

Arbitraje en mercado de opciones I

(límites y paridad put-call)

- Conceptos previos
- Límites y paridad put-call
- Introducción al arbitraje



¿Qué es una opción?

Es un activo derivado que da a su comprador el derecho a comprar (CALL) o vender (PUT) el subyacente en (Europea) o hasta (Americana) una fecha futura predeterminada (“fecha de expiración” o vencimiento) a un precio prefijado (“precio de ejercicio” o “strike”), para tener ese derecho el comprador paga la prima al vendedor.

La CALL garantiza a su comprador un precio máximo de compra sin perder la oportunidad de poder comprar el subyacente más barato en el mercado.

La PUT garantiza a su comprador un precio mínimo de venta sin perder la oportunidad de poder vender el subyacente más caro en el mercado

CALL

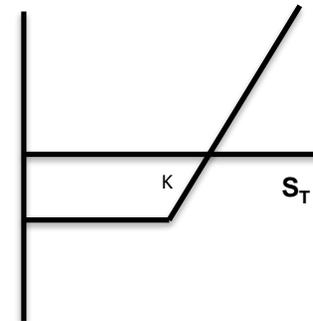
Comprador tiene derecho a comprar el subyacente al vencimiento al precio de ejercicio (K)

¿Cuándo ejercerá ese derecho?

Cuando la compra en el mercado de opciones pagando K sea mejor que la compra en el mercado del activo pagando S, por lo tanto, cuando $K < S$

| | CALL |
|-------------------|---------|
| IM (In the Money) | $S > K$ |
| AM (At the Money) | $S = K$ |
| OM (Out of Money) | $S < K$ |

| S | CC | Total | |
|---------|-----------------------|-------------|-----------|
| $S < K$ | ^{OM} 0 | -C | constante |
| $S = K$ | ^{AM} 0 | -C | constante |
| $S > K$ | ^{IM} $S - K$ | $S - K - C$ | creciente |



Valor Intrínseco $C = \max(0, S - K)$

Punto Muerto $S = K + C$

CALL

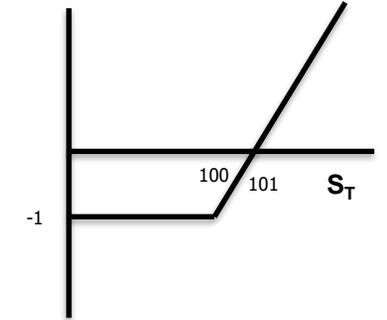
Ejemplo:

$C=1$

$K=100$

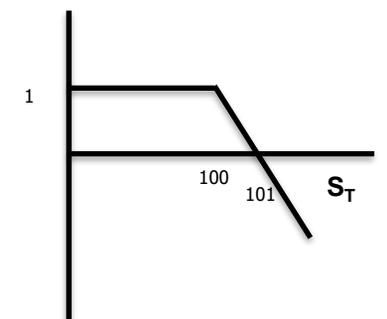
| S_T | CC | Total |
|-------|-----------------------|-------|
| 80 | ^{OM} 0 | -1 |
| 90 | ^{OM} 0 | -1 |
| 100 | ^{AM} 100-100 | -1 |
| 110 | ^{IM} 110-100 | 9 |
| 120 | ^{IM} 120-100 | 19 |

| S_T | CC | Total |
|-----------|-----------------------|---------|
| $S < 100$ | ^{OM} 0 | -1 |
| $S = 100$ | ^{AM} 0 | -1 |
| $S > 100$ | ^{IM} $S-100$ | $S-101$ |



| S_T | VC | Total |
|-------|-----------------------|-------|
| 80 | ^{OM} 0 | 1 |
| 90 | ^{OM} 0 | 1 |
| 100 | ^{AM} 100-100 | 1 |
| 110 | ^{IM} 100-110 | -9 |
| 120 | ^{IM} 100-120 | -19 |

| S_T | VC | Total |
|-----------|------------------------|----------|
| $S < 100$ | ^{OM} 0 | 1 |
| $S = 100$ | ^{AM} 0 | 1 |
| $S > 100$ | ^{IM} $-S+100$ | $-S+101$ |



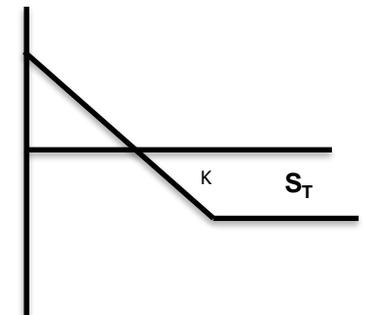
PUT

Comprador tiene derecho a **vender** el subyacente al vencimiento al precio de ejercicio (K)

¿Cuándo ejercerá ese derecho?

