Universidad de La Laguna
Departamento de Análisis Económico

Carmen Dolores Álvarez Albelo
Miguel Becerra Domínguez
Rosa María Cáceres Alvarado
María del Pilar Osorno del Rosal
Olga María Rodríguez Rodríguez

Tema 1
El objeto de análisis de la economía

Ejercicio 12:

Una economía solo produce plátanos (P) y tomates (T). Su dotación de recursos es 4.320 horas de trabajo. La cantidad de trabajo necesaria para producir 1 kg de tomates es constante e igual a 10 horas. La cantidad de trabajo necesaria para producir 1 kg de plátanos es constante, siendo la cantidad máxima de plátanos que puede producirse igual a 144 kg.

a) Represente gráficamente y obtenga la expresión analítica de la Frontera de Posibilidades de Producción de esta economía.
b) Determine el coste de oportunidad de los plátanos en términos de tomates. Explique su significado económico.
c) Indique si las siguientes combinaciones de producción de plátanos y tomates pertenecen al Conjunto de Posibilidades de Producción de la economía: C(90 P, 170 T); D(100 P, 132 T) y E(75 P, 200 T). Justifique su respuesta y señálelas en el gráfico anterior.

Solución:

a) Represente gráficamente y obtenga la expresión analítica de la Frontera de Posibilidades de Producción de esta economía.

Cantidad máxima de plátanos que puede producirse (todos los recursos disponibles se asignan a la producción de plátanos): 144 kg de plátanos

Cantidad máxima de tomates que puede producirse (todos los recursos disponibles se asignan a la producción de tomates):

$$\text{Cantidad máxima de tomates} = \frac{4.320\,\text{h. de trabajo}}{10\,\dfrac{\text{h. de trabajo}}{\text{kg de tomates}}} = 432\,\text{kg de tomates}$$

Dado que para producir cada kg de plátanos siempre se requiere la misma cantidad de trabajo y para producir cada kg de tomates siempre se requieren 10 horas de trabajo, el coste de oportunidad será constante y, por tanto, la *FPP* será lineal.

La combinación de producción $A=(144,\ 0)$ refleja la máxima cantidad de plátanos (*P*), y la combinación $B=(0,\ 432)$ refleja la máxima cantidad de tomates (*T*). La representación gráfica de la *FPP* es la siguiente:

Para obtener la expresión matemática o analítica de la *FPP*, partimos de la expresión general de la ecuación de una recta de pendiente negativa: $Y=a-bX$. Calculamos los valores de las constantes usando los dos puntos que pertenecen la recta (combinaciones de producción A y B):

$$B=(0,\ 432)\rightarrow 432=a-b\cdot 0\rightarrow a=432$$

$$A=(144,\ 0)\rightarrow 0=432-b\cdot 144\rightarrow b=\frac{432}{144}=3$$

Recordemos que el valor de la constante a coincide con la máxima producción de tomates, al ser el punto de corte con el eje de ordenadas. El valor de la constante b se calcula dividiendo la máxima producción de tomates entre la máxima producción de plátanos, dado que b es el valor absoluto de la pendiente de la recta.

La expresión matemática de la *FPP* es: $\boxed{T=432-3P}$

b) Determine el coste de oportunidad de los plátanos en términos de tomates. Explique su significado económico.

El coste de oportunidad de una unidad adicional de plátanos (un kg adicional de plátanos) en términos de tomates es el valor absoluto de la pendiente de la *FPP*. En este caso es constante e igual a:

$CO_P^T=\left|\frac{dT}{dP}\right|=3$ unidades de *T* por unidad de *P* (esto es, 3 kg de tomates por cada kg de plátanos).

El coste de oportunidad de los plátanos en términos de los tomates es constante e igual a 3, lo que implica que para incrementar la producción de plátanos en una unidad (en un kg) siempre es necesario reducir la producción de tomates en 3 unidades (en 3 kg). Este coste de oportunidad también muestra que se necesita el triple de factor productivo para producir un kg de plátanos (30 horas de trabajo) que para producir un kg de tomates (10 horas de trabajo).

c) Indique si las siguientes combinaciones de producción de plátanos y tomates pertenecen al Conjunto de Posibilidades de Producción de la economía: C(90 P, 170 T); D(100 P, 132 T) y E(75 P, 200 T). Justifique su respuesta y señálelas en el gráfico anterior.

