1.7. Algunos modelos de Equilibrio General.

1.7.1. Intercambio puro.

En el modelo de intercambio puro no hay producción, sino que los bienes existentes son variables exógenas. La manera más intuitiva de interpretar este modelo es considerar que los agentes van a un mercado a intercambiar sus bienes, que previamente han sido producidos, aunque la producción no está recogida por el modelo (de ahí que se llame modelo de intercambio puro). Aunque los modelos de intercambio puro tienen algunas aplicaciones interesantes, el hecho de no tener producción los hace limitados. Su justificación principal es la simplicidad, lo que hace que se puedan tratar o bien temas complejos, o bien aspectos de la realidad económica que no están relacionados con la producción.

En el modelo que se presenta hay dos consumidores, 1 y 2, y dos bienes, *x* e *y*. La notación sigue siendo la habitual: la función de utilidad del agente 1 vendría dada por $u^1(c_x^1, c_y^1)$ y la del agente 2 por $u^2(c_x^2, c_y^2)$, siendo c_x^1 la cantidad de bien *x* consumida por la economía doméstica 1, c_y^1 la cantidad de bien *y* consumida por la economía doméstica 1, c_x^2 la cantidad de bien *x* consumida por la economía doméstica 2, c_y^2 la cantidad de bien *y* consumida por la economía doméstica 2. La única novedad en este modelo es que ahora los consumidores no tienen rentas, sino bienes. Más concretamente, el consumidor 1 tiene q_x^1 unidades del bien *x* y q_y^1 unidades del bien *y*, mientras que el consumidor 2 tiene q_x^2 unidades del bien *x* y q_y^2 unidades del bien *y*. A la combinación inicial de bienes (q_x^1, q_y^1) la denominaremos dotación inicial. Las cantidades totales de bienes existentes en la economía las llamaremos $\bar{q}_x \equiv q_x^1 + q_x^2$ para el bien *x*, y $\bar{q}_y \equiv q_y^1 + q_y^2$ para el bien *y*. Las restricciones presupuestarias de los consumidores serían, por tanto, de la siguiente forma:

Economía doméstica 1: $p_x c_x^1 + p_y c_y^1 \le p_x q_x^1 + p_y q_y^1$

Economía doméstica 2: $p_x c_x^2 + p_y c_y^2 \le p_x q_x^2 + p_y q_y^2$

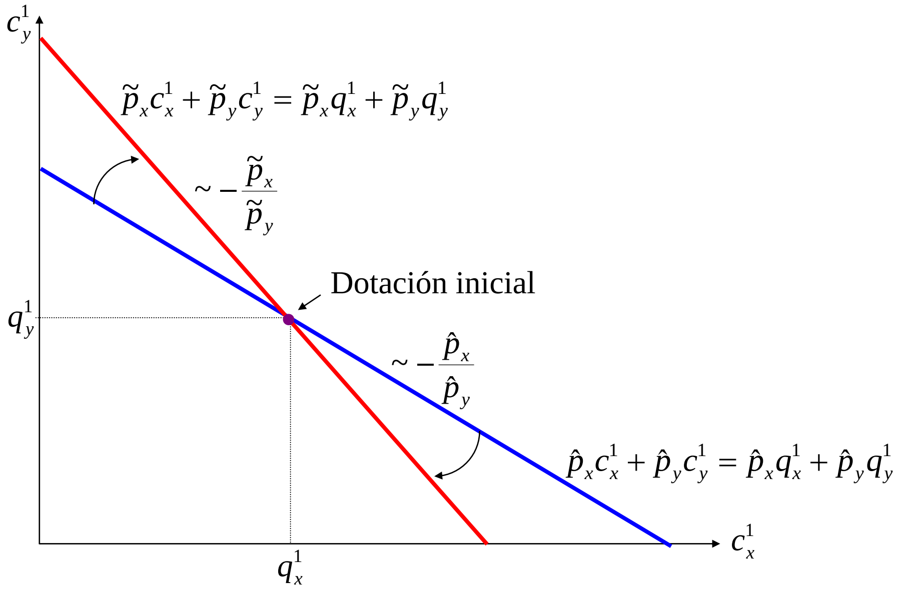
Otra manera de escribir la restricción presupuestaria es a través de los precios relativos, ya que, como hemos visto, los precios "absolutos" no tienen significado por sí solos: lo único relevante son los precios relativos:

Economía doméstica 1: $\frac{p_x}{p_y} c_x^1 + c_y^1 \le \frac{p_x}{p_y} q_x^1 + q_y^1 \Leftrightarrow c_x^1 + \frac{p_y}{p_x} c_y^1 \le q_x^1 + \frac{p_y}{p_x} q_y^1$

Economía doméstica 2: $\frac{p_x}{p_y} c_x^2 + c_y^2 \le \frac{p_x}{p_y} q_x^2 + q_y^2 \Leftrightarrow c_x^2 + \frac{p_y}{p_x} c_y^2 \le q_x^2 + \frac{p_y}{p_x} q_y^2$

Una particularidad de estas restricciones presupuestarias es que siempre pasan por la dotación inicial, ya que siempre es posible (aunque no necesariamente óptimo) consumir la dotación inicial. Por tanto, si cambian los precios relativos, la recta balance bascula o gira en torno a la dotación inicial. La gráfica siguiente muestra esta idea:

Efecto de un incremento del precio relativo de *x* en la recta de balance



En este modelo solo hay economías domésticas que eligen sus cestas de consumo, por tanto, una **asignación** consistiría en las cestas de consumo de todas las economías domésticas (en nuestro caso, dos):

$$(\underbrace{c_x^1, c_y^1}_{\substack{\text{Cesta de}\\ \text{consumo}\\ \text{agente 1}}}, \underbrace{c_x^2, c_y^2}_{\substack{\text{Cesta de}\\ \text{consmo}\\ \text{agente 2}}})$$

Dado que no hay producción, las **asignaciones factibles** serían aquellas en las que se consume menos o igual que la cantidad de bienes existentes:

$$c_x^1 + c_x^2 \le \bar{q}_x ;\; c_y^1 + c_y^2 \le \bar{q}_y$$

Por tanto, todas las asignaciones factibles donde se reparten enteramente los bienes entre los consumidores pueden ser representadas en una caja de Edgeworth, siendo el alto de la caja la cantidad total de bien *y* disponible en la economía, $\bar{q}_y$, y el ancho la cantidad total de bien *x* disponible en la economía, $\bar{q}_x$.

