

Arbitraje en mercado de opciones II

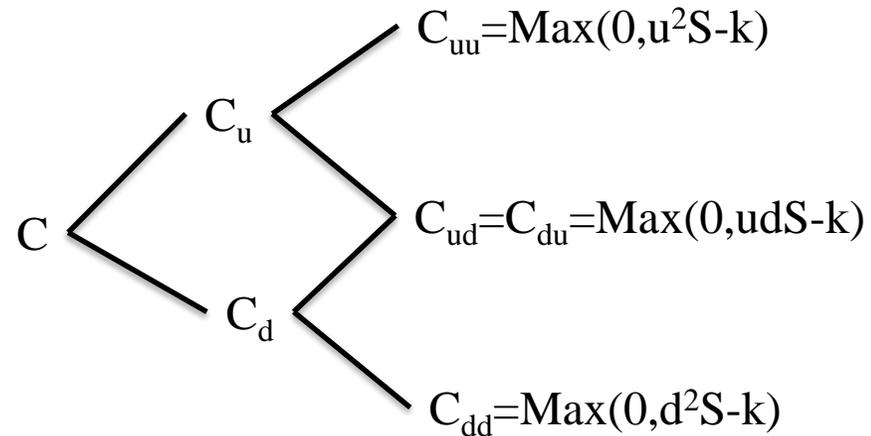
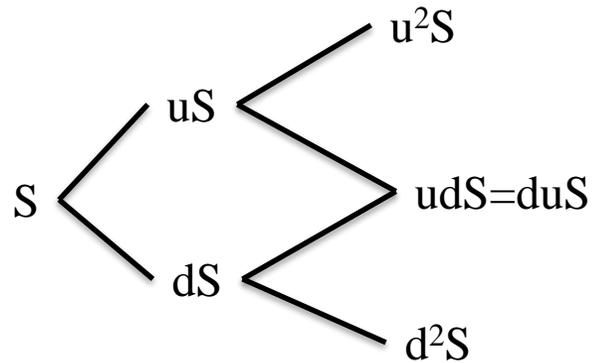
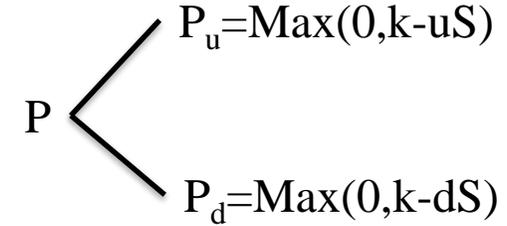
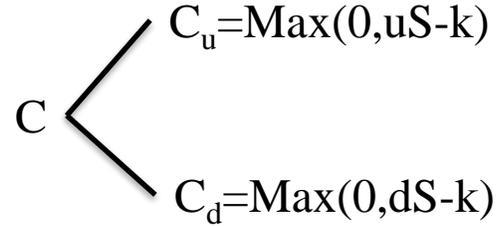
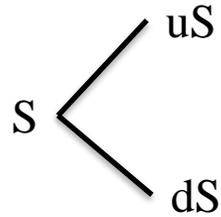
(modelo binomial)

- ❑ Modelo binomial
- ❑ Introducción al arbitraje



Modelo Binomial

$u > 1$ $0 < d < 1$



Modelo binomial

Compra 1 Call + Venta de X subyacentes

Valor de C_0 y X para que no sea posible el arbitraje

Valor de la inversión

$$V_0 = XS_0 - C_0$$

$$V_T = XS_T - C_T$$



$$V_T = (XS_0 - C_0)(1 + r_T)$$



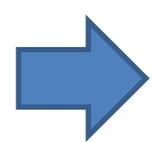
$$C_0 = C_u \left[\frac{1 + r_T - d}{u - d} \frac{1}{1 + r_T} \right] + C_d \left[\frac{u - 1 - r_T}{u - d} \frac{1}{1 + r_T} \right]$$



$$C_0 = \frac{C_u p + C_d(1 - p)}{1 + r_T}$$

$$p = \left[\frac{1 + r_T - d}{u - d} \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_T = XuS - C_u \\ V_T = XdS - C_d \end{array} \right.$$