Cuando la venta en el mercado de opciones cobrando K sea mejor que la venta en el mercado del activo cobrando S, por lo tanto, cuando $K > S$

| | PUT | S | CP | Total | |
|-------------------|---------|---------|------------------------|--------------|-------------|
| IM (In the Money) | $S < K$ | $S < K$ | ^{IM} $-S + K$ | $-S + K - P$ | decreciente |
| AM (At the Money) | $S = K$ | $S = K$ | ^{AM} 0 | $-P$ | constante |
| OM (Out of Money) | $S > K$ | $S > K$ | ^{OM} 0 | $-P$ | constante |



↓
↓

| | | | |
|------------------|-----------------------|--------------|-------------|
| Valor Intrínseco | $P = \max(0, -S + K)$ | Punto Muerto | $S = K - P$ |
|------------------|-----------------------|--------------|-------------|

PUT

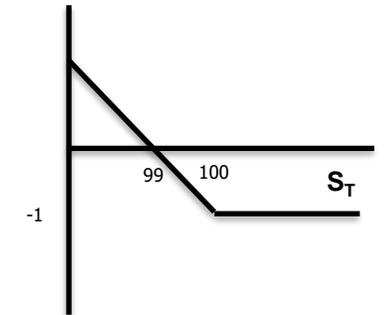
Ejemplo:

$P=1$

$K=100$

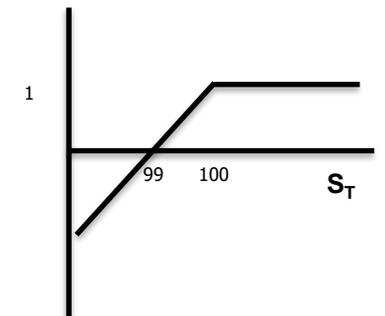
| S_T | CP | Total |
|-------|--------------------------|-------|
| 80 | ^{IM} $-80+100$ | 19 |
| 90 | ^{IM} $-90+100$ | 9 |
| 100 | ^{AM} $-100+100$ | -1 |
| 110 | ^{OM} 0 | -1 |
| 120 | ^{OM} 0 | -1 |

| S_T | CP | Total |
|-----------|------------------------|---------|
| $S < 100$ | ^{IM} $-S+100$ | $-S+99$ |
| $S = 100$ | ^{AM} 0 | -1 |
| $S > 100$ | ^{OM} 0 | -1 |



| S_T | VP | Total |
|-------|-------------------------|-------|
| 80 | ^{IM} $80-100$ | -19 |
| 90 | ^{IM} $90-100$ | -9 |
| 100 | ^{AM} $100-100$ | 1 |
| 110 | ^{OM} 0 | 1 |
| 120 | ^{OM} 0 | 1 |

| S_T | VP | Total |
|-----------|-----------------------|--------|
| $S < 100$ | ^{IM} $S-100$ | $S-99$ |
| $S = 100$ | ^{AM} 0 | 1 |
| $S > 100$ | ^{OM} 0 | 1 |



Límites CALL

| Límite | Operación arbitraje |
|--|--|
| $C \geq 0$ | CC |
| $C < S$ | CS+VC |
| $C \geq S - K_0 - R_0$ | CC+VS |
| $C_{k1} \geq C_{k2}, k_2 > k_1$ | $CC_{k1} + VC_{k2}$ |
| $C_{k1} - C_{k2} \leq (k_2 - k_1)_0$ | $VC_{k1} + CC_{k2}$ |
| $C_{t1} < C_{t2}, t_2 > t_1$ | $VC_{T1} + CC_{T2}$ |
| $C_{k2} \leq (1-\lambda)C_{k1} + \lambda C_{k3}$ | $(1-\lambda)CC_{k1} + \lambda CC_{k3} + VC_{k2}$ |

