Geometría Diferencial de Curvas y Superficies

Ejercicios Tema 4

M. C. González Dávila, I. Gutiérrez Sagredo, D. Iglesias Ponte

Dpto. Matemáticas Estadística e Investigación Operativa

Universidad de La Laguna

1. Calcular primera forma fundamental, operador forma, curvaturas y vectores principales, segunda forma fundamental en las siguientes superficies clasificando sus puntos según la curvatura de Gauss, deduciendo su comportamiento con respecto al plano tangente.

a) *El helicoide, parametrizado como* $X(u, v) = (u \cos v, u \sin v, av)$, *con* $a \neq 0$.

b) *El toro* $X(u, v) = ((R + r \cos u) \cos v, (R + r \cos u) \sin v, r \sin u)$.

c) *La superficie regular simple* $z = xy$, *calculando los 4 primeros ítems en el* $(0, 0, 0)$.

2. Probar que una superficie de revolución tiene curvatura de Gauss nula si y sólo si cada meridiano es un segmento de recta.

3. Dada la superficie $S = \{(x, y, x^4 + y^4) \,|\, (x, y) \in \mathbb{R}^2\}$, *probar que* $(0, 0, 0) \in S$ *es un punto plano y que* $S - \{p\}$ *está contenida en un semiespacio acotado por* T_pS.

4. Dada la superficie $S = \{(x, y, x^3 - 3y^2x) \,|\, (x, y) \in \mathbb{R}^2\}$, *probar que* $(0, 0, 0) \in S$ *es un punto plano y que para todo* $V \in Ent_S(P)$ *la intersección de* V *con los subespacios semiespacios acotados por* T_pS *es distinta de vacío.*