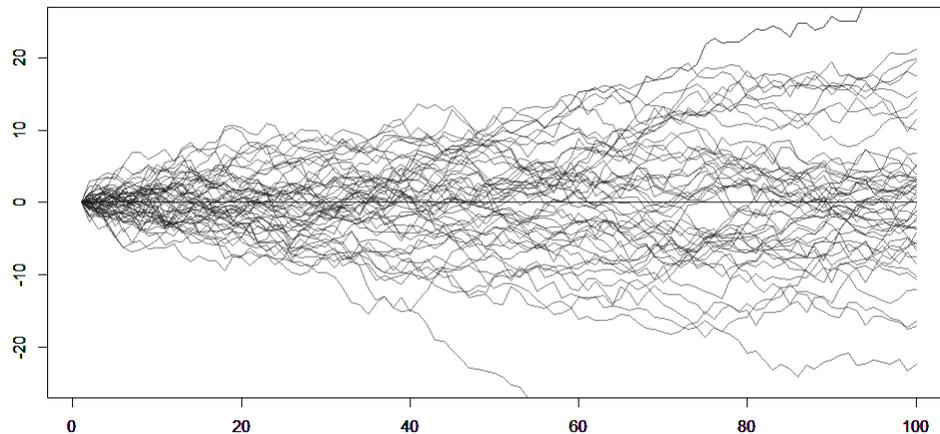


$$X = \Delta \quad \Delta = \delta C / \delta S$$

Black Scholes

Venta 1 Call + Compra de Δ subyacentes \rightarrow cartera sin riesgo

Precio del subyacente sigue un proceso estocástico $dS = \mu S dt + \sigma S dz$



$$C = SN(d_1) - K \cdot e^{-rT} N(d_2)$$

$$P = K \cdot e^{-rT} N(-d_2) - S \cdot N(-d_1)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$\Delta_{\text{call}} = N(d_1)$$

$$\Delta_{\text{put}} = -N(-d_1) = N(d_1) - 1$$

Ejemplo:

$$\begin{array}{l}
 S=100 \\
 S_{3M}=110 \text{ ó } 97 \\
 r_{3M}=2\% \\
 C_{100,3M}=2,95 \\
 P_{100,3M}=1,95
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 u=1,1 \\
 100 \begin{cases} 110 \\ 97 \end{cases} \\
 d=0,97
 \end{array}$$

$$p = \frac{((1+0,02 \cdot 3/12) - 0,97)}{1,1 - 0,97} = 0,269$$

$$C_{100,3M} \begin{cases} 10 \\ 0 \end{cases}$$

$$C = \frac{10 \cdot 0,269 + 0 \cdot (1 - 0,269)}{1 + 0,02 \cdot 3/12} = 2,677$$

$$\Delta_{\text{call}} = (10 - 0) / (110 - 97) = 0,769$$

$$P_{100,3M} \begin{cases} 0 \\ 3 \end{cases}$$

$$P = \frac{0 \cdot 0,269 + 3 \cdot (1 - 0,269)}{1 + 0,02 \cdot 3/12} = 2,18$$

$$\Delta_{\text{put}} = (0 - 3) / (110 - 97) = -0,231$$

Ejemplo:

$S=100$

$S_{3M}=110$ ó 97

$r_{3M}=2\%$

$C_{100,3M}=2,95$

$P_{100,3M}=1,95$

$$C_{100,3M} < \begin{matrix} 10 \\ 0 \end{matrix}$$

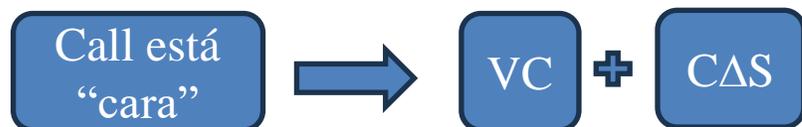
$C=2,677$

$\Delta_{call}=0,769$

$$P_{100,3M} < \begin{matrix} 0 \\ 3 \end{matrix}$$

$P=2,18$

$\Delta_{put}=-0,231$



HOY:

DC 2,95

OP 76,9

OP neta 73,95 \Rightarrow 74,32 €_{3M}

Vencimiento (3M):

$S=110 \Rightarrow C$ está IM

$S=97 \Rightarrow C$ está OM

Se compra 0,231 activos a 110 (25,41€), se entrega activo, se cobra 100, se paga préstamo y sobran 0,27€ (b°)

Se vende activo en mercado a 74,59, se paga préstamo y sobran 0,27€ (b°)

Ejemplo:

$S=100$
 $S_{3M}=110$ ó 97
 $r_{3M}=2\%$
 $C_{100,3M}=2,95$
 $P_{100,3M}=1,95$

$$C_{100,3M} < \begin{matrix} 10 \\ 0 \end{matrix}$$

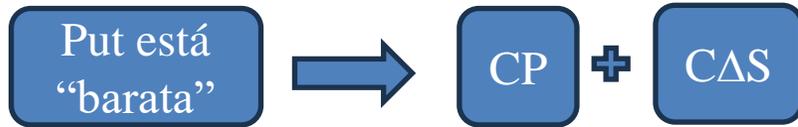
$$C=2,677$$

$$\Delta_{call}=0,769$$

$$P_{100,3M} < \begin{matrix} 0 \\ 3 \end{matrix}$$

$$P=2,18$$

$$\Delta_{put}=-0,231$$



HOY:

OP $1,95 + 23,1 = 25,05$

↓
 $25,18 \text{ €}, 3M$

Vencimiento (3M):

$S=110$ → P está OM

$S=97$ → P está IM

Se vende activo en mercado a 25,41, se paga préstamo y sobran 0,23€ (b°)

Se compra 0,769 unidades de activo a 97 (74,59), entrega activo, se cobra 100, se paga préstamo (25,18) y sobran 0,23€ (b°)

Ejemplo (opciones sobre divisas):

$$S=1,00 \text{ \$/€}$$

$$S_{3M}=1,05 \text{ ó } 0,98$$

$$r_{\$,3M} 1\%$$

$$r_{\text{€},3M} 0,8\%$$

$$C_{1,00,3M}=0,0111\text{\$/€}$$

$$P_{1,00,3M}=0,0161\text{\$/€}$$

$$N=125000\text{€}$$

$$1,00 \begin{cases} u=1,05 \\ d=0,98 \end{cases}$$

$$p = \frac{((1+0,01 \cdot 3/12)/(1+0,008 \cdot 3/12))-0,98}{1,05-0,98} = 0,35$$

$$C_{1,00,3M} \begin{cases} 0,05 \\ 0 \end{cases}$$

$$P_{1,00,3M} \begin{cases} 0 \\ 0,02 \end{cases}$$

$$C = \frac{0,05 \cdot 0,35 + 0 \cdot (1-0,35)}{1+0,01 \cdot 3/12} = 0,0175$$

$$\Delta_{\text{call}} = (0,05-0)/(1,05-0,98) = 0,714$$

$$P = \frac{0 \cdot 0,35 + 0,02 \cdot (1-0,35)}{1+0,01 \cdot 3/12} = 0,013$$

$$\Delta_{\text{put}} = (0-0,02)/(1,05-0,98) = -0,286$$

Introducción al arbitraje

Ejemplo:

$$S=1,00 \text{ \$/€}$$

$$S_{3M}=1,05 \text{ ó } 0,98$$

$$r_{\$,3M} 1\%$$

$$r_{\text{€},3M} 0,8\%$$

$$C_{1,00,3M}=0,0111\text{\$/€}$$

$$P_{1,00,3M}=0,0161\text{\$/€}$$

$$N=125000\text{€}$$

$$C_{1,00,3M} < \begin{matrix} 0,05 \\ 0 \end{matrix}$$

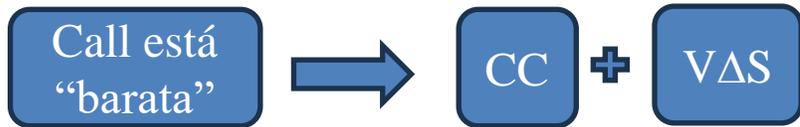
$$C=0,0175$$

$$\Delta_{\text{call}}=0,714$$

$$P_{1,00,3M} < \begin{matrix} 0 \\ 0,02 \end{matrix}$$

$$P=0,013$$

$$\Delta_{\text{put}}=-0,286$$



Vencimiento (3M):



Se reciben 125000€, entregando 125000\$, pagamos préstamo y sobran 35571,5 € (DC), nos faltan 36917,84 \$ que compramos, entregando 35159,85 € (OP). Beneficio: 411,65 €, 3M



Se venden los \$, recibiendo: 89879,76 € con los que se paga el préstamo y sobran: 451,26 € (bº)

HOY:

DC $125000 \cdot 0,714 \cdot 1 = 89250 \text{ \$},0$

OP $0,0111 \cdot 125000 = 1387,5\text{\$,}0$

DC neto $87862,5 \rightarrow 88082,16 \text{ \$},3M$

$$89250 \text{ €} \cdot (1 + 0,008 \cdot 3/12) = 89428,5\text{€},3M \text{ (OP)}$$



Introducción al arbitraje

Ejemplo:

$$S=1,00 \text{ \$/€}$$

$$S_{3M}=1,05 \text{ ó } 0,98$$

$$r_{\$,3M} 1\%$$

$$r_{€,3M} 0,8\%$$

$$C_{1,00,3M}=0,0111\text{\$/€}$$

$$P_{1,00,3M}=0,0161\text{\$/€}$$

$$N=125000\text{€}$$

$$C_{1,00,3M} < \begin{matrix} 0,05 \\ 0 \end{matrix}$$

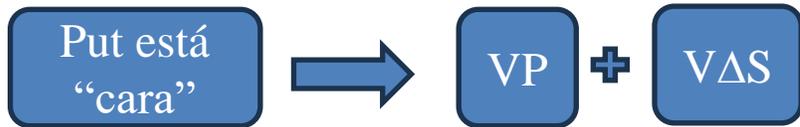
$$C=0,0175$$

$$\Delta_{\text{call}}=0,714$$

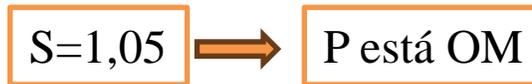
$$P_{1,00,3M} < \begin{matrix} 0 \\ 0,02 \end{matrix}$$

$$P=0,013$$

$$\Delta_{\text{put}}=-0,286$$



Vencimiento (3M):



Se venden los \$, recibimos 36054,2€ con los que se paga el préstamo y sobran 232,7 € (b°)



Se reciben 125000 € pagando 125000 \$, necesitamos comprar 87143,09 \$, entregamos 88921,52 € y pagamos préstamo, nos sobra: 256,98€ (b°)

HOY:

$$\text{DC} \quad 125000 \cdot 0,286 \cdot 1 + 0,0161 \cdot 125000 = 37762,5 \text{ \$},0 \rightarrow 37856,91\text{\$,3M}$$

$$35750 \text{ €} \cdot (1 + 0,008 \cdot 3/12) = 35821,5 \text{ €,3M (OP)}$$