Para determinar si estas combinaciones de bienes pertenecen al Conjunto de Posibilidades de Producción, es necesario comprobar si las mismas están sobre o por debajo de la *FPP*.

La *FPP* viene dada, tal y como se obtuvo en el apartado a), por la expresión: $T = 432 - 3P$

Si sustituimos las coordenadas de la combinación C(90P, 170T) en la ecuación de la *FPP*, tenemos:

$170 > 432 - 3 \cdot 90 = 162$. Por tanto, esta **combinación es inalcanzable**, ya que si se producen 90kg de plátanos, la máxima cantidad de tomates que puede producirse es 162kg, cantidad que es inferior a 170. Esta combinación no pertenece, por tanto, al Conjunto de Posibilidades de Producción.

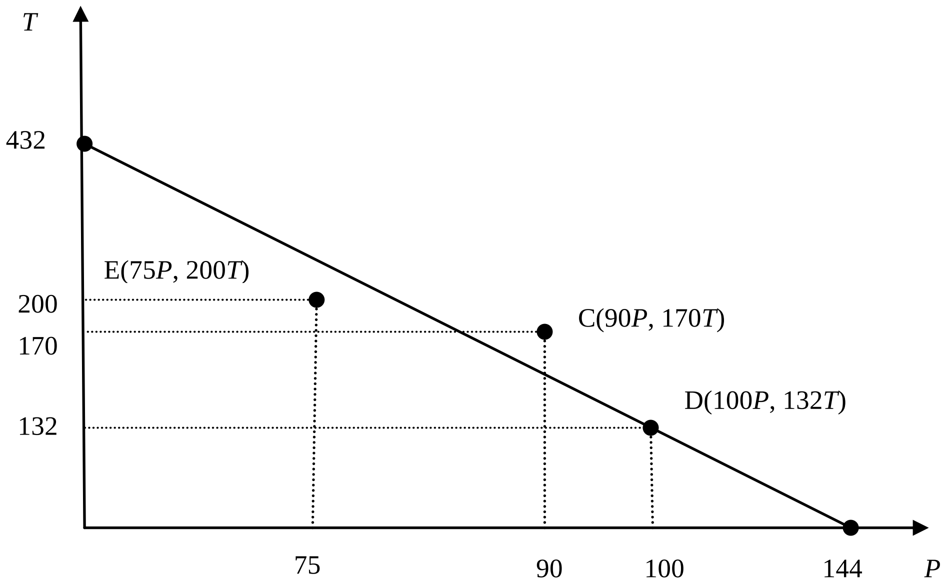
Si sustituimos las coordenadas de la combinación D(100P, 132T) en la ecuación de la *FPP*, tenemos:

$132 = 432 - 3 \cdot 100$. Por tanto, esta **combinación es eficiente**, ya que si se producen 100kg de plátanos, la máxima cantidad de tomates que puede producirse es 132kg, cumpliéndose con igualdad la ecuación de la *FPP*. Esta combinación está, por tanto, sobre la *FPP* y, como consecuencia, sí pertenece al Conjunto de Posibilidades de Producción.

Si sustituimos las coordenadas de la combinación E(75P, 200T) en la ecuación de la *FPP*, tenemos:

$200 < 432 - 3 \cdot 100 = 207$. Por tanto, esta **combinación es ineficiente**, ya que si se producen 75kg de plátanos, la máxima cantidad de tomates que puede producirse es 207kg, cantidad que es superior a 200. Esta combinación está situada por debajo de la *FPP* y, por tanto, sí pertenece al Conjunto de Posibilidades de Producción.

Gráficamente:



Ejercicio 16:

Un país dispone de 180 unidades de factor para producir tres bienes, *X*, *Y* y *Z*. El país ya ha decidido producir la cantidad de *Z* que desea, para lo que ha empleado, de forma eficiente, 80 unidades de factor.

a) Represente gráficamente la *FPP*, sabiendo que para producir cada unidad de bien *X* se necesitan 0,25 unidades de factor y que supondría producir 0,5 unidades menos de bien *Y*. Calcule las cantidades máximas de ambos bienes que puede producir este país y obtenga la expresión analítica de la *FPP*.
b) Determine el coste de oportunidad del bien *Y* en términos del bien *X*. Interprete económicamente su significado.
c) Suponga que en este país se descubre una mejora tecnológica que afecta a las producciones de los tres bienes, de manera que ahora se necesita la mitad de la cantidad de factor que antes para producir cada unidad de cada bien. Suponga, además, que el país decide producir el doble del bien *Z* que antes. Represente la nueva *FPP* indicando las cantidades máximas de los bienes *X* e Y que este país puede producir.