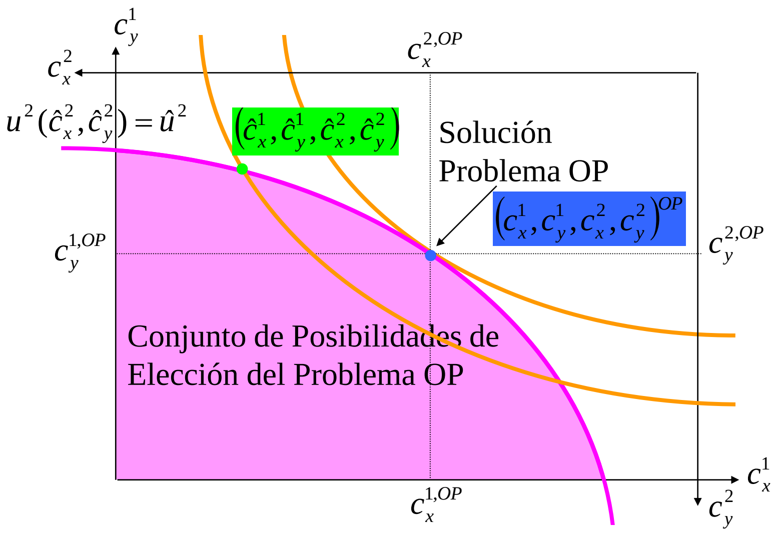
Una asignación eficiente en sentido de Pareto es una asignación factible, tal que no existe otra asignación factible donde se pueda mejorar al menos a un consumidor sin empeorar a nadie. Por tanto, dada la utilidad de uno de los agentes, se tiene que estar maximizando la utilidad del otro, sujeto a las restricciones de factibilidad y a que la utilidad del primer agente es igual o superior a un determinado nivel. Esto es:

$$\max_{c_x^1, c_y^1, c_x^2, c_y^2} u^1\left(c_x^1, c_y^1\right)$$
$$\text{s.a}: \; u^2\left(c_x^2, c_y^2\right) \geq \hat{u}^2$$
$$c_x^1 + c_x^2 \leq \bar{q}_x$$
$$c_y^1 + c_y^2 \leq \bar{q}_y$$

donde $\hat{u}^2 = u^2\left(\hat{c}_x^2, \hat{c}_y^2\right)$.

En el siguiente gráfico se representa la solución del problema de óptimo de Pareto anterior. Vemos que la intercepción del conjunto de contorno superior del agente 2 (para el nivel de utilidad $\hat{u}^2$) con la caja de Edgeworth define el conjunto de posibilidades de elección de este problema de óptimo de Pareto, ya que se tiene que elegir una asignación factible (y, por tanto, en la caja de Edgeworth), donde el agente 2 esté por encima del nivel de utilidad $\hat{u}^2$ (y, por tanto, en el conjunto de contorno superior del agente 2 para ese nivel de utilidad). Esta idea se muestra en el siguiente gráfico:

Problema OP con dos consumidores



Si $\left(\hat{c}_x^1,\hat{c}_y^1,\hat{c}_x^2,\hat{c}_y^2\right)$ no es la solución de OP, no es eficiente.
La solución de OP $\left(c_x^1,c_y^1,c_x^2,c_y^2\right)^{OP}$ es eficiente.

En el anterior gráfico se observa que para que una asignación sea eficiente, las curvas de indiferencia de los dos consumidores tienen que ser tangentes. De no ser así, siempre se podría mejorar a un agente sin empeorar al otro. Por tanto, una condición necesaria para que haya eficiencia (en una solución interior) es que las *RMSs* de los consumidores se igualen. Es decir, debe satisfacerse la condición de **eficiencia asignativa del consumo**:

$$RMS_{x,y}^1(c_x^1,c_y^1) = RMS_{x,y}^2(c_x^2,c_y^2)$$

Esta condición se puede obtener también analíticamente a través de la resolución del Lagrangiano correspondiente al problema de óptimo de Pareto:

$$\ell = u^1\left(c_x^1, c_y^1\right) + \lambda^2\left[u^2\left(c_x^2, c_y^2\right) - \hat{u}^2\right] + \wp_x\left[\bar{q}_x - c_x^1 - c_x^2\right] + \wp_y\left[\bar{q}_y - c_y^1 - c_y^2\right]$$

Las condiciones de primer orden para solución interior son:

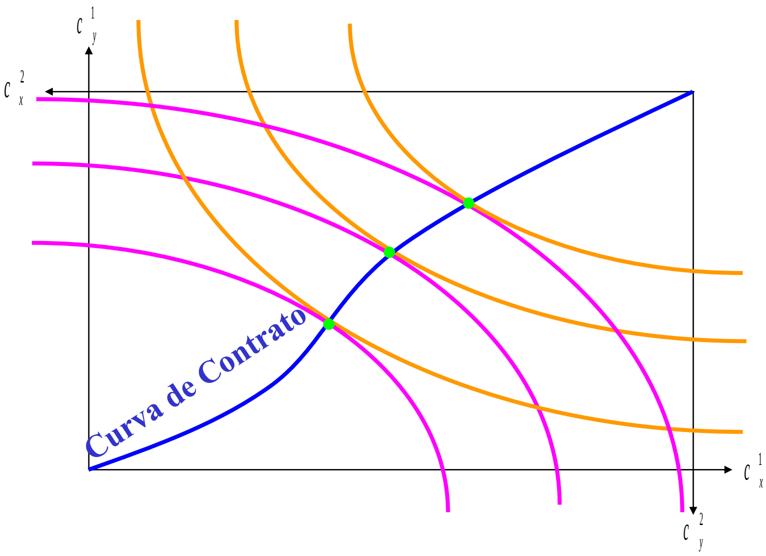
$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial \ell}{\partial c_x^1} = \dfrac{\partial u^1(c_x^1, c_y^1)}{\partial c_x^1} - \wp_x = 0 \\ \dfrac{\partial \ell}{\partial c_y^1} = \dfrac{\partial u^1(c_x^1, c_y^1)}{\partial c_y^1} - \wp_y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \dfrac{\dfrac{\partial u^1(c_x^1, c_y^1)}{\partial c_x^1}}{\dfrac{\partial u^1(c_x^1, c_y^1)}{\partial c_y^1}} = RMS_{x,y}^1(c_x^1, c_y^1) = \dfrac{\wp_x}{\wp_y}$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial \ell}{\partial c_x^2} = \lambda^2 \dfrac{\partial u^2(c_x^2, c_y^2)}{\partial c_x^2} - \wp_x = 0 \\ \dfrac{\partial \ell}{\partial c_y^2} = \lambda^2 \dfrac{\partial u^2(c_x^2, c_y^2)}{\partial c_y^2} - \wp_y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \dfrac{\lambda^2 \dfrac{\partial u^2(c_x^2, c_y^2)}{\partial c_x^2}}{\lambda^2 \dfrac{\partial u^2(c_x^2, c_y^2)}{\partial c_y^2}} = RMS_{x,y}^2(c_x^2, c_y^2) = \dfrac{\wp_x}{\wp_y}$$

$$\left.\begin{array}{l} RMS_{x,y}^1(c_x^1, c_y^1) = \dfrac{\wp_x}{\wp_y} \\ RMS_{x,y}^2(c_x^2, c_y^2) = \dfrac{\wp_x}{\wp_y} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{RMS_{x,y}^1(c_x^1, c_y^1) = RMS_{x,y}^2(c_x^2, c_y^2)}$$

Las asignaciones eficientes en sentido de Pareto se pueden representar a través de la curva de contrato en la caja de Edgeworth:

Curva de Contrato



Equilibrio Walrasiano en este modelo.

En cuanto al equilibrio Walrasiano, en este modelo de intercambio puro se define de la siguiente manera:

Definición 2: Un **equilibrio Walrasiano** es una asignación $(c_x^1, c_y^1, c_x^2, c_y^2)$, llamada **asignación de equilibrio,** y un vector de precios (p_x, p_y), llamado **vector de precios de equilibrio**, tal que:

- Las economías domésticas eligen aquella cesta de consumo que maximizan su utilidad (demanda de bienes):

  - Consumidor 1:

  $$RMS_{x,y}^1(c_x^1, c_y^1) = \frac{p_x}{p_y}$$

  $$p_x c_x^1 + p_y c_y^1 \leq p_x q_x^1 + p_y q_y^1$$

  - Consumidor 2:

  $$RMS_{x,y}^2(c_x^2, c_y^2) = \frac{p_x}{p_y}$$

  $$p_x c_x^2 + p_y c_y^2 \leq p_x q_x^2 + p_y q_y^2$$

- Los mercados de bienes están en equilibrio (demanda = oferta):

  - Bien *x*:

  $$c_x^1 + c_x^2 = q_x^1 + q_x^2$$

  - Bien *y*:

  $$c_y^1 + c_y^2 = q_y^1 + q_y^2$$

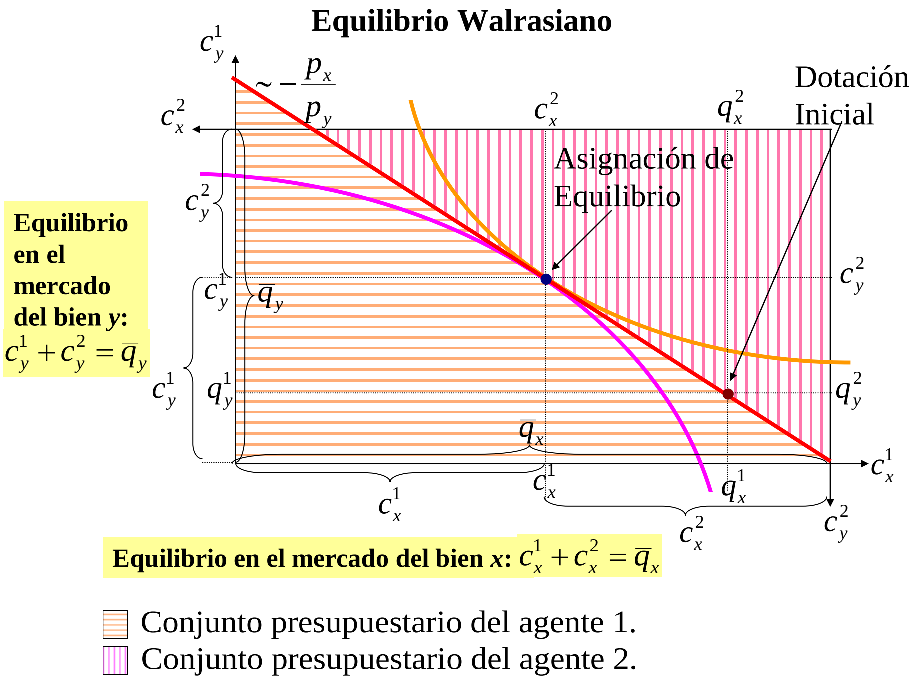
En realidad, en este modelo el consumo no es la cantidad demandada en el mercado por parte de las economías domésticas, ya que parte del consumo lo satisfacen con su propia dotación, por lo que la cantidad demandada de un bien, por ejemplo *x*, en el mercado por parte de las economías domésticas sería su consumo de bien *x* menos su dotación de bien *x*, siempre que el consumo fuera superior a la dotación de bien *x*. Lo mismo ocurre con la oferta, la cantidad ofertada de un bien por parte de un consumidor sería su dotación de ese bien menos la cantidad que consume del mismo. Así, si por ejemplo el consumidor 1 vende bien *x* y compra bien *y*, y el consumidor 2 compra bien *x* y vende bien *y*, entonces la condición de equilibrio de demanda igual a oferta se escribiría de la siguiente manera:

Bien *x*: $\underbrace{q_x^1 - c_x^1}_{\text{oferta } x} = \underbrace{c_x^2 - q_x^2}_{\text{demanda } x}$

Bien *y*: $\underbrace{c_y^1 - q_y^1}_{\text{demanda } y} = \underbrace{q_y^2 - c_y^2}_{\text{oferta } y}$

Para calcular el equilibrio Walrasiano es necesario resolver el sistema de ecuaciones que determina la definición del equilibrio, siempre teniendo en cuenta que hay que normalizar los precios (ya que lo único importante son los precios relativos), y sabiendo que sobra una ecuación (una condición de equilibrio del mercado de un bien), ya que, por la Ley de Walras, si todos los mercados menos uno están en equilibrio, ese último mercado también lo está.

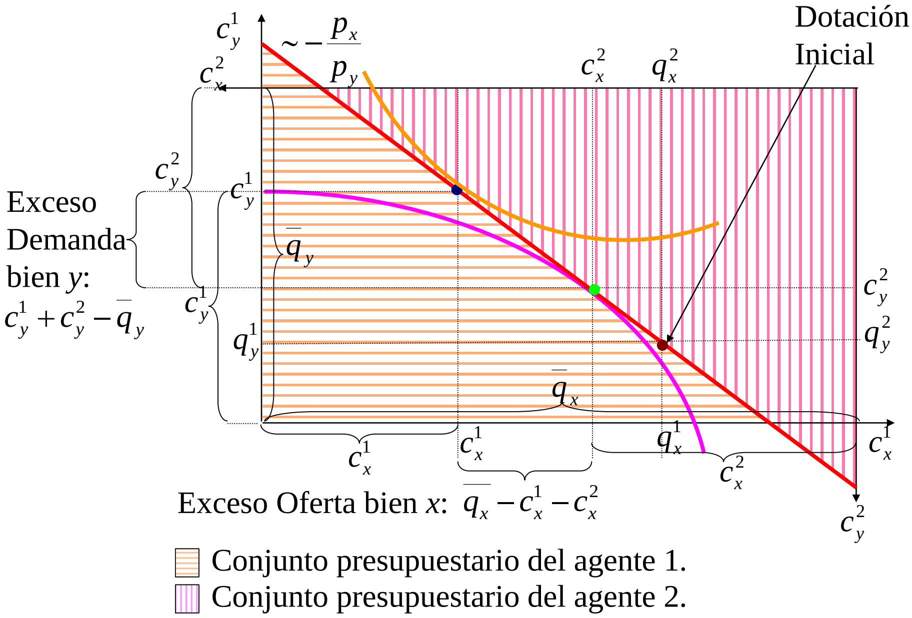
En el siguiente gráfico se representa el equilibrio Walrasiano en la caja de Edgeworth:



En el gráfico anterior vemos representados en una caja de Edgeworth los conjuntos presupuestarios de los dos consumidores que, como ya hemos visto, pasan por su dotación inicial. Los dos consumidores están maximizando su utilidad sujeto a su restricción presupuestaria, y al coincidir las cestas de consumo de cada consumidor en un solo punto, significa que la cantidad consumida de cada bien por parte de las economías domésticas coincide con la cantidad total de ese bien existente en la economía, lo que implica que hay equilibrio en los mercados de los dos bienes. Se ve que las curvas de indiferencia de los consumidores que pasan por el punto de equilibrio son tangentes, por tanto el equilibrio Walrasiano es eficiente (Primer Teorema del Bienestar), ya que cumple la condición de eficiencia asignativa del consumo.

En el gráfico siguiente se representa lo que ocurre cuando el vector de precios no es de equilibrio. Las cestas de consumo de los dos consumidores en la caja de Edgeworth no coinciden en el mismo punto, lo que significa que se querría consumir más de un bien que la cantidad existente en la economía de dicho bien (habría exceso de demanda), y se querría consumir menos del otro bien que la cantidad existente en la economía de dicho bien (habría exceso de oferta). En el ejemplo del gráfico hay exceso de demanda del bien *y* y exceso de oferta del bien *x*.

Vector de precios que no es de equilibrio



1.7.2. Modelo con un consumidor, dos empresas, un factor y dos bienes.

En esta sección se presenta uno de los modelos de equilibrio general más simples que puede plantearse. En este modelo existen un solo consumidor, un solo factor, L, una empresa por sector (la empresa *x* es la que produce el bien *x* y la empresa *y* es la que produce el bien *y*) y dos bienes (*x* e *y*). El factor L se puede considerar trabajo o bien un factor compuesto de distintos factores productivos: trabajo, capital físico, capital humano, tierra, etc.