Límites PUT

| Límite | Operación arbitraje |
|--|--|
| $P \geq 0$ | CP |
| $P < K$ | VP |
| $P \geq K_0 + R_0 - S$ | CP+CS |
| $P_{k1} \leq P_{k2}, k_2 > k_1$ | $VP_{k1} + CP_{k2}$ |
| $P_{k2} - P_{k1} \leq (k_2 - k_1)_0$ | $CP_{k1} + VP_{k2}$ |
| $P_{t1} < P_{t2}, t_2 > t_1$ | $VP_{T1} + CP_{T2}$ |
| $P_{k2} \leq (1-\lambda)P_{k1} + \lambda P_{k3}$ | $(1-\lambda)CP_{k1} + \lambda CP_{k3} + VP_{k2}$ |

Sintéticos

| |
|----------------|
| $CC = CS + CP$ |
| $CS = CC + VP$ |
| $VP = CS + VC$ |
| $VC = VS + VP$ |
| $VS = VC + CP$ |
| $CP = VS + CC$ |

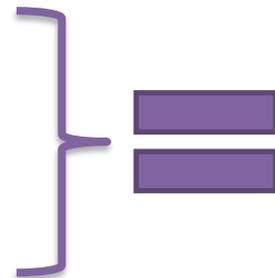
| S_T | CC | VP | Total |
|---------|-----------------------|-----------------------|----------------|
| $S < K$ | ^{OM} 0 | ^{IM} $S - K$ | $S - K + PN_T$ |
| $S > K$ | ^{IM} $S - K$ | ^{OM} 0 | $S - K + PN_T$ |

Recibimos el activo pagando K

Comprar el activo: $-S_0$

Sintético:

$-K - C_T + P_T$



$$C - P = S - K_0$$

Paridad PUT-CALL

Límites

Ejemplo:

| S=100 | Vencimientos (T) | | |
|-------|------------------|-------|--------|
| K | Junio | Julio | Agosto |
| 110 | 8,75 | 12,5 | 25,5 |
| 120 | 2,5 | 8,75 | 10,2 |
| 130 | 1,5 | 2,25 | 5,25 |

$$25,5 - 10,2 < 120 - 110$$

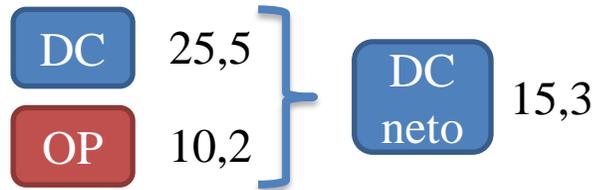
$$15,3 < 10$$

DC

$$C_{110} - C_{120}$$

V C

HOY: $VC_{110} + CC_{120}$



Agosto:

| S_T | VC_{110} | CC_{120} | Total |
|-----------------|--------------------------|-----------------|-------------|
| $S < 110$ | ^{OM} 0 | ^{OM} 0 | 15,3 |
| $110 < S < 120$ | ^{IM} $-S + 110$ | ^{OM} 0 | 15,3 5,3 |
| $S > 120$ | ^{IM} $-S + 110$ | $S - 120$ | 5,3 |

Límite

$$C \geq 0$$

$$C < S$$

$$C \geq S - K_0$$

$$C_{k1} \geq C_{k2}, k_2 > k_1$$

$$C_{k1} - C_{k2} \leq (k_2 - k_1)_0$$

$$C_{t1} < C_{t2} \quad t_2 > t_1$$

$$C_{k2} \leq (1 - \lambda)C_{k1} + \lambda C_{k3}$$

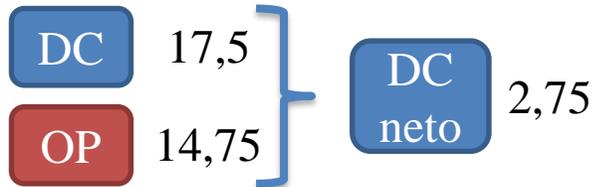
Límites

Ejemplo:

| K | Vencimientos (T) | | |
|-----|------------------|-------|--------|
| | Junio | Julio | Agosto |
| 110 | 8,75 | 12,5 | 25,5 |
| 120 | 2,5 | 8,75 | 10,2 |
| 130 | 1,5 | 2,25 | 3,25 |

