

AUTOEVALUACIÓN DE MODELIZACIÓN (ENUNCIADOS)

TEMA 7. PROBLEMAS CONSERVATIVOS. EL PÉNDULO

1. Considérese el medallón de un péndulo simple de 98 cm de longitud que se levanta hasta formar un ángulo de 60° con la vertical y se suelta.
 - (a) Establecer la ecuación que describe la variación del ángulo que forma la varilla con la vertical así como los valores iniciales en este caso.
 - (b) Esbozar la curva de energía que pasa por los valores iniciales considerados. A partir de esta curva de energía, ¿cómo se va a mover el medallón del péndulo a medida que pasa el tiempo?
 - (c) Calcular el correspondiente problema de valor inicial del péndulo linealizado sobre el punto de equilibrio $(0, 0)$ y resolverlo para los valores iniciales considerados.
 - (d) Representar gráficamente la solución obtenida en el apartado anterior. ¿Hay alguna relación entre esta gráfica y la obtenida en el apartado (1b)?
2. Consideremos una nave espacial, de masa m_n , localizada en un punto del espacio entre la Tierra, de masa $m_T \approx 6 \cdot 10^{24}$ kg, y la Luna, de masa $m_L \approx 7 \cdot 10^{22}$ kg. La fuerza gravitacional entre dos masas es una fuerza de atracción de magnitud $G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ (donde G es la constante gravitacional universal, m_1 y m_2 son las dos masas y r es la distancia entre las dos masas).
 - (a) Si la nave está localizada a una distancia y del centro de la Tierra, demostrar que

$$m_n \frac{d^2 y}{dt^2} = -G \frac{m_T m_n}{y^2} + G \frac{m_L m_n}{(r_0 - y)^2}$$

donde r_0 es la distancia entre la Tierra y la Luna. (Asúmase que la Tierra no tiene efecto sobre la Luna, es decir, que ambas están fijas en el espacio).

- (b) Calcular la posición de equilibrio de la nave.
- (c) ¿Es la posición de equilibrio estable? ¿Es razonable tu conclusión?