



Universidad
de La Laguna

GUÍA DOCENTE DE LA ASIGNATURA

TEORÍA DE OPERADORES

1. Datos descriptivos de la asignatura

Asignatura

- Titulación: Licenciatura en Matemáticas
- Rama de conocimiento: Ciencias
- Departamento: Análisis Matemático
- Áreas de conocimiento: Análisis Matemático y Matemática Aplicada
- Duración: 15 semanas
- Créditos: 7,5 (6 ECTS)
- Dirección web de la asignatura: <http://campusvirtual.ull.es/ocw/course/view.php?id=26>
- Idioma: Castellano / Español

2. Prerrequisitos para cursar la asignatura

Recomendables

Formación básica en análisis matemático y álgebra lineal. Familiaridad con las nociones elementales de la teoría de espacios métricos, de Hilbert y de Banach.

3. Profesorado que imparte la asignatura

Coordinación / Profesor/a: **María Isabel Marrero Rodríguez**

- Departamento: Análisis Matemático
- Centro: Facultad de Matemáticas
- Correo electrónico: imarrero@ull.es
- Dirección web del docente: <http://www.campusvirtual.ull.es>

4. Contextualización de la asignatura

- Perfil profesional: Orientación académica o aplicada en Matemáticas y/o Física.

5. Objetivos

Objetivos de la asignatura

- Despertar el interés por el aprendizaje de las Ciencias en general y de las Matemáticas en particular.
- Capacitar para resolver problemas de índole tanto académica como, eventualmente, aplicada mediante métodos matemáticos.
- Predisponer favorablemente hacia el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas, en particular los relativos a los contenidos abordados.
- Dar a conocer y enseñar a utilizar los conceptos y resultados fundamentales de la teoría de operadores en espacios de Hilbert.

6. Competencias

Competencias desarrolladas en la asignatura

Conocimientos

- Conocer los conceptos de espacio de Hilbert, operador y funcional lineal acotado.
- Conocer la definición de espectro de un operador y las propiedades espectrales básicas de los operadores autoadjuntos, normales y compactos.

- Conocer el teorema espectral para operadores compactos normales.
- Conocer los problemas, conceptos, métodos básicos y aplicaciones a la mecánica cuántica de la teoría de operadores no acotados.

Destrezas

- Distinguir, caracterizar y relacionar las distintas clases de operadores lineales acotados en espacios de Hilbert: operadores isométricos, unitarios, autoadjuntos, normales, positivos, proyecciones, operadores de rango finito, compactos, de Hilbert-Schmidt y de traza.
- Manejar las técnicas básicas propias de la teoría de operadores acotados y no acotados en espacios de Hilbert.
- Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos en Matemáticas.

Actitudes y valores

- Desarrollar las capacidades analítica y de abstracción.
- Cultivar la claridad y el rigor en la redacción y presentación de ideas y resultados matemáticos.
- Aprender el papel instrumental de las Matemáticas en otras ciencias, particularmente la Física.

7. Contenidos de la asignatura

Módulo único

Tema 1. ESPACIOS DE HILBERT

Espacios con producto interior. Espacios de Hilbert. Sumas directas y complementos ortogonales. Conjuntos ortonormales. Bases ortonormales. Isomorfismos de espacios de Hilbert. Ejemplos y aplicaciones: series trigonométricas, polinomios ortogonales.

Tema 2. OPERADORES Y FUNCIONALES LINEALES

Funcionales lineales: teorema de representación de Fréchet-Riesz. Aplicaciones bilineales. Aplicaciones y formas sesquilineales acotadas. Operador adjunto. Ejemplos.

Tema 3. CLASES DE OPERADORES

Operadores isométricos, unitarios, autoadjuntos, normales. Operadores positivos: raíz cuadrada y forma polar. Proyecciones. Subespacios invariantes y reducción de operadores. Operadores de rango finito, compactos, de Hilbert-Schmidt y de traza. Ejemplos.

Tema 4. TEORÍA ESPECTRAL

Motivación: diagonalización de matrices. Espectro y resolvente de un operador. El espectro puntual: autovalores y autovectores, subespacios propios, valores propios aproximados. Teoría espectral de operadores compactos normales: valores propios, teorema espectral, sumas pesadas de proyecciones. Aplicaciones: alternativa de Fredholm.

Tema 5. OPERADORES NO ACOTADOS

Operadores densamente definidos, simétricos, autoadjuntos y cerrados. Aplicaciones a la mecánica cuántica: operadores posición y momento, principio de incertidumbre de Heisenberg.

8. Metodología

Para cada tema se facilita el correspondiente desarrollo teórico y una selección de problemas propuestos. Los estudiantes deberán consultar estos desarrollos y trabajar los problemas propuestos siguiendo la temporalización recomendada.

9. Bibliografía

Bibliografía básica

- L. Almeida, A. Castro, J. Curbelo, I. Marrero, Y. Ramos: *Teoría de operadores: problemas resueltos*. Material del curso 2008/09, Universidad de La Laguna.
- S.K. Berberian: *Introduction to Hilbert space*, 2nd ed.. American Mathematical Society, 1999. [Versión en castellano: *Introducción al espacio de Hilbert*, 2^a. ed.. Teide, 1977].
- E. Kreyszig: *Introductory functional analysis with applications*. J. Wiley and Sons, 1978, 1989.
- C.S. Kubrusly: *Hilbert space operators - A problem solving approach*. Birkhäuser, 2003.
- C.S. Kubrusly: *The elements of operator theory*. Birkhäuser, 2011.

- I. Marrero: *Problemas de análisis real y funcional*. Servicio de Publicaciones, Universidad de La Laguna, 1991.
- I. Marrero: *Teoría de operadores*. Notas y materiales de los cursos 2008/09 a 2011/12, OCW-2012, Universidad de La Laguna.
- A. Vera López, P. Alegría Ezquerro: *Un curso de análisis funcional*. AVL, 1997.

Recursos

Material de estudio, selección de problemas propuestos y otros recursos en línea.

10. Sistema de autoevaluación

Resolución de problemas propuestos. Realización de prueba final.

11. Cronograma / Calendario de la asignatura

SEMANA	Temas	Problemas propuestos
Semana 1	Tema 1	Problemas Tema 1 (primera sesión)
Semana 2	Tema 1	Problemas Tema 1 (segunda sesión)
Semana 3	Tema 2	Problemas Tema 2 (primera sesión)
Semana 4	Tema 2	Problemas Tema 2 (segunda sesión)
Semana 5	Tema 3-I	Problemas Tema 3-I (primera sesión)
Semana 6	Tema 3-I	Problemas Tema 3-I (segunda sesión)
Semana 7	Tema 3-II	Problemas Tema 3-II (primera sesión)
Semana 8	Tema 3-II	Problemas Tema 3-II (segunda sesión)
Semana 9	Tema 3-II	Problemas Tema 3-II (tercera sesión)
Semana 10	Tema 4	Problemas Tema 4 (primera sesión)
Semana 11	Tema 4	Problemas Tema 4 (segunda sesión)
Semana 12	Tema 4	Problemas Tema 4 (tercera sesión)
Semana 13	Tema 4	Problemas Tema 4 (cuarta sesión)
Semana 14	Tema 5	Problemas Tema 5
Semana 15	Tema 5 / Repaso	Test de autoevaluación