La producción de la empresa que produce el bien *x* y la que produce el bien *y* vienen dadas por las respectivas funciones de producción[7] $F_x(L_x)$ y $F_y(L_y)$, siendo L_x y L_y las cantidades del único factor utilizadas, respectivamente, por las empresas del bien *x* e *y*. Las producciones de las empresas del bien *x* e *y* vendrían dadas por q_x y q_y, respectivamente.

En la economía de este modelo hay una dotación total del único factor igual a $\bar{L} > 0$, que posee el único consumidor que existe. Además, a él le pertenecen los beneficios de las dos empresas. Las preferencias de ese único consumidor vienen dadas por la función de utilidad[8] $u(c_x, c_y)$, siendo c_x y c_y, respectivamente, las cantidades de bien *x* y bien *y* consumidas por él.

[7] Las funciones de producción son continuas, diferenciables de segundo orden, estrictamente crecientes en $\Re_{++}$ y estrictamente cuasi-cóncavas.

[8] Las funciones de utilidad son continuas, diferenciables de segundo orden, estrictamente crecientes en ambos argumentos en $\Re_{++}^2$ y estrictamente cuasi-cóncavas.

Asignación factible: es una asignación donde la cantidad que se consume de cada bien es menor o igual que lo producido por la empresa de ese bien, donde la cantidad producida por cada empresa es la que le permite su tecnología (es menor o igual a lo que determina su función de producción), y donde la cantidad de factor utilizada por las empresas es menor o igual que la dotación de ese factor en la economía. Es decir, $(c_x, c_y, q_x, L_x, q_y, L_y)$ es factible si y solo si se cumplen las siguientes restricciones de factibilidad:

- Se consume menos o igual que lo que se produce: $c_x \leq q_x$;. $c_y \leq q_y$.
- Cada empresa produce de acuerdo con su tecnología: $q_x \leq F_x(L_x)$; $q_y \leq F_y(L_y)$.
- No se usa más factor del existente en la economía: $L_x + L_y \leq \overline{L}$.

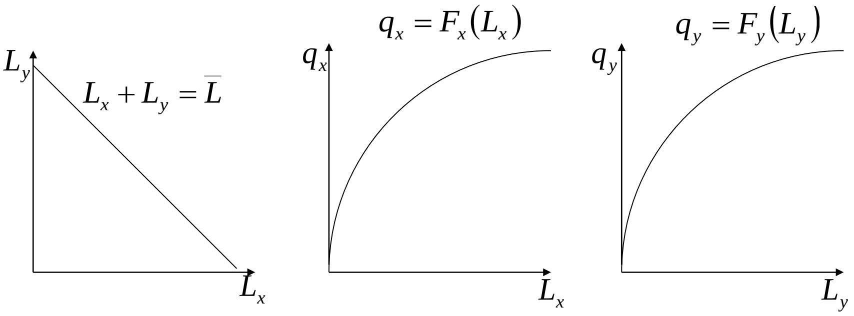
Las tres últimas restricciones de factibilidad definirían el **conjunto de posibilidades de producción (*CPP*)**. En esta economía, donde solo existe un factor, no hay un criterio de eficiencia de la combinación factorial, por lo que **la frontera de posibilidades de producción (*FPP*)** vendría definida simplemente por las tres últimas restricciones de factibilidad con igualdad:

$$q_x = F_x(L_x).$$
$$q_y = F_y(L_y).$$
$$L_x + L_y = \overline{L} \quad .$$

En el siguiente gráfico se representan las restricciones que definen el conjunto de posibilidades de producción:

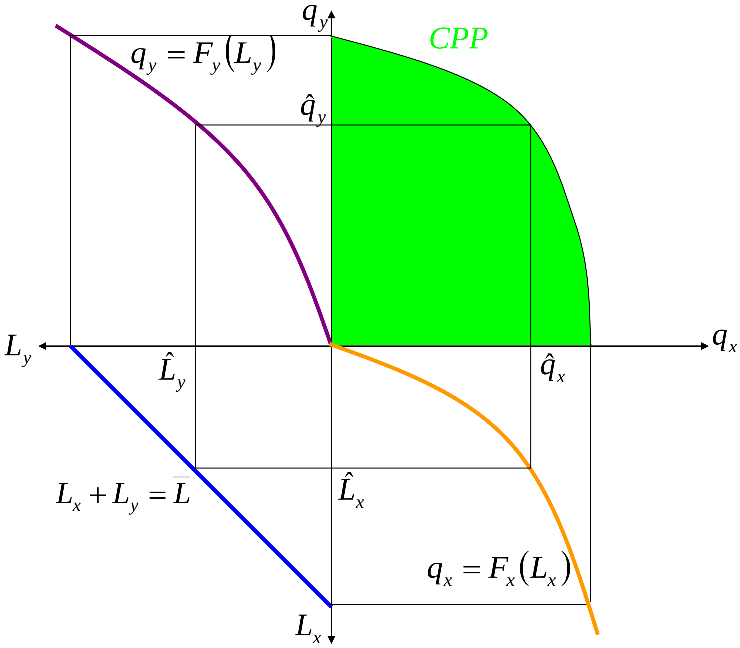
Ecuaciones que determinan la Frontera de Posibilidades de Producción

Restricción de factor:	Función de producción del bien *x*:	Función de producción del bien *y*:
$L_x + L_y = \overline{L}$	$q_x = F_x(L_x)$	$q_y = F_y(L_y)$



Para obtener el conjunto de posibilidades de producción desde un punto de vista gráfico, vamos a representar las tres ecuaciones que definen la *FPP* y el conjunto de posibilidades de producción en un gráfico de cuatro cuadrantes. La restricción de que no se puede utilizar más factor del existente en la economía, $L_x + L_y = \overline{L}$, está representada a la izquierda en la figura anterior. A esta gráfica le vamos a hacer un giro de 180 grados y la vamos a situar en el cuadrante inferior izquierdo del gráfico de cuatro cuadrantes. La función de producción del bien *y*, que está representada en el gráfico de derecha de la figura anterior, la vamos a representar, haciendo un giro como si cerráramos un libro, en el cuadrante superior izquierdo del gráfico de cuatro cuadrantes. La función de producción del bien *x* está representada en el gráfico del centro de la figura anterior, al que vamos a hacerle un giro de 90 grados en dirección a las manecillas del reloj y lo vamos a situar en el cuadrante inferior derecho del gráfico de 4 cuadrantes.

