

AUTOEVALUACIÓN DE MODELIZACIÓN (ENUNCIADOS)

TEMA 6. SISTEMAS AUTÓNOMOS: CICLOS LÍMITE Y ATRACTORES EXTRAÑOS

1. Se considera un sistema presa-depredador en el que el depredador tiene otras alternativas de alimentación:

$$x' = x(\alpha_1(\beta_1 - x) - \gamma_1 y), \quad y' = y(\alpha_2(\beta_2 - x) + \gamma_2 y)$$

Calcular los puntos críticos de este modelo para el caso

$$\alpha_1 = 0.5, \beta_1 = 0.5, \gamma_1 = 0.4, \alpha_2 = 0.2, \beta_2 = 0.3, \gamma_2 = 0.2$$

y clasificarlos, hacer un esbozo que refleje cómo serán las órbitas cerca de dichos puntos críticos. A partir de este diagrama de fases, deducir cómo van a evolucionar las poblaciones de presas y depredadores a lo largo del tiempo.

2. Sea $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$.

(a) Demostrar que el sistema

$$x' = -y + x \frac{F(r)}{r}, \quad y' = x + y \frac{F(r)}{r}$$

tiene soluciones periódicas si $F(r)$ tiene ceros no nulos. En tal caso, ¿cuál es la dirección del movimiento sobre las trayectorias cerradas del diagrama de fases?

- (b) Considérese el sistema anterior con $F(r) = r(r - 2)^2(r^2 - 4r + 3)$. Determinar todas sus soluciones periódicas y su estabilidad.