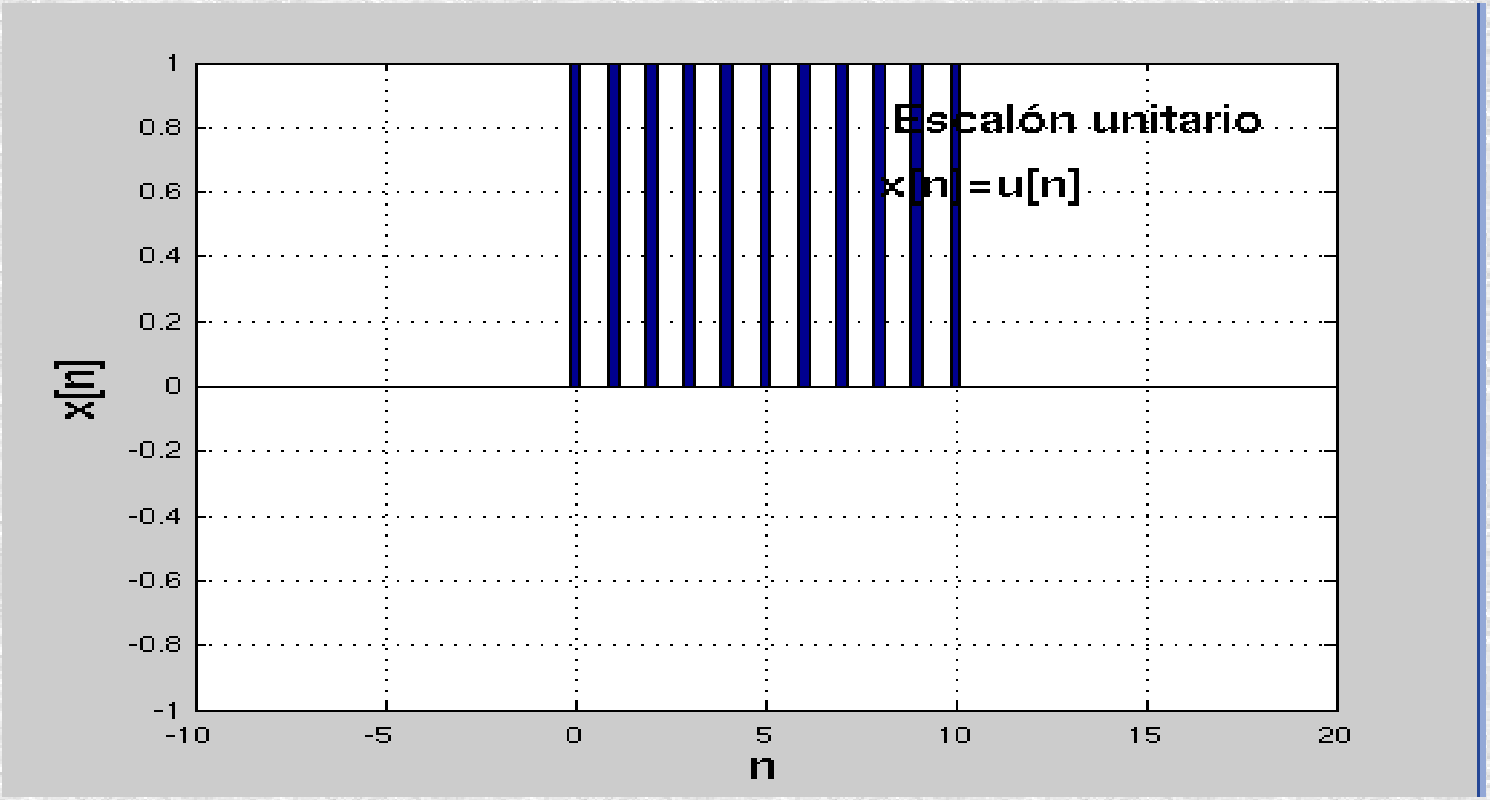
# Señales básicas de tiempo discreto

# Señales básicas de tiempo discreto

- El escalón unitario
- El impulso unitario
- Exponenciales complejas discretas y señales sinusoidales