Conjunto de Posibilidades de Producción (*CPP*)



Como sabemos, la **relación marginal de trasformación** entre el bien *x* y el bien *y*, $RMT_{x,y}(q_x, q_y)$, en un punto de la frontera de producción es la cantidad que se reduce de la producción del bien *y* para que se pueda producir una unidad adicional del bien *x*, manteniendo la cantidad producida de todos los demás bienes constante. La *RMT* es la menos pendiente de la frontera de posibilidades de producción.

Las ecuaciones que determinan la *FPP* son las siguientes:

$$q_x = F_x(L_x)$$
$$q_y = F_y(L_y)$$
$$L_x + L_y = \overline{L}$$

Diferenciando cada una de estas tres ecuaciones, se tiene:

$$\left.\begin{aligned} dq_x &= \frac{\partial F_x(L_x)}{\partial L} dL_x \\ dq_y &= \frac{\partial F_y(L_y)}{\partial L} dL_y \\ dL_x + dL_y &= 0 \Leftrightarrow dL_y = -dL_x \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{dq_y}{dq_x} = \frac{\dfrac{\partial F_y(L_y)}{\partial L}}{\dfrac{\partial F_x(L_x)}{\partial L}} \frac{dL_y}{dL_x} = \frac{\dfrac{\partial F_y(L_y)}{\partial L}}{\dfrac{\partial F_x(L_x)}{\partial L}} \frac{-dL_x}{dL_x} \Rightarrow \frac{dq_y}{dq_x} = -\frac{\dfrac{\partial F_y(L_y)}{\partial L}}{\dfrac{\partial F_x(L_x)}{\partial L}}$$

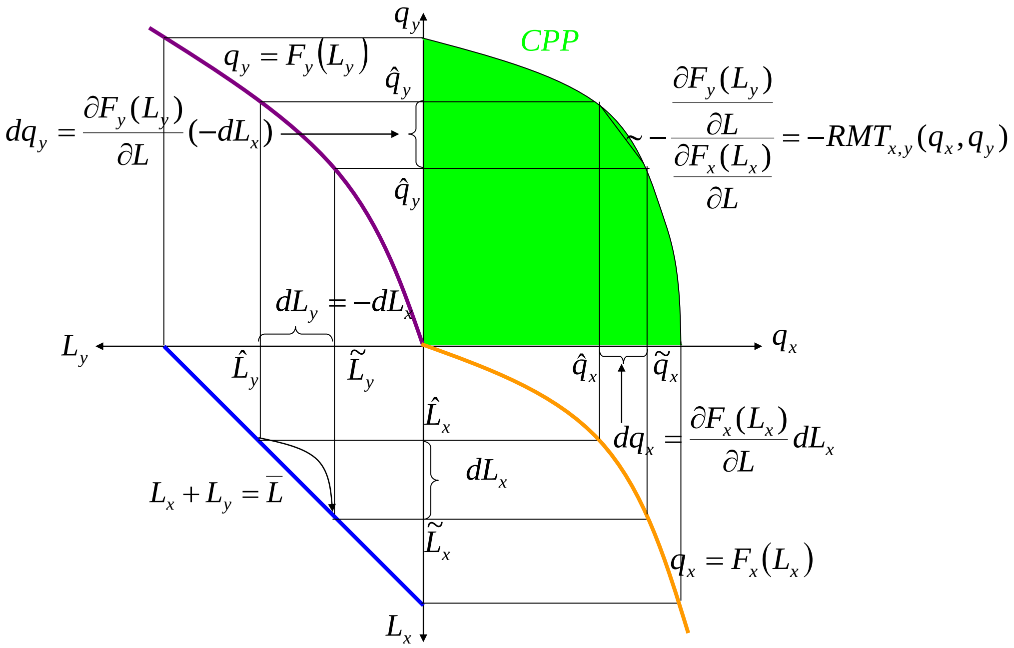
Por tanto, la relación marginal de transformación entre el bien x y el bien y viene dada por la siguiente expresión:

$$RMT_{x,y}(q_x, q_y) = -\frac{dq_y}{dq_x} = \frac{\dfrac{\partial F_y(L_y)}{\partial L}}{\dfrac{\partial F_x(L_x)}{\partial L}}$$

Si se quiere aumentar la producción del bien x en un punto de la frontera de posibilidades de producción, es necesario hacer un trasvase o reasignación de factores de la empresa y a la empresa x; es decir, hay que reducir la cantidad de trabajo empleada en la empresa que produce el bien y para poder aumentar la cantidad de trabajo en la empresa que produce el bien x. Si, por ejemplo, se reduce en una unidad la cantidad de trabajo utilizada en la empresa y para utilizarla en la empresa x, la reducción que experimenta la producción de bien y será igual al producto marginal del trabajo en la empresa y, $\frac{\partial F_y(L_y)}{\partial L}$, mientras que lo que aumenta la producción del bien x, debido a esa unidad adicional de trabajo, será igual al producto marginal del trabajo en la empresa x, $\frac{\partial F_x(L_x)}{\partial L}$. Por tanto, la cantidad de bien y que hemos tenido que reducir por unidad adicional de bien x será la ratio de los productos marginales del trabajo en las dos empresas, que es el coste de oportunidad del bien x en términos del bien y.