Solución:

a) Represente gráficamente la *FPP*, sabiendo que para producir cada unidad de bien *X* se necesitan 0,25 unidades de factor y que supondría producir 0,5 unidades menos de bien *Y*. Calcule las cantidades máximas de ambos bienes que puede producir este país y obtenga la expresión analítica de la *FPP*.

Ya se ha producido la cantidad de *Z* con 80 unidades (abreviado u.) de factor. Quedan 100 u. de factor para producir *X* e *Y*.

Las cantidades máximas de los bienes que pueden producirse con 100 u. de factor son las siguientes:

<u>Cantidad máxima de bien *X*</u> (todos los recursos disponibles se asignan a la producción de *X*):

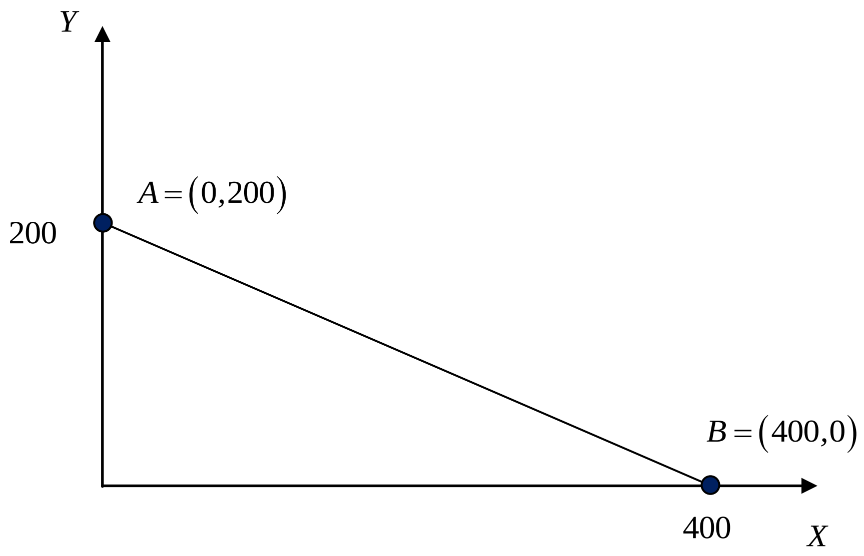
$$\text{Cantidad máxima de } X = \frac{100 \text{ u. de factor}}{0{,}25 \ \dfrac{\text{u. de factor}}{\text{u. de } X}} = 400 \text{ u. de } X$$

<u>Cantidad máxima de bien *Y*</u> (todos los recursos disponibles se asignan a la producción de *Y*):

$$\text{Cantidad máxima de } Y = \frac{100 \text{ u. de factor}}{0{,}5 \ \dfrac{\text{u. de factor}}{\text{u. de } Y}} = 200 \text{ u. de } Y$$

Dado que para producir cada u. de *X* siempre se requieren 0,25 u. de factor y para producir cada u. *Y* siempre se requieren 0,5 u. de factor, el coste de oportunidad será constante y la *FPP* será lineal.

La combinación de producción $A = (0{,}200)$ refleja la máxima cantidad de *Y*, y la combinación $B = (400{,}0)$ refleja la máxima cantidad de *X*. La representación gráfica de la *FPP* es la siguiente:



Para obtener la expresión matemática o analítica de la *FPP*, partimos de la expresión general de la ecuación de una recta de pendiente negativa: $Y = a - bX$. Calculamos los valores de las constantes usando los dos puntos que pertenecen la recta (combinaciones de producción A y B):

$$A = (0,200) \rightarrow 200 = a - b \cdot 0 \rightarrow a = 200$$

$$B = (400,0) \rightarrow 0 = 200 - b \cdot 400 \rightarrow b = \frac{200}{400} \rightarrow b = \frac{1}{2}$$

Recordemos que el valor de la constante a coincide con la máxima producción de *Y*, al ser el punto de corte con el eje de ordenadas. El valor de la constante b se calcula dividiendo la máxima producción de *Y* entre la máxima producción de *X*, dado que b es el valor absoluto de la pendiente de la recta.

