

	<b>Integrales simples con límites fijos</b>	<b>Integrales simples con límites variables</b>	<b>Integrales múltiples</b>
<b>Definición</b>	<p>Sean: <math>\Lambda \subset \mathbb{R}^p</math>; <math>I = [a, b] \subset \mathbb{R}</math>; <math>f : \Lambda \times I \rightarrow \mathbb{R}</math> tal que <math>f(\lambda, \cdot)</math> es integrable Riemann sobre <math>I</math>, para cada <math>\lambda \in \Lambda</math>. La función</p> $F(\lambda) = \int_a^b f(\lambda, x) dx \quad (\lambda \in \Lambda)$ <p>se llama <i>integral paramétrica simple con límites de integración fijos y parámetro</i> <math>\lambda \in \Lambda</math>.</p>	<p>Sean: <math>\Lambda \subset \mathbb{R}^p</math>; <math>a : \Lambda \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>b : \Lambda \rightarrow \mathbb{R}</math> funciones acotadas, satisfaciendo <math>a(\lambda) \leq b(\lambda)</math> (<math>\lambda \in \Lambda</math>);</p> $S(a, b) = \{(\lambda, x) \in \mathbb{R}^{p+1} : \lambda \in \Lambda, a(\lambda) \leq x \leq b(\lambda)\};$ <p><math>f : S(a, b) \rightarrow \mathbb{R}</math> tal que <math>f(\lambda, \cdot)</math> es integrable Riemann sobre <math>[a(\lambda), b(\lambda)]</math>, para cada <math>\lambda \in \Lambda</math>. La función</p> $F(\lambda) = \int_{a(\lambda)}^{b(\lambda)} f(\lambda, x) dx \quad (\lambda \in \Lambda)$ <p>se llama <i>integral paramétrica simple con límites de integración variables y parámetro</i> <math>\lambda \in \Lambda</math>.</p>	<p>Sean: <math>\Lambda \subset \mathbb{R}^p</math>; <math>M \subset \mathbb{R}^q</math>, medible Jordan; <math>f : \Lambda \times M \rightarrow \mathbb{R}</math> tal que <math>f(\lambda, \cdot)</math> es integrable Riemann sobre <math>M</math>, para cada <math>\lambda \in \Lambda</math>. La función</p> $F(\lambda) = \int_M f(\lambda, x) dx \quad (\lambda \in \Lambda)$ <p>se llama <i>integral paramétrica múltiple con parámetro</i> <math>\lambda \in \Lambda</math>.</p>
<b>Continuidad</b>	<p>Si: (i) <math>\Lambda</math> es compacto y (ii) <math>f</math> es continua, entonces</p> $F(\lambda) = \int_a^b f(\lambda, x) dx \quad (\lambda \in \Lambda)$ <p>existe y es uniformemente continua sobre <math>\Lambda</math>.</p>	<p>Si: (i) <math>\Lambda</math> es compacto, y (ii) <math>a, b</math> y <math>f</math> son continuas, entonces</p> $F(\lambda) = \int_{a(\lambda)}^{b(\lambda)} f(\lambda, x) dx \quad (\lambda \in \Lambda)$ <p>existe y es uniformemente continua sobre <math>\Lambda</math>.</p>	<p>Si: (i) <math>\Lambda</math> y <math>M</math> son compactos, y (ii) <math>f</math> es continua, entonces</p> $F(\lambda) = \int_M f(\lambda, x) dx \quad (\lambda \in \Lambda)$ <p>existe y es uniformemente continua sobre <math>\Lambda</math>.</p>
<b>Derivación (Regla de Leibniz)</b>	<p>Si: (i) <math>\Lambda</math> es abierto, (ii) <math>f</math> es continua, y (iii) <math>\partial f / \partial \lambda_i</math> es continua en <math>\Lambda \times I</math> para algún <math>i = 1, \dots, p</math> (<math>\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_p) \in \Lambda</math>), entonces</p> $F(\lambda) = \int_a^b f(\lambda, x) dx \quad (\lambda \in \Lambda)$ <p>existe y es derivable respecto de <math>\lambda_i</math>, con</p> $\frac{\partial F(\lambda)}{\partial \lambda_i} = \int_a^b \frac{\partial f(\lambda, x)}{\partial \lambda_i} dx \quad (\lambda \in \Lambda).$	<p>Si: (i) <math>\Lambda</math> es abierto, (ii) <math>a, b</math> y <math>f</math> son continuas, y (iii) <math>\partial a / \partial \lambda_i</math>, <math>\partial b / \partial \lambda_i</math> y <math>\partial f / \partial \lambda_i</math> son continuas en sus respectivos dominios para algún <math>i = 1, \dots, p</math> (<math>\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_p) \in \Lambda</math>), entonces</p> $F(\lambda) = \int_{a(\lambda)}^{b(\lambda)} f(\lambda, x) dx \quad (\lambda \in \Lambda)$ <p>existe y es derivable respecto de <math>\lambda_i</math>, con</p> $\frac{\partial F(\lambda)}{\partial \lambda_i} = \int_{a(\lambda)}^{b(\lambda)} \frac{\partial f(\lambda, x)}{\partial \lambda_i} dx + \frac{\partial b(\lambda)}{\partial \lambda_i} f(\lambda, b(\lambda)) - \frac{\partial a(\lambda)}{\partial \lambda_i} f(\lambda, a(\lambda)) \quad (\lambda \in \Lambda).$	<p>Si: (i) <math>\Lambda</math> es abierto, (ii) <math>M</math> es compacto, (iii) <math>f</math> es continua y (iv) <math>\partial f / \partial \lambda_i</math> es continua para algún <math>i = 1, \dots, p</math> (<math>\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_p) \in \Lambda</math>), entonces</p> $F(\lambda) = \int_M f(\lambda, x) dx \quad (\lambda \in \Lambda)$ <p>existe y es derivable respecto de <math>\lambda_i</math>, con</p> $\frac{\partial F(\lambda)}{\partial \lambda_i} = \int_M \frac{\partial f(\lambda, x)}{\partial \lambda_i} dx \quad (\lambda \in \Lambda).$