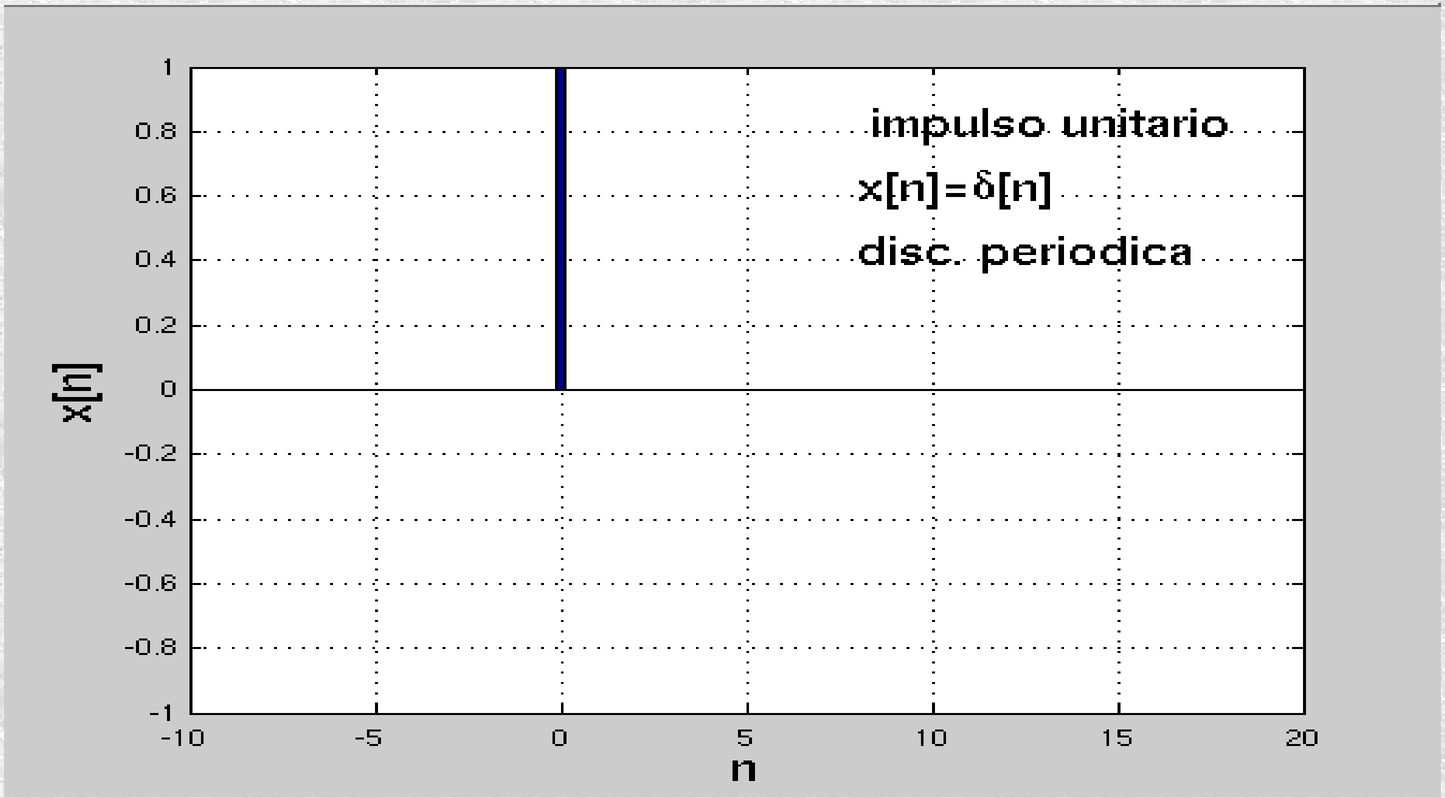
# Escalón Unitario

$$u[n] = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & n < 0 \\ 1 & n \geq 0 \end{array} \right\}$$



# Impulso Unitario

$$\delta[n] = \begin{cases} 0 & n \neq 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$