La expresión matemática de la *FPP* es: $\boxed{Y = 200 - \frac{1}{2}X}$

b) Determine el coste de oportunidad del bien *Y* en términos del bien *X*. Interprete económicamente su significado.

El coste de oportunidad de una u. adicional de bien *X* en términos del bien *Y* es el valor absoluto de la pendiente de la *FPP*. En este caso es constante e igual a:

$$\mathrm{CO}_X^Y = \left|\frac{dY}{dX}\right| = \frac{1}{2} \text{ unidades de } Y \text{ por unidad de } X$$

El coste de oportunidad del bien *X* en términos de bien *Y* es constante e igual a 0,5, lo que implica que para incrementar la producción de *X* en una u. siempre debemos reducir la producción de bien *Y* en media u. El coste de oportunidad también muestra que se necesita la mitad de factor productivo para producir una u. de bien *X* que para producir una u. de bien *Y*, como ya vimos en el apartado a).

Sin embargo, este no es el coste de oportunidad que nos pide el ejercicio. Debemos calcular el coste de oportunidad de *Y* en términos de *X*. Este coste de oportunidad será el inverso del anterior:

$$\boxed{\mathrm{CO}_Y^X = \left|\frac{dX}{dY}\right| = 2 \text{ unidades de } X \text{ por unidad de } Y}$$

El coste de oportunidad del bien *Y* en términos de bien *X* es constante e igual a 2, lo que implica que para incrementar la producción de *Y* en una u. siempre debemos reducir la producción de bien *Y* en 2 u. El coste de oportunidad también muestra que se necesita el doble de factor productivo para producir una u. de bien *Y* que para producir una u. de bien *X*, como ya vimos en el apartado a).

c) Suponga que en este país se descubre una mejora tecnológica que afecta a las producciones de los tres bienes, de manera que ahora se necesita la mitad de la cantidad de factor que antes para producir cada unidad de cada bien. Suponga, además, que el país decide producir el doble del bien *Z* que antes. Represente la nueva *FPP* indicando las cantidades máximas de los bienes *X* e Y que este país puede producir.

Seguimos teniendo 180 unidades de factor. Tiene lugar una mejora tecnológica en la producción de los tres bienes, de tal manera que la cantidad de factor necesaria para producir cada u. de cada uno de los bienes se reduce a la mitad. Ahora, el país puede seguir produciendo la misma cantidad de bien *Z* con la mitad de factor que antes. Por tanto, para producir el doble de bien *Z* sigue necesitando 80 u. de factor en la producción de este bien. Quedan 100 u. de factor para producir los bienes *X* e *Y*.

Las cantidades máximas de los bienes *X* e *Y* que pueden producirse con 100 u. de factor son las siguientes:

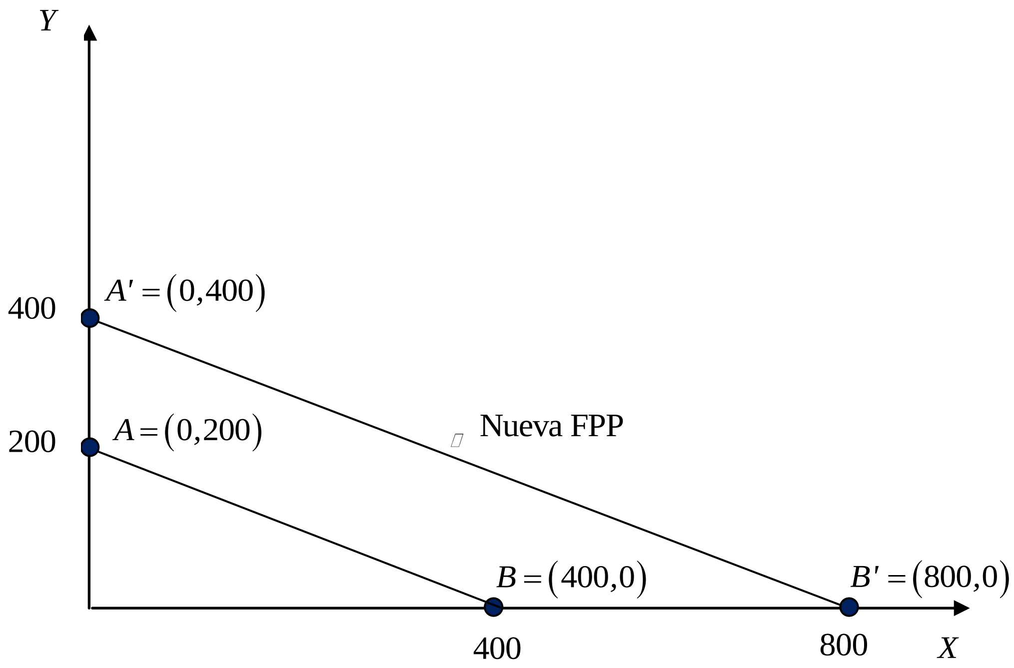
<u>Cantidad máxima de bien *X*</u> (todos los recursos disponibles se asignan a la producción de bien *X*)