$\lambda=0,5$

HOY: $CC_{110} + 2VC_{120} + CC_{130}$



$$8,75 < 0,5 \cdot 12,5 + 0,5 \cdot 2,25$$

$$8,75 < 7,375$$



$$C_{120} = 0,5C_{110} + 0,5C_{130}$$



Julio:

| S_T | CC_{110} | $2VC_{120}$ | CC_{130} | Total |
|-----------------|------------|----------------|------------|---------------|
| $S < 110$ | OM 0 | OM 0 | OM 0 | 2,75 |
| $110 < S < 120$ | IM S-110 | OM 0 | OM 0 | 2,75 12,75 |
| $120 < S < 130$ | IM S-110 | IM $2(-S+120)$ | OM 0 | 12,75 2,75 |
| $S > 130$ | IM S-110 | IM $2(-S+120)$ | IM S-130 | 2,75 |

| Límite |
|--|
| $C \geq 0$ |
| $C < S$ |
| $C \geq S - K_0$ |
| $C_{k1} \geq C_{k2}, k_2 > k_1$ |
| $C_{k1} - C_{k2} \leq (k_2 - k_1)_0$ |
| $C_{t1} < C_{t2}, t_2 > t_1$ |
| $C_{k2} \leq (1-\lambda)C_{k1} + \lambda C_{k3}$ |

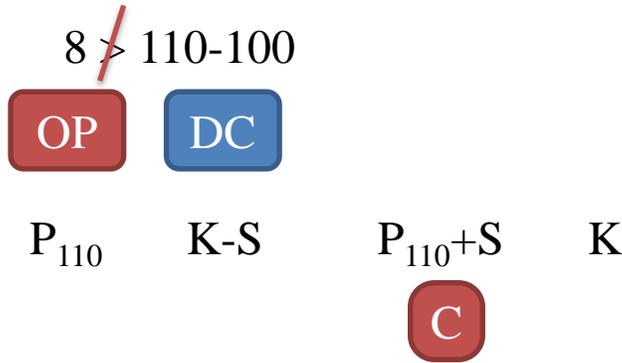
Límites

Ejemplo:

S=100

$P_{110}=8$ $VI=110-100=10$ ❌

$P_{120}=21$ $VI=120-100=20$ ✅



HOY: $CP_{110} + CS$

OP 8+100=108

Vencimiento:

| S_T | CP_{110} | CS | Total |
|-----------|---------------------|----|-------|
| $S < 110$ | ^{IM} 110-S | S | 2 |
| $S > 110$ | ^{OM} 0 | S | 2 o + |

| Límite |
|--|
| $P \geq 0$ |
| $P < K$ |
| $P \geq K_0 + R_0 - S$ |
| $P_{k1} \leq P_{k2}, k_2 > k_1$ |
| $P_{k2} - P_{k1} \leq (k_2 - k_1)_0$ |
| $P_{t1} < P_{t2}, t_2 > t_1$ |
| $P_{k2} \leq (1-\lambda)P_{k1} + \lambda P_{k3}$ |

Límites

Ejemplo:

$S=100$

$P_{110}=8$

$P_{120}=21$

$21-8 < 120-110$

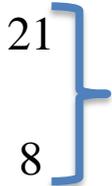
DC

OP

$P_{120} - P_{110}$

HOY: $CP_{110} + VP_{120}$

DC



DC neto

13

OP

Vencimiento:

| S_T | CP_{110} | VP_{120} | Total |
|-----------------|-----------------------|-----------------------|---------|
| $S < 110$ | ^{IM} $110-S$ | ^{IM} $S-120$ | 3 |
| $110 < S < 120$ | ^{OM} 0 | ^{IM} $S-120$ | 3 13 |
| $S > 120$ | ^{OM} 0 | ^{OM} 0 | 13 |

Límite

$P \geq 0$

$P < K$

$P \geq K_0 + R_0 - S$

$P_{k1} \leq P_{k2}, k_2 > k_1$

$P_{k2} - P_{k1} \leq (k_2 - k_1)_0$

$P_{t1} < P_{t2}, t_2 > t_1$

$P_{k2} \leq (1-\lambda)P_{k1} + \lambda P_{k3}$



Límites

Ejemplo (opciones sobre divisas):