# Exponencial compleja discreta

- *La señal exponencial compleja discreta está definida por:*

$$x[n] = C\alpha^{n}$$

*donde C y $\alpha$ son números complejos en general.*

- *También se puede expresar alternativamente como:*

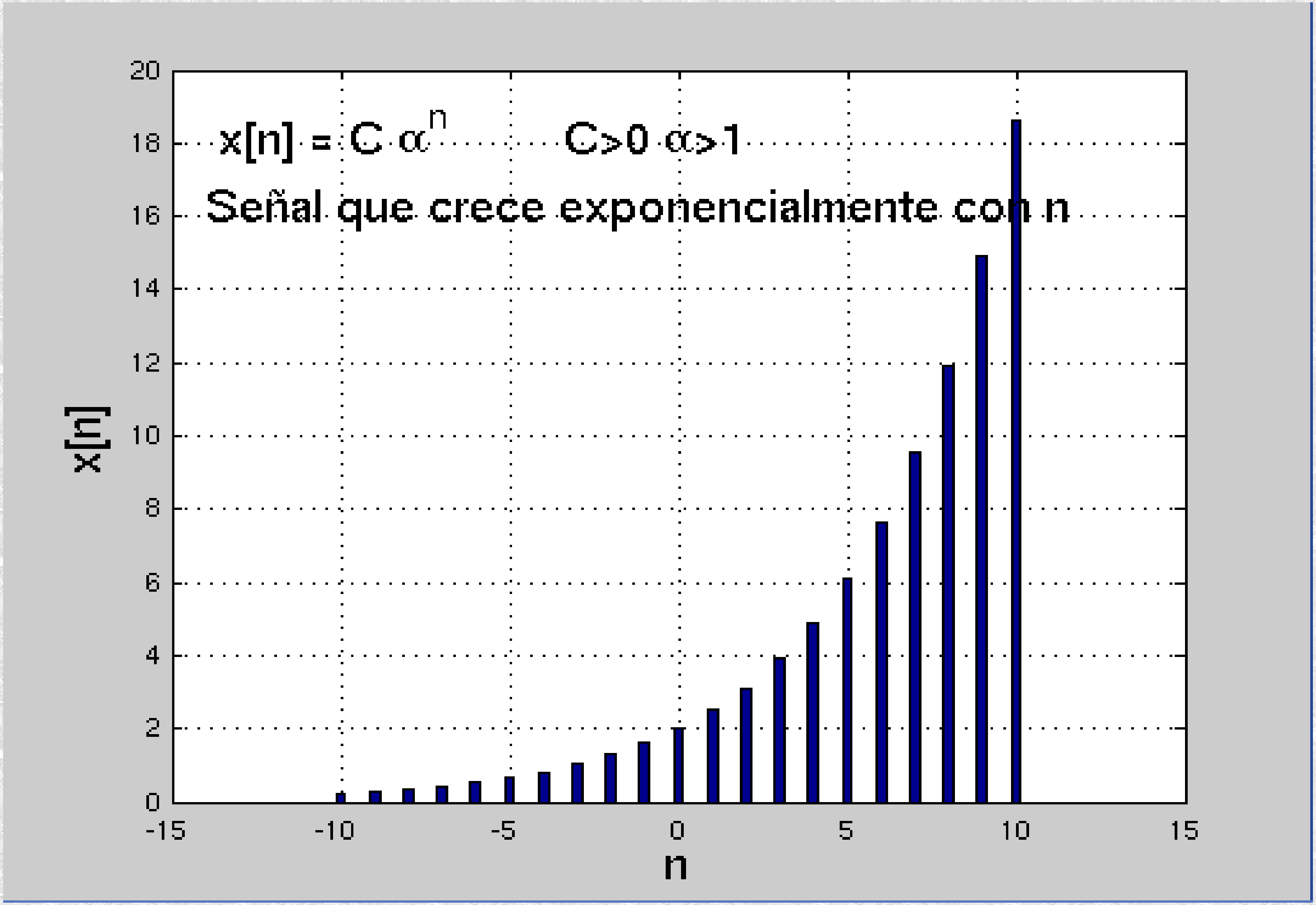
$$x[n] = Ce^{\beta}n$$

$$\alpha = e^{\beta}$$

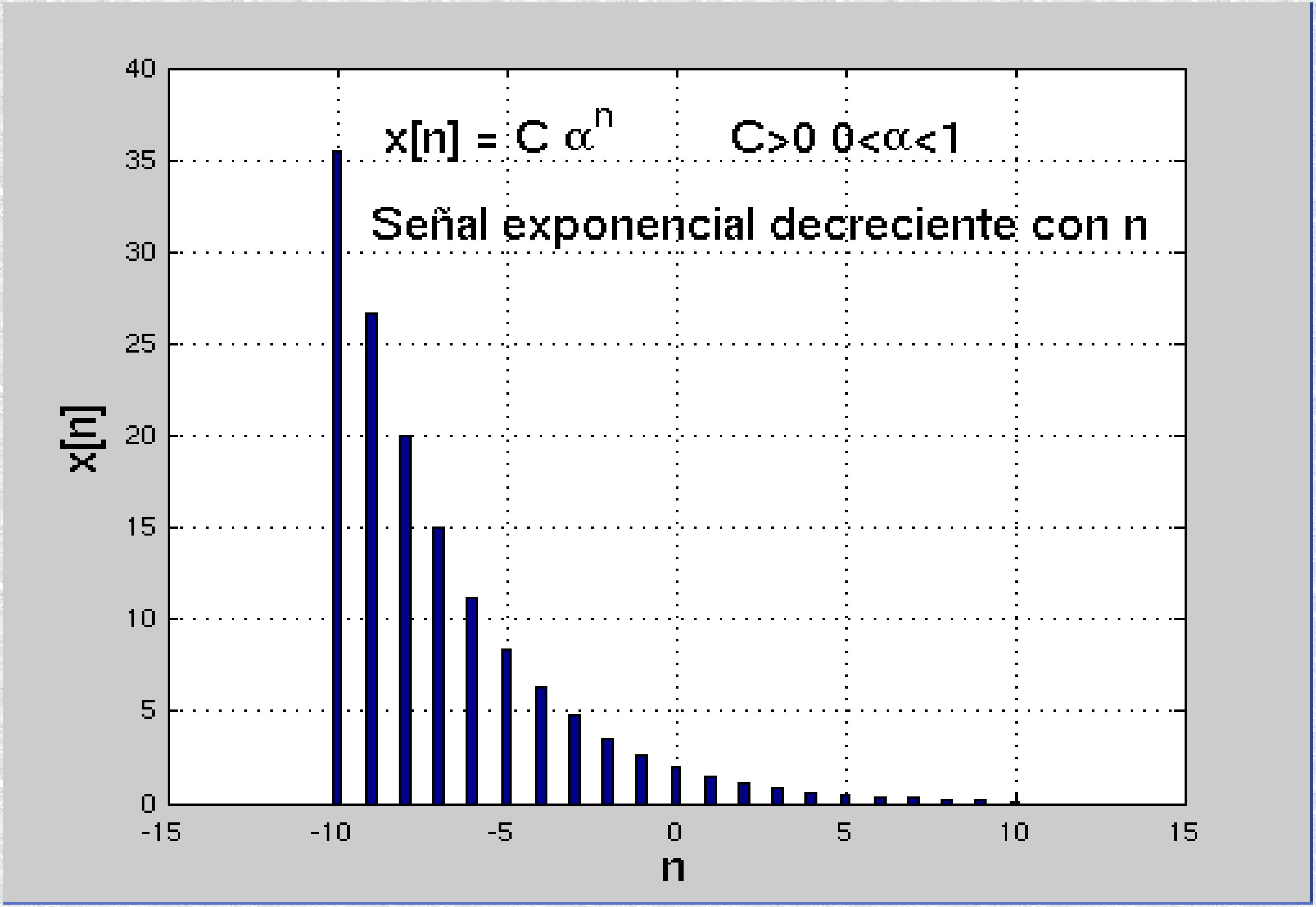
# Exponencial compleja discreta

- *Si C y $\alpha$ son reales, podemos tener uno de los siguientes comportamientos:*
  - *Si* $|\alpha|>1$ *la señal crece exponencialmente con n*
  - *Si* $|\alpha|<1$ *la señal decae exponencialmente con n alternando el signo.*
  - *Si* $|\alpha|=1$ *x es una constante*
  - *Si* $|\alpha|=-1$ *x alterna entre +C y -C*