$$\text{Cantidad máxima de } X = \frac{100 \text{ u. de factor}}{0{,}125 \ \dfrac{\text{u. de factor}}{\text{u. de } X}} = 800 \text{ u. de } X$$

<u>Cantidad máxima de bien *Y*</u> (todos los recursos disponibles se asignan a la producción de bien *Y*)

$$\text{Cantidad máxima de } Y = \frac{100 \text{ u. de factor}}{0{,}25 \ \dfrac{\text{u. de factor}}{\text{u. de } Y}} = 400 \text{ u. de } Y$$

La representación gráfica de la *FPP* antes y después de la mejora tecnológica es la siguiente:



La combinación de producción $A' = (0,400)$ refleja la máxima cantidad de *Y*, y la combinación $B' = (800,0)$ refleja la máxima cantidad de *X*:

Aunque no nos lo pide el ejercicio, calculamos la expresión matemática de la nueva *FPP*:

$$Y = a - bX \rightarrow \begin{array}{l} a = 400 \\ b = \dfrac{400}{800} \end{array} \rightarrow \boxed{Y = 400 - \frac{1}{2}X}$$

Notemos que el coste de oportunidad de *X* en términos de *Y* sigue siendo igual a 0,5 u. de *Y* por u. de *X*. Por tanto, el coste de oportunidad de *Y* en términos de *X* sigue siendo 2 u. de *X* por u. de *Y*. El coste de oportunidad no se ha modificado porque para producir cada u. de *X* se sigue requiriendo la mitad de factor que para producir una u. de *Y*; o lo que es lo mismo, para producir una u. de *Y* se sigue requiriendo el doble de factor que para producir una u. de *X*.

Ejercicio 17:

Una economía que dispone de 75 unidades de factor produce únicamente dos bienes, *X* e *Y*. La *FPP* viene expresada por la siguiente función: $Y = a - 3X$.

a) Sabiendo que para producir cada unidad del bien *X* se necesitan 0,75 unidades de factor, represente gráficamente la *FPP*, indicando las cantidades máximas de los dos bienes que se pueden producir.
b) Calcule el coste de oportunidad del bien *X* en términos del bien *Y* e interprete su valor en términos económicos.
c) Justifique económicamente qué cantidad de factor se necesita para producir cada unidad del bien *Y*.

Solución:

a) Sabiendo que para producir cada unidad del bien *X* se necesitan 0,75 unidades de factor, represente gráficamente la *FPP*, indicando las cantidades máximas de los dos bienes que se pueden producir.

La economía dispone de 75 unidades (abreviado u.) de factor. La cantidad máxima que puede producir de bien *X* es:

$$\text{Cantidad máxima de } X = \frac{75 \text{ u. de factor}}{0{,}75 \dfrac{\text{u. de factor}}{\text{u. de } X}} = 100 \text{ u. de } X$$

Llamaremos $B = (100,0)$ a la combinación de producción que supone la cantidad máxima que puede producirse de *X*.