$S=1,00 \text{ \$/€}$

$r_{\$,3M} 1\%$

$r_{\text{€},3M} 0,8\%$

$P_{1,01,3M}=0,0011\text{\$/€}$ $VI=1,01 (1+0,01 \cdot 3/12)/(1+0,008 \cdot 3/12)-1 = 0,010$ ✘

$P_{1,11,3M}=0,1210\text{\$/€}$ $VI=1,11 (1+0,01 \cdot 3/12)/(1+0,008 \cdot 3/12)-1 = 0,111$ ✔

$N=125000\text{€}$

Vencimiento:

Los € se invierten

HOY: $CP_{1,01} + CS$

OP $0,0011\text{\$/€} \cdot 125000 \text{ €} = 137,5\text{\$}$
 $125000 \text{ €} \rightarrow 125000 \text{ \$}$

OP neta $125137,5 \text{ \$},0 \rightarrow 125312,5 \text{ \$},3M$

$S < 1,01$

Put IM \rightarrow

Entregamos 125000€ y nos quedan 250€ (intereses)
 Recibimos 126250\$, pagamos préstamo y nos quedan 937,5\$ que vendemos en ese momento, obteniendo un mínimo de 928,22 €
 En total un beneficio mínimo de 1178,22€

$S > 1,01$

Put OM \rightarrow

Compramos 125312,5\$ a un máximo de 124071,78 € nos quedan 1178,22€

| Límite |
|--|
| $P \geq 0$ |
| $P < K$ |
| $P \geq K_0 + R_0 - S$ |
| $P_{k1} \leq P_{k2}, k_2 > k_1$ |
| $P_{k2} - P_{k1} \leq (k_2 - k_1)_0$ |
| $P_{t1} < P_{t2}, t_2 > t_1$ |
| $P_{k2} \leq (1 - \lambda)P_{k1} + \lambda P_{k3}$ |



Paridad Put-Call

Ejemplo:

$S=100$
 $C_{110}=5$
 $P_{110}=8$

$$C - P = S - K_0$$

$$5 - 8 = 100 - 110$$

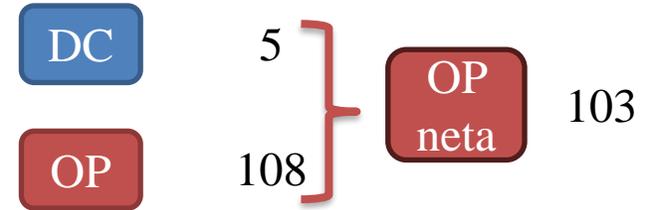
$$-3 \neq -10$$

$$-3 > -10$$



VC + CP + CS

HOY: $VC_{110} + CP_{110} + CS$



Vencimiento:

| S_T | VC_{110} | CP_{110} | CS | Total |
|-----------|--------------------------|--------------------------|----|-------|
| $S < 110$ | ^{OM} 0 | ^{IM} $-S + 110$ | S | 7 |
| $S > 110$ | ^{IM} $-S + 110$ | ^{OM} 0 | S | 7 |

Paridad Put-Call

Ejemplo (opciones sobre divisas):

$S=1,00$ \$/€

$r_{\$,3M}$ 1%

$r_{€,3M}$ 0,8%

$C_{1,01,3M}=0,0011$ \$/€

$P_{1,01,3M}=0,1210$ \$/€

$N=125000$ €

$$C-P = S - K_0$$

$$0,0011 - 0,1210 = 1,00 - 1,01 \cdot (1 + 0,01 \cdot 3/12) / (1 + 0,008 \cdot 3/12)$$

$$-0,1199 < -0,0105$$

OP

DC



CC + VP + VS

HOY: $CC_{1,01} + VP_{1,01} + VS$

DC

$$0,121 \cdot 125000 + 125000 = 140125\$$$

OP

$$0,0011 \cdot 125000 = 137,5\$$$

DC
neto

$$139987,5\$,0 \rightarrow 140337,47 \$,3M$$

Los € se piden prestado: 125250 €,3M

Vencimiento:

$S < 1,01$

Put IM
Call OM

$S > 1,01$

Put OM
Call IM

Recibimos 125000€ entregando 126250\$, el excedente de \$: 14087,47 se vende en ese momento recibiendo como mínimo 13947,99 €. Pagamos el préstamo y tenemos beneficio de: 13697,99 €,3M