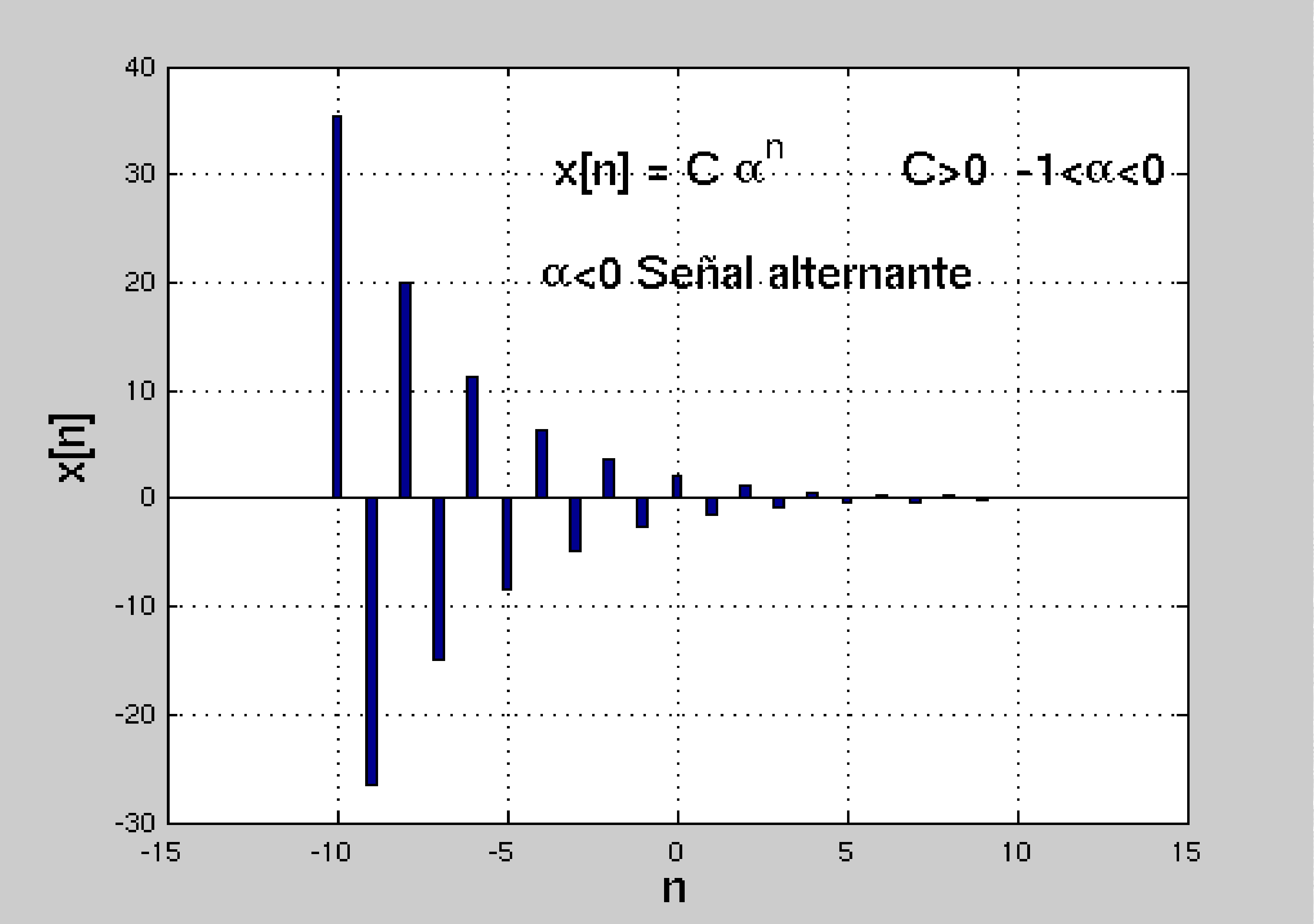
# Exponencial Creciente



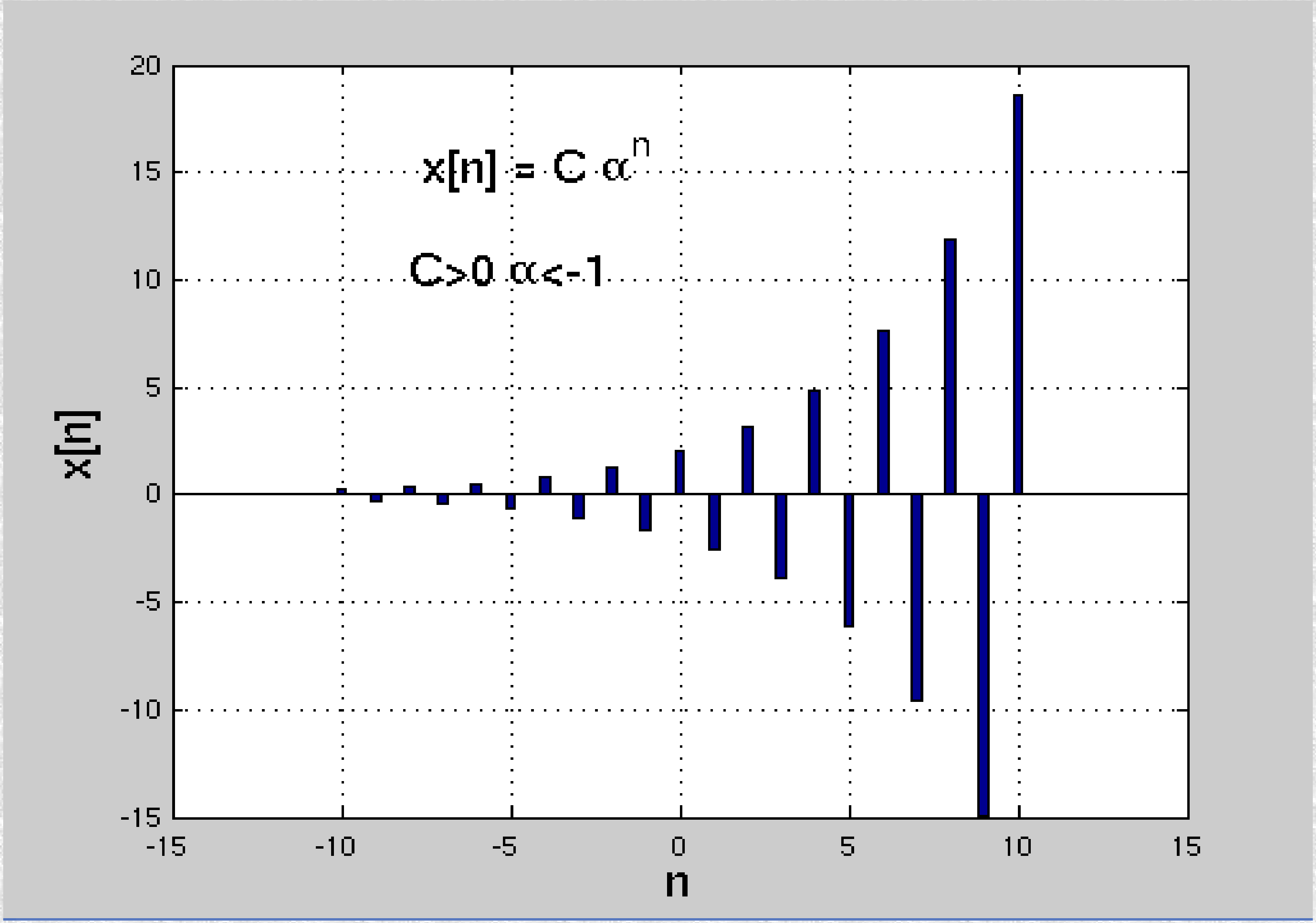
# Exponencial Decreciente



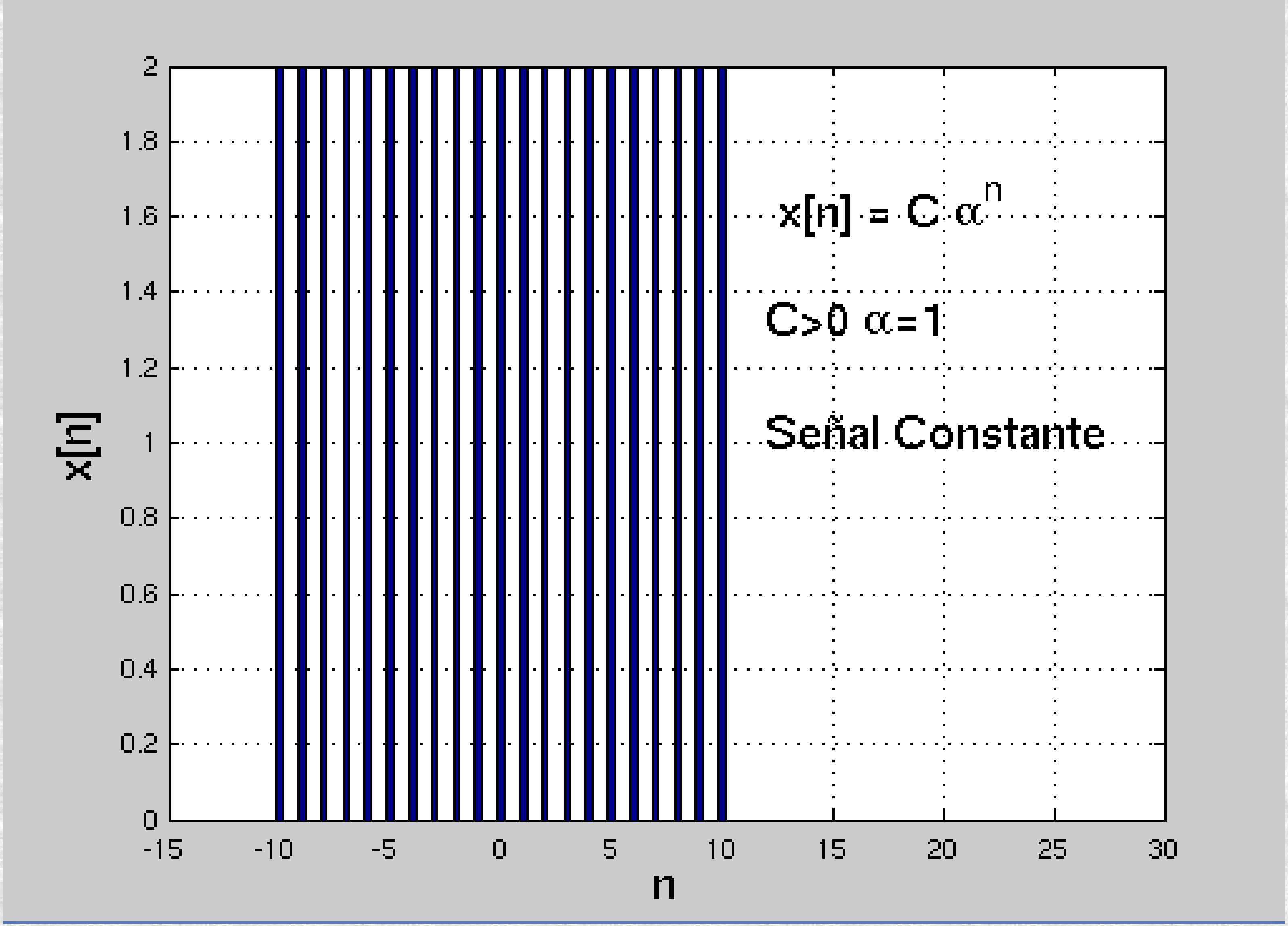
# Exponencial decreciente alternante



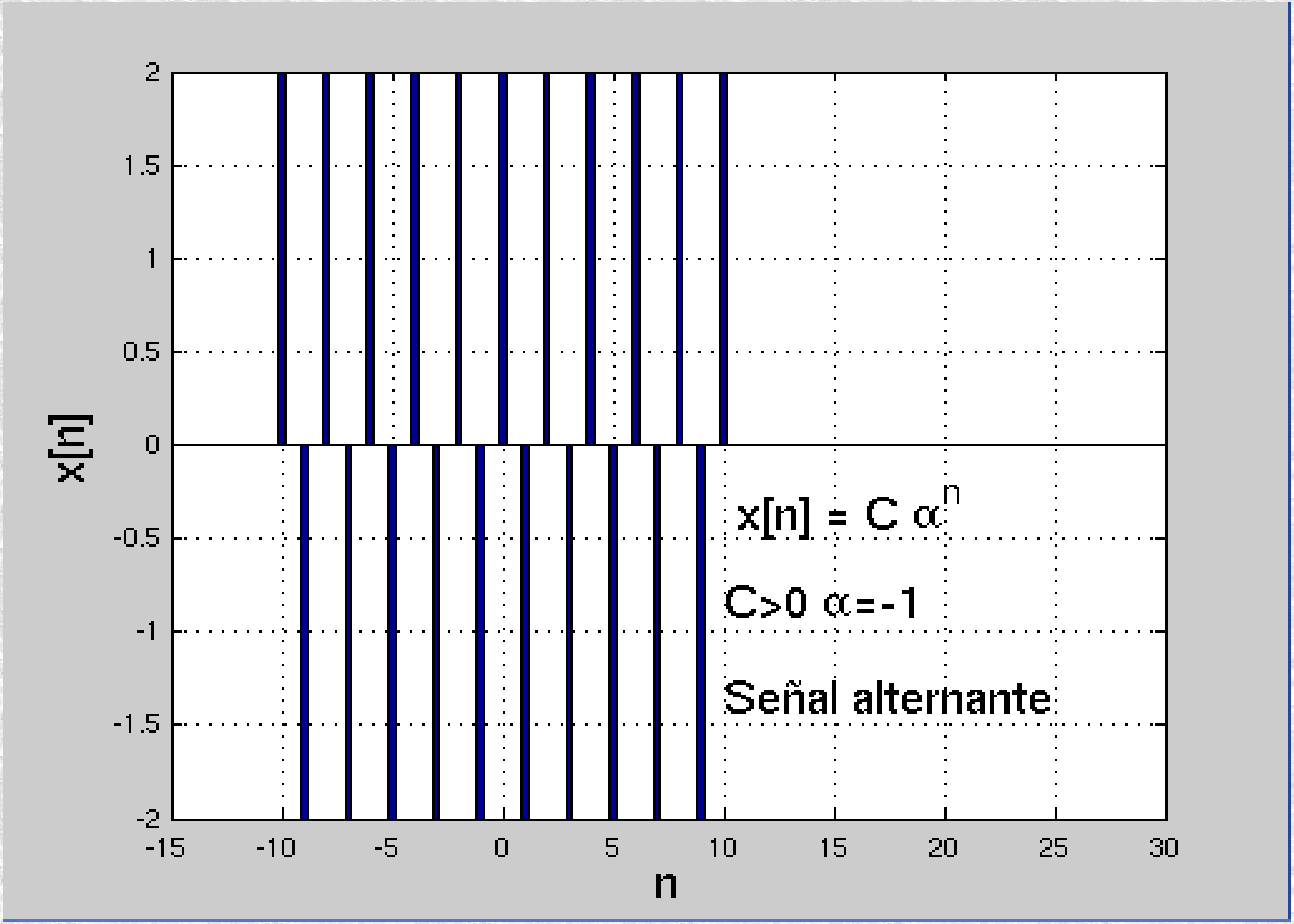
# Exponencial creciente alternante



# Caso particular: constante



# Caso particular: Alternante ±C



# Relación Exponencial Discreta con Sinusoides

# Relación con Sinusoides

- *Consideremos la exponencial discreta en la forma:*

$$x[n] = Ce^{\beta}n$$

$$\alpha = e^{\beta}$$

*Especificamente consideremos:*

$$x[n] = e^{(j\Omega_0 n + \phi)}$$

# Relación con Sinusoides

- *Su parte real resulta ser:*

$$x[n] = \cos(j\Omega_0 n + \phi)$$

- *y su parte imaginaria:*

$$y[n] = j * \sin(j\Omega_0 n + \phi)$$

# Relación con Sinusoides

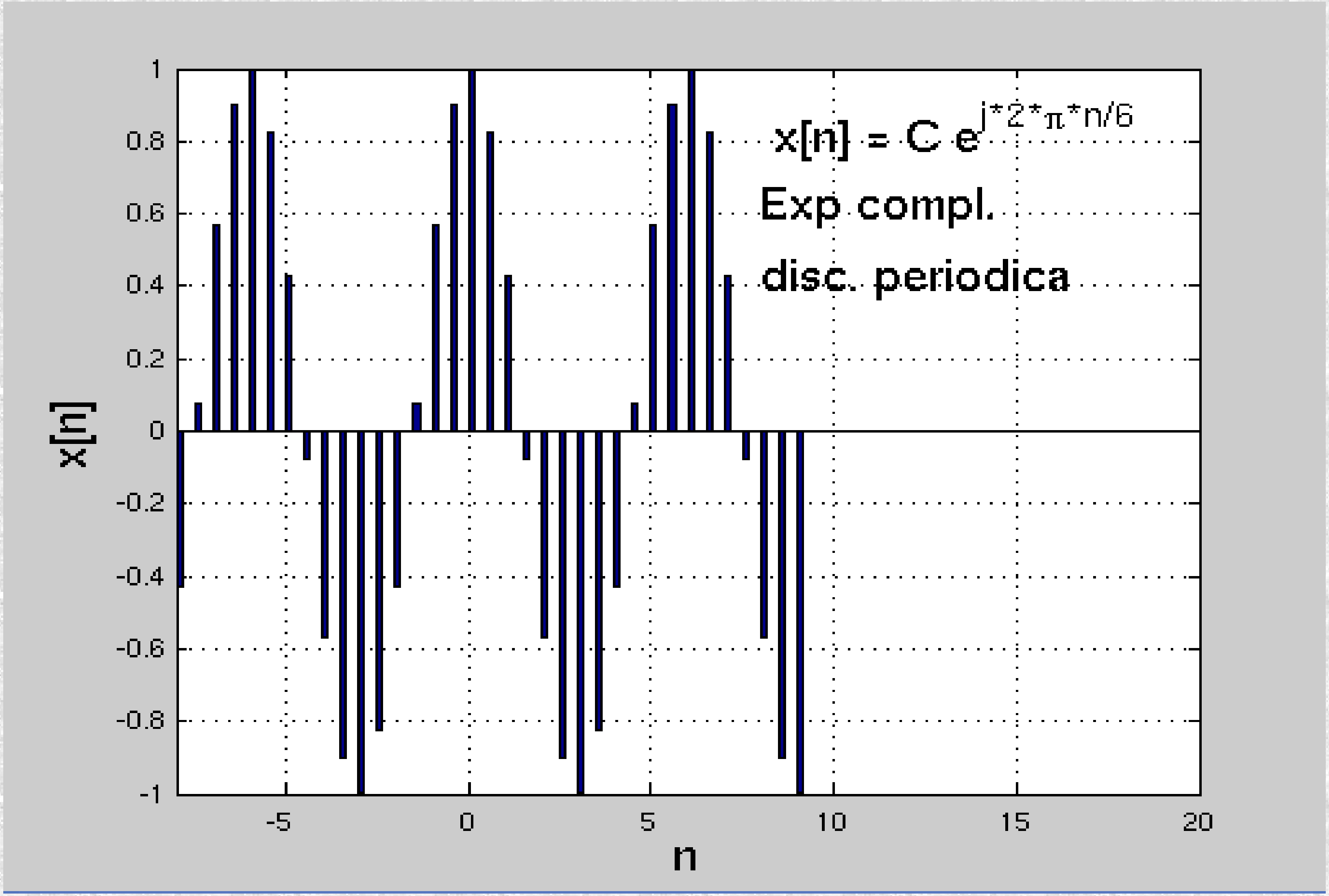
- Por otro lado, el coseno se puede escribir como:

$$A\cos(j\Omega_0 n+\phi)=\frac{A}{2}e^{(j\Omega_0 n+\phi)}+\frac{A}{2}e^{-(j\Omega_0 n+\phi)}$$

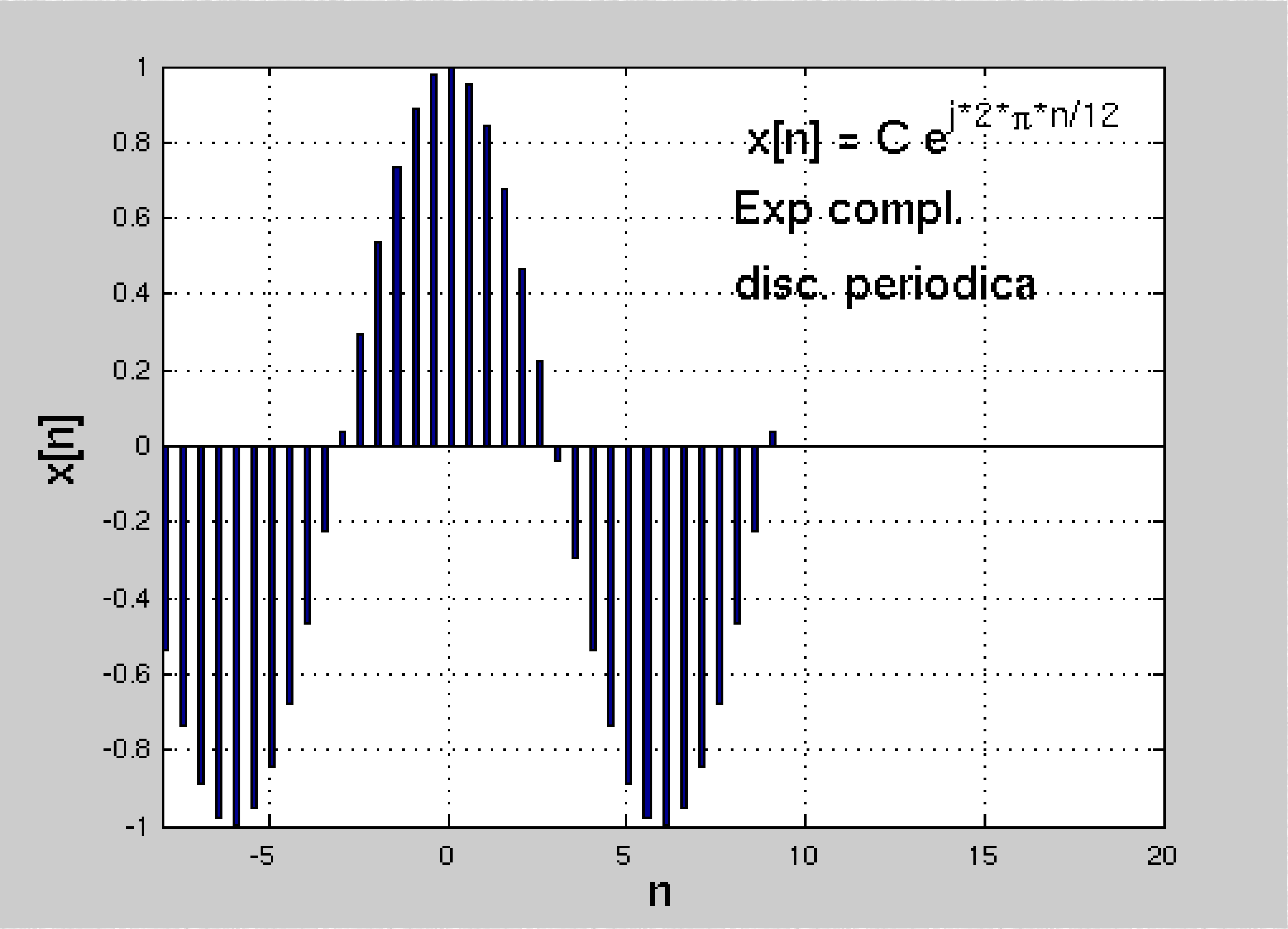
- y el seno como:

$$A\sin(j\Omega_0 n+\phi)=\frac{A}{2j}e^{(j\Omega_0 n+\phi)}-\frac{A}{2j}e^{-(j\Omega_0 n+\phi)}$$

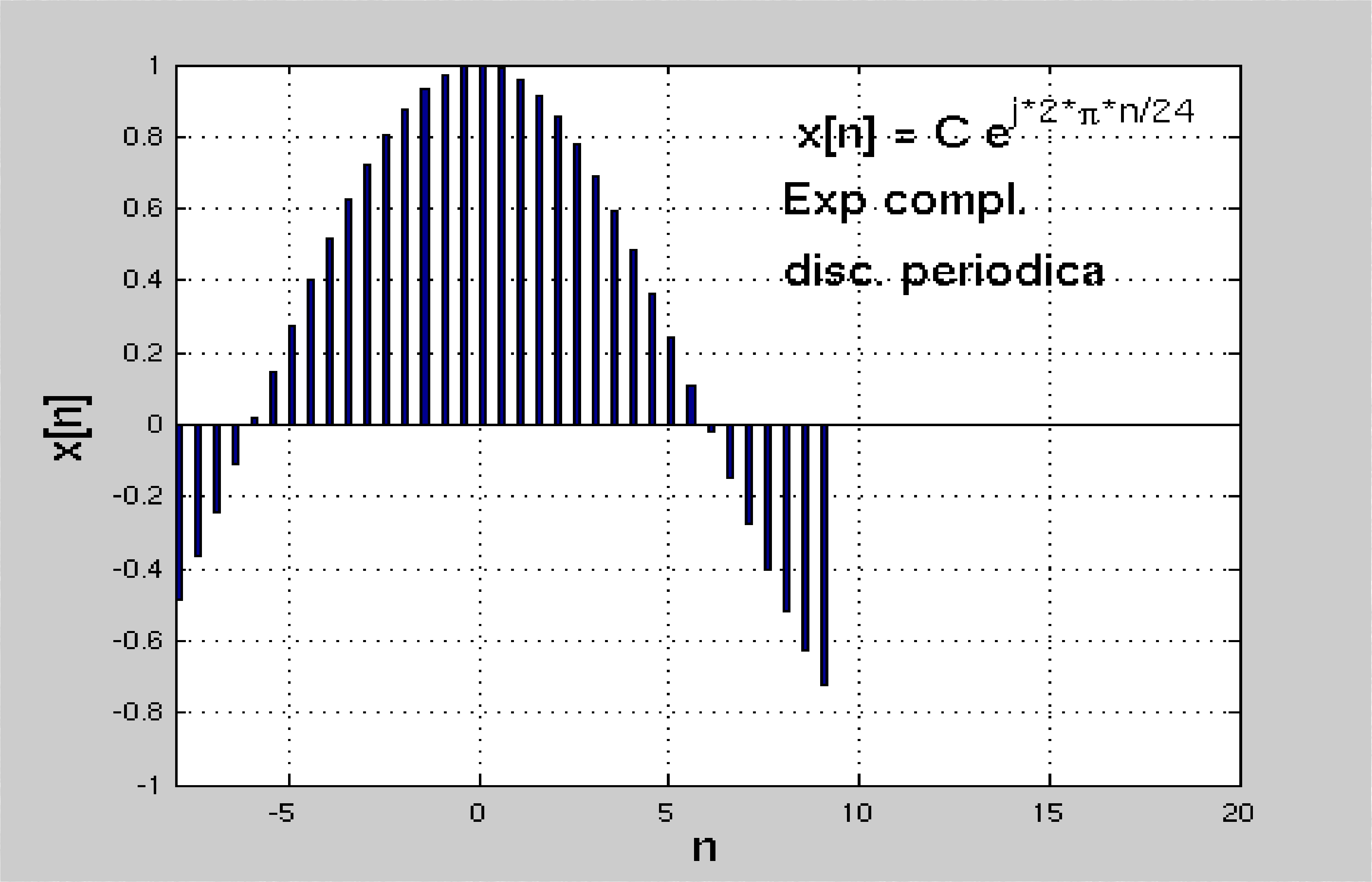
# Expo. Compl. Imaginaria



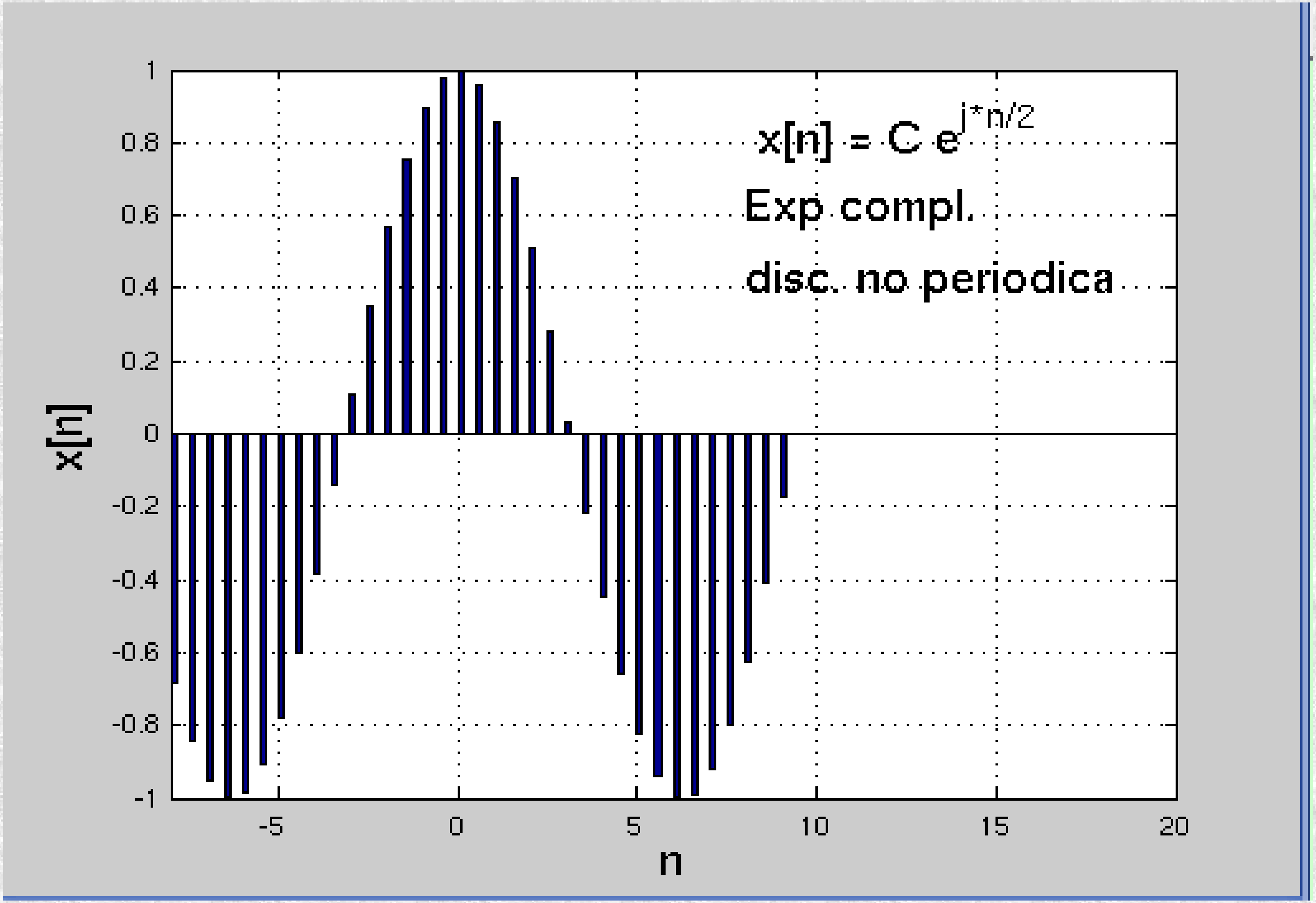
# Expo. Compl. Imaginaria



# Expo. Compl. Imaginaria



# Expo. Compl. Imaginaria



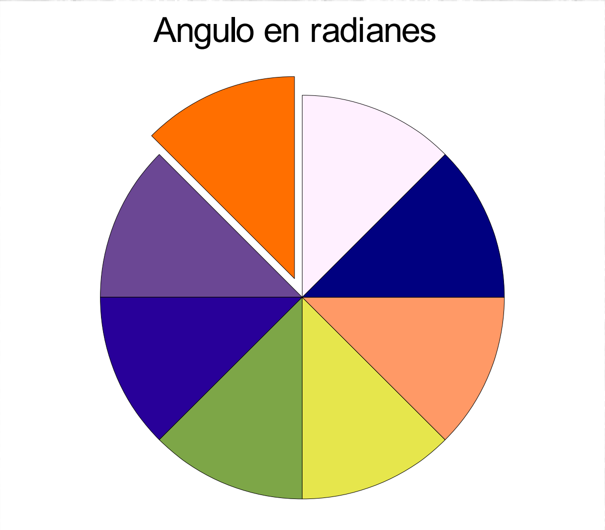
# Notación

- *Si n es adimensional (número de la muestra), entonces $\Omega$ y $\phi$ deben expresarse en radianes.*
- $\Omega$ *es una fracción angular del círculo.*
- *Por tanto, se expresará como:*

$$\Omega = \frac{2\pi}{n}$$

# Notación

- *División del círculo en 8 partes iguales:*



# Propiedades
# Exponenciales complejas continuas y discretas

# Exponenciales Complejas Continuas

- La ecuación que define una exponencial compleja que depende de forma continua con el tiempo es:

$$\exp^{(j\omega t)}$$

$$\omega = 2\pi f$$

# Periodicidad Exponenciales Complejas Continuas

- *A mayor valor de la frecuencia angular le corresponde un mayor valor de la frecuencia lineal, sin límites para ambos.*
- *La exponencial compleja es periódica para cualquier valor de $\theta$.*
  - $\omega=20\pi$ *f=10* *periódica*
  - $\omega=2000\pi$ *f=1000* *periódica*

# Periodicidad en frecuencia

- En el caso de exponenciales complejas discretas es necesario tener en cuenta los siguientes aspectos: $\Omega$

  1) Periodicidad en la frecuencia: ***la exponencial de frecuencia $\Omega_0+2\pi$ es la misma que la de frecuencia $\Omega_0$.***