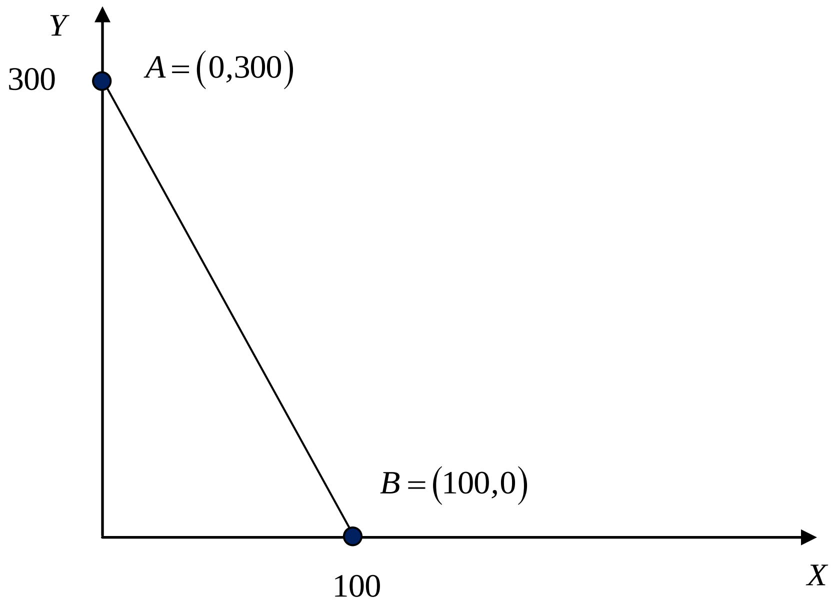
La cantidad máxima que puede producir de bien *Y* puede calcularse sustituyendo la combinación *B* en la expresión de la *FPP*:

$$\left.\begin{array}{l} Y = a - 3X \\ B = (100,0) \end{array}\right\} \rightarrow\ 0 = a - 3 \cdot 100 \rightarrow\ a = 300$$

La cantidad máxima que puede producirse de bien *Y* son 300 u. Llamaremos $A = (0,300)$ a la combinación que supone la máxima cantidad de bien *Y*.

La expresión de la *FPP* es: $\boxed{Y = 300 - 3X}$

La representamos gráficamente la *FPP* es la siguiente:



b) Calcule el coste de oportunidad del bien *X* en términos del bien *Y* e interprete su valor en términos económicos.

El coste de oportunidad de *X* en términos de *Y* es igual al valor absoluto de la derivada de la expresión de la *FPP*:

$$\mathrm{CO}_X^Y = \left|\frac{dY}{dX}\right| = 3 \text{ unidades de } Y \text{ por unidad de } X$$

Su valor es 3, lo que implica que por cada u. de *X* que se produce, la producción de *Y* debe reducirse en 3 u. El coste de oportunidad de *X* también indica que para producir cada unidad de *X* se requiere el triple de factor que para producir cada u. de *Y*.

c) Justifique económicamente qué cantidad de factor se necesita para producir cada unidad del bien *Y*.

Si para producir cada u. de bien *X* se requiere 0,75 u. de factor, y para producir cada u. de *X* se requiere el triple de factor que para producir cada u. de *Y*, entonces para producir cada u. de *Y* se requieren 0,25 u. de factor.

Este resultado también puede obtenerse dividiendo la cantidad total de factor entre la máxima cantidad de *Y*:

$$\frac{75 \text{ u. de factor}}{300 \text{ u. de } Y} = 0{,}25 \ \frac{\text{u. de factor}}{\text{u. de } Y}$$

Ejercicio 19:

Un país dispone de 900 unidades de factor que puede utilizar en la producción de dos bienes, *X* e *Y*. Suponga que el factor es cada vez menos productivo en la elaboración del bien *X*, es decir, para producir cada unidad adicional de *X* es preciso utilizar cada vez mayor cantidad de factor. En cambio, cada unidad de *Y* se produce con la misma cantidad de factor.

a) Explique razonadamente cuál de las siguientes expresiones podría representar la Frontera de Posibilidades de Producción (*FPP*) de este país:

$$1)\quad Y = 90 - \frac{1}{10}X \qquad 2)\quad Y = 90 - \frac{1}{10}X^2 \qquad 3)\quad Y = 90 - \frac{1}{10}X^{1/2}$$

b) Represente gráficamente la *FPP* correspondiente a este país, indicando la cantidad máxima que puede producir de cada bien.

c) Explique si es posible que este país pueda producir la combinación $A = (10{,}41)$. Partiendo de este punto, ¿cuál sería el coste de oportunidad de incrementar la producción de bien *X* en una unidad? Explique su respuesta.

d) Suponga que tiene lugar una mejora tecnológica que afecta exclusivamente a la producción del bien *X*, de manera que puede producirse, como máximo, el doble de unidades de este bien que las que podían producirse antes de la mejora tecnológica. Comente si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: "*El coste de oportunidad de la primera unidad que se produce del bien X es mayor después de la mejora tecnológica que antes de que esta tuviera lugar*".