La gráfica siguiente representa la *RMT* de esta economía cuando se reasigna el factor trabajo de una empresa a otra:

Relación Marginal de Transformación



En el gráfico anterior se representa la reasignación de factores que ocurre cuando se pasa de un punto a otro de la *FPP*. En este ejemplo, se produce un incremento de la producción del bien *x*. Así, para producir más de este bien es necesario destinar más trabajo a la producción del mismo, lo que implica (dado que se está en un punto de la *FPP*), que se tiene que reducir la cantidad de trabajo destinada a producir el bien *y* y, por tanto, la producción de dicho bien; de ahí surge el coste de oportunidad del bien *x* en términos del bien *y*. Para determinar dicho coste de oportunidad (o relación marginal de transformación) es necesario calcular la cantidad de bien *y* que se reduce por unidad de bien *x* adicional que se obtiene con esta reasignación de factor trabajo. Para ello hay que realizar el cociente de la reducción de la producción del bien *y* y el incremento de la producción del bien *x*. La reducción del bien *y* es igual al producto marginal del trabajo en el bien *y* multiplicado por la cantidad de trabajo que se detrae de esta empresa, $\frac{\partial F_y(L_y)}{\partial L}(-dL_y)$, mientras que el incremento del bien *x* es igual al producto marginal del trabajo en el bien *x* multiplicado por la cantidad de trabajo adicional que se asigna a esta empresa, $\frac{\partial F_x(L_y)}{\partial L} dL_x$. Teniendo en cuenta que la cantidad en que se reduce el trabajo destinado a producir *y* es igual a la cantidad en que se incrementa el trabajo destinado al bien *x*, es decir $-dL_y = dL_x$, se llega a la conclusión de que la reducción de producción de la empresa *y* es igual a $\frac{\partial F_y(L_y)}{\partial L} dL_x$, con lo que el coste de oportunidad del bien *x* en términos de bien *y* es igual al cociente de los productos marginales del trabajo en la empresa *y* y en la empresa *x*:

$$RMT_{x,y}(q_x,q_y) = \frac{\frac{\partial F_y(L_y)}{\partial L}}{\frac{\partial F_x(L_x)}{\partial L}} \frac{dL_x}{dL_x} = \frac{\frac{\partial F_y(L_y)}{\partial L}}{\frac{\partial F_x(L_x)}{\partial L}}$$

Equilibrio Walrasiano en este modelo.

En cuanto al equilibrio Walrasiano, en este modelo se define de la siguiente manera:

Definición 2: Un **equilibrio Walrasiano** es una asignación $(c_x, c_y, q_x, L_x, q_y, L_y)$, llamada **asignación de equilibrio**, y un vector de precios (p_x, p_y, w), llamado **vector de precios de equilibrio**, tal que:

- La única economía doméstica elige aquella cesta de consumo que maximiza su utilidad (demanda de bienes):

$$RMS_{x,y}(c_x,c_y) = \frac{p_x}{p_y} \quad \text{(EW.1)}$$

$$p_x c_x + p_y c_y = w\bar{L} + \pi_x + \pi_y \quad \text{(EW.2)}$$

- Las empresas eligen el nivel de producción (oferta de bienes) y la combinación de factores (demanda de factores) que maximizan sus beneficios:

- Empresa del bien *x*:

$$p_x \frac{\partial F_x(L_x)}{\partial L_x} = w \quad \text{(EW.3)}$$

$$q_x = F_x(L_x) \quad \text{(EW.4)}$$

- Empresa del bien *y*:

$$p_y \frac{\partial F_y(L_y)}{\partial L_y} = w \quad \text{(EW.5)}$$

$$q_y = F_y(L_y) \quad \text{(EW.6)}$$

- Los mercados de bienes están en equilibrio (demanda = oferta):

- Bien *x*:

$$c_x = q_x \quad \text{(EW.7)}$$

- Bien *y*:

$$c_y = q_y \quad \text{(EW.8)}$$

- Los mercados de factores están en equilibrio (demanda = oferta):

- Mercado de trabajo:

$$L_x + L_y = \bar{L} \quad \text{(EW.9)}$$

Con el sistema de 9 ecuaciones que implica la anterior definición podemos obtener el equilibrio Walrasiano. Las incógnitas serían los dos precios relativos, por ejemplo si **normalizamos** el precio de *x* a la unidad serían $\left(\frac{p_y}{p_x}, \frac{w}{p_x}\right)$, y los seis elementos de la asignación $(c_x, c_y, q_x, L_x, q_y, L_y)$, es decir tendríamos 8 incógnitas. También tenemos 8 ecuaciones, ya que sobra una ecuación de equilibrio de un mercado, porque según la **Ley de Walras**, si están en equilibrio todos los mercados menos uno, ese último mercado también lo estará, ya que el valor de los excesos de demanda suman cero.

Para representar el equilibrio Walrasiano hay que recordar que la renta siempre es igual al valor de la producción:

$$m = w\bar{L} + \pi_x + \pi_y = wL_x + wL_y + \underbrace{p_x q_x - wL_x}_{\pi_x} + \underbrace{p_y q_y - wL_y}_{\pi_y} = p_x q_x + p_y q_y$$

Por tanto, la restricción presupuestaria del único consumidor de esta economía se puede reescribir de la siguiente manera:

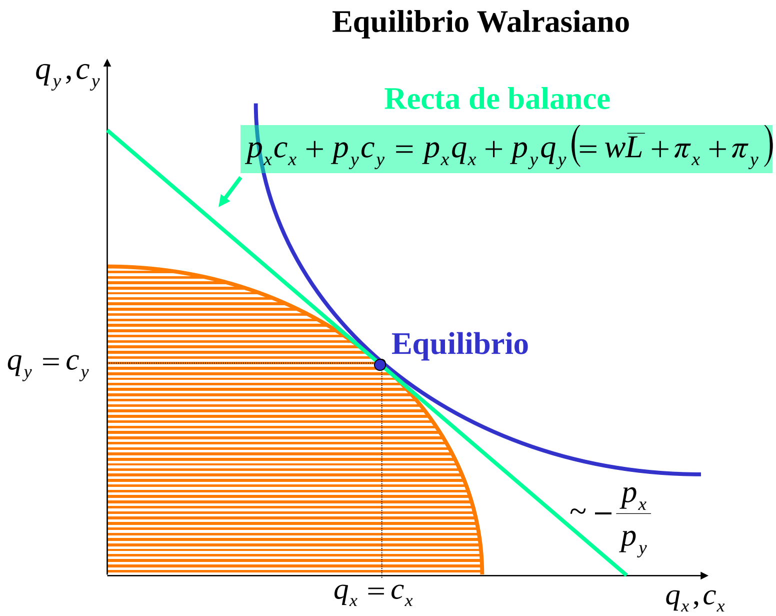
$$p_x c_x + p_y c_y = p_x q_x + p_y q_y$$

Esto significa que si representamos en un gráfico el conjunto de posibilidades de producción y la restricción presupuestaria del consumidor, la recta de balance de éste va a pasar siempre por la combinación de bienes que se esté produciendo. Teniendo en cuenta que los precios relativos del equilibrio Walrasiano son iguales a la *RMT*, la recta de balance será tangente a la frontera de posibilidades de producción.

$$\left.\begin{aligned} p_x \frac{\partial F_x(L_x)}{\partial L_x} = w \Leftrightarrow p_x = \frac{w}{\frac{\partial F_x(L_x)}{\partial L_x}} = CMg_x(w, q_x) \\ p_y \frac{\partial F_y(L_y)}{\partial L_y} = w \Leftrightarrow p_y = \frac{w}{\frac{\partial F_y(L_y)}{\partial L_y}} = CMg_y(w, q_y) \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{CMg_x(w, q_x)}{CMg_y(w, q_y)} = \frac{\dfrac{w}{\frac{\partial F_x(L_x)}{\partial L_x}}}{\dfrac{w}{\frac{\partial F_y(L_y)}{\partial L_y}}} = \frac{\dfrac{\partial F_y(L_y)}{\partial L_y}}{\dfrac{\partial F_x(L_x)}{\partial L_x}} = RMT_{x,y}(q_x, q_y)$$

Gráficamente:

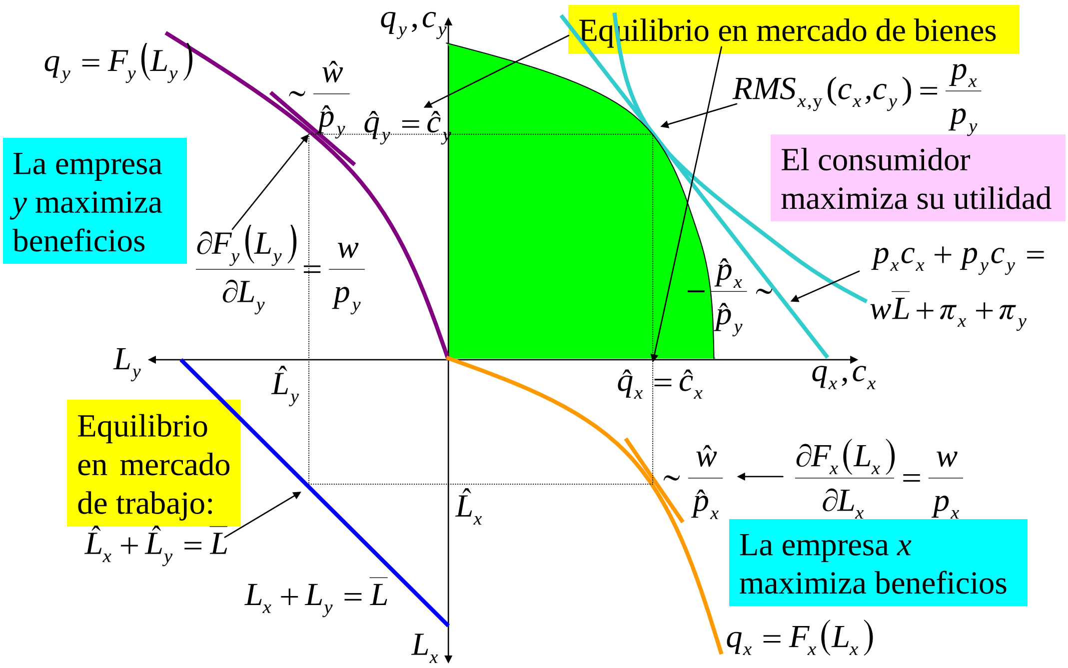


El equilibrio Walrasiano se puede representar en el siguiente gráfico de cuatro cuadrantes. En el cuadrante inferior izquierdo se representa la condición de factibilidad de que no se puede usar más trabajo del que existe en la economía. Cuando hay equilibrio en el mercado de trabajo (EW.9), esta condición se cumplirá con igualdad y, por tanto, el equilibrio en el mercado de trabajo corresponderá a un punto de esta restricción de factibilidad (línea azul fuerte). En el cuadrante superior izquierdo se representa la función de producción de la empresa *y*. En equilibrio, la empresa del bien *y* maximiza sus beneficios, por lo que producirá de acuerdo a su función de producción (EW.6), y elegirá la cantidad de trabajo para la que el valor del producto marginal del trabajo se iguala al precio de utilización de este factor (EW.5). Esta condición se puede reescribir de la siguiente manera:

$$p_y \frac{\partial