$$x[n]=e^{(j(\Omega_0+2\pi)n)}=e^{(j\Omega_0 n)}\,e^{(2\pi n)}=e^{(j\Omega_0 n)}$$

# Periodicidad en frecuencia

– *Debido a esta periodicidad, la señal no tiene un ritmo constante de incremento de la frecuencia lineal según aumenta la frecuencia angular.*

– *Por tanto, las exponenciales de baja frecuencia tienen valores de $\Omega_0$ cercanos a 0, $2\pi$, o cualquier múltiplo par de $\pi$*

# Periodicidad en tiempo

– *2) Periodicidad en el tiempo: Si una señal es periódica con periodo N:*

$$x[n] = e^{(j\Omega_0(N+n))} = e^{(j\Omega_0 n)}\, e^{(j\Omega_0 N)} = e^{(j\Omega_0 n)}$$

– *Puesto que:*

$$e^{(j\Omega_0 N)} = 1$$

$$\Omega_0 N = 2\pi m$$

– *Entonces* $\Omega_0 N$ *debe ser múltiplo de* $2\pi$*, por lo que:*

# Periodicidad en el tiempo

– *O equivalentemente*

$$\frac{\Omega_0}{2\pi} = \frac{m}{N}$$

– *Por tanto, una exponencial compleja discreta, no es periódica para cualquier valor de la frecuencia, sino para aquellos que cumplan la ecuación anterior.*

## Periodicidad en tiempo

- *Por tanto, no es periódica para valores arbitrarios de $\Omega_0$. Veamos las tres ecuaciones siguientes:*$\pi$

$$x[n] = \cos(\frac{2\pi n}{12})$$

$$x[n] = \cos(\frac{8\pi n}{31})$$

$$x[n] = \cos(\frac{n}{6})$$

# Número de Exp. Periódicas diferentes

- *En el caso discreto, sólo existen N exponenciales complejas diferentes de periodo N que sean periódicas, debido a la periodicidad en el tiempo.*