Solución:

a) Explique razonadamente cuál de las siguientes expresiones podría representar la Frontera de Posibilidades de Producción (*FPP*.) de este país:

$$1)\quad Y = 90 - \frac{1}{10}X \qquad 2)\quad Y = 90 - \frac{1}{10}X^2 \qquad 3)\quad Y = 90 - \frac{1}{10}X^{1/2}$$

El coste de oportunidad de *X* en términos de *Y* también indica la cantidad necesaria de factor productivo para producir cada unidad de *X* en relación a la que se requiere para producir cada unidad de *Y*.

Producir cada unidad de *Y* siempre requiere la misma cantidad de factor. Sin embargo, producir sucesivas unidades de *X* requiere cada vez más cantidad de factor. Esto implica que, conforme aumentamos la producción de *X*, la producción de *Y* cae cada vez más. Por tanto, el coste de oportunidad de *X* en términos de *Y* en esta economía crece conforme aumentamos la producción de *X*, con lo que la *FPP* es cóncava.

De las tres fronteras de posibilidades de producción que muestra el enunciado, debemos elegir aquella que sea cóncava, es decir, aquella en la que el coste de oportunidad de *X* crece al aumentar la producción de *X*.

Opción 1

$$Y = 90 - \frac{1}{10}X \rightarrow CO_X^Y = \left|\frac{dY}{dX}\right| = \frac{1}{10} \text{ u. de } Y \text{ por u. de } X$$

Coste de oportunidad constante → FPP lineal

Opción 2

$$Y = 90 - \frac{1}{10} X^2$$

$CO_X^Y = \left| \frac{dY}{dX} \right| = \frac{1}{5} X$ u. de Y por u. de X

Coste de oportunidad creciente con $X \rightarrow$ FPP cóncava

Opción 3

$$Y = 90 - \frac{1}{10} X^{1/2}$$

$CO_X^Y = \left| \frac{dY}{dX} \right| = \frac{1}{20} \frac{1}{X^{1/2}}$ u. de Y por u. de X

Coste de oportunidad decreciente con $X \rightarrow$ FPP convexa

La *FPP* de esta economía es la que muestra la opción 2.

b) Represente gráficamente la *FPP* correspondiente a este país, indicando la cantidad máxima que puede producir de cada bien.

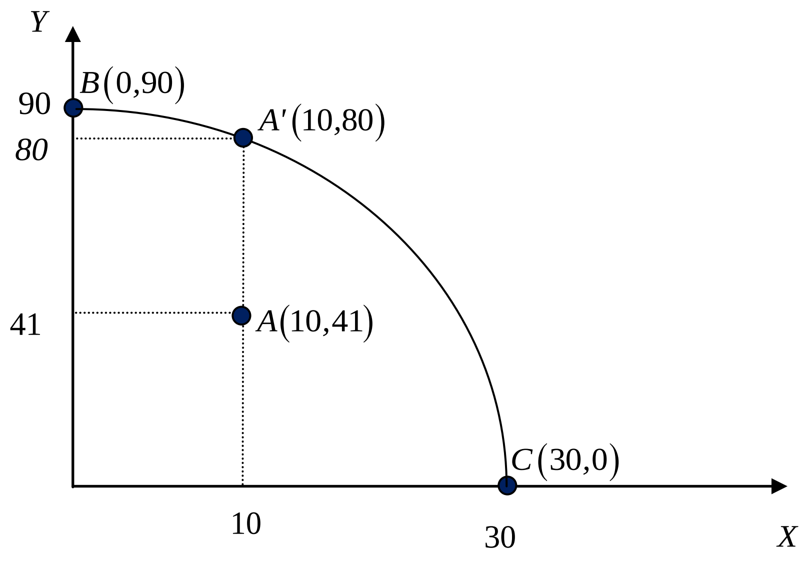
Las cantidades máximas que pueden producirse de los bienes son las siguientes:
Cantidad máxima de bien *Y*

$$X = 0 \rightarrow Y = 90 - \frac{1}{10} 0^2 \rightarrow Y = 90$$

Llamamos $B = (0{,}90)$ a la combinación que supone la máxima producción de bien *Y*.
Cantidad máxima de bien *Y*

$$Y = 0 \rightarrow 0 = 90 - \frac{1}{10} X^2 \rightarrow 90 = \frac{1}{10} X^2 \rightarrow 900 = X^2 \rightarrow X = \sqrt{900} \rightarrow X = 30$$

Llamamos $C = (30{,}0)$ a la combinación que supone la máxima producción de bien *X*.
La representación gráfica de la *FPP* es la siguiente:



c) Explique si es posible que este país pueda producir la combinación $A=(10,41)$. Partiendo de este punto, ¿cuál sería el coste de oportunidad de incrementar la producción de bien *X* en una unidad? Explique su respuesta.

Para comprobar si la economía puede producir la combinación $A=(10,41)$, calculamos la producción máxima de *Y* que podría obtenerse si la economía estuviera produciendo 10 u. de bien *X*. Para ello, sustituimos la producción de 10 u. de *X* en la *FPP*:

$$Y=90-\frac{1}{10}10^2 \rightarrow Y=90-10 \rightarrow Y=80$$

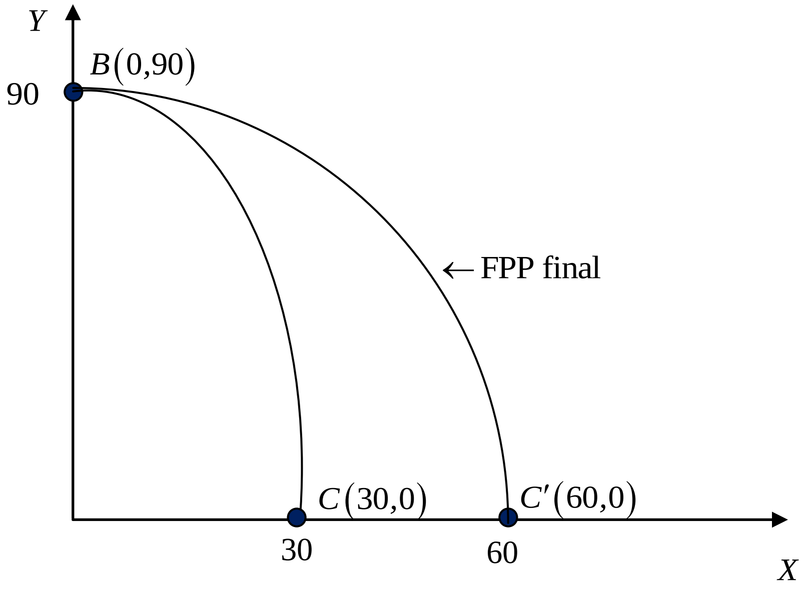
Si la economía produjera 10 u. de *X*, podría producir un máximo de 80 u. de *Y*, dados los recursos y la tecnología de los que dispone. A esta combinación la llamamos $A'=(10,80)$.

La combinación $A=(10,41)$ está en el interior de la *FPP* y, por tanto, es ineficiente. Esto implica que puede producirse, es decir, es alcanzable o accesible, pero no se usan todos los recursos o/y las tecnologías más productivas.

Ambas combinaciones de producción están representadas en el gráfico anterior.
Partiendo de la combinación *A* podría aumentarse la producción de *X* en una unidad sin reducir la producción de *Y*. Por tanto, no habría coste de oportunidad asociado.

d) Suponga que tiene lugar una mejora tecnológica que afecta exclusivamente a la producción del bien *X*, de manera que puede producirse, como máximo, el doble de unidades de este bien que las que podían producirse antes de la mejora tecnológica. Comente si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: "*El coste de oportunidad de la primera unidad que se produce del bien X es mayor después de la mejora tecnológica que antes de que esta tuviera lugar*".

El gráfico siguiente muestra la *FPP* inicial y la *FPP* después de la mejora tecnológica en la producción de *X*:



Consideremos la expresión que define el coste de oportunidad de *X* para entender mejor el resultado:

$$CO_X^Y = \left| \frac{\text{Caída en la producción de } Y^{\quad MENOR}}{\text{Incremento en la producción de } X \text{ en 1 unidad}} \right| \rightarrow CO_X^Y \text{ menor}$$

Una mejora tecnológica en la producción de *X* supone que para producir la primera unidad de *X* (denominador igual a 1) necesitamos una menor cantidad de factor. Por tanto, quitamos menos unidades de factor de la producción de *Y*, con lo que la producción de *Y* cae menos (numerador). Esto quiere decir que el coste de oportunidad de producir la primera unidad de *X* en términos de *Y* es menor con la mejora tecnológica en *X* que sin ella. La afirmación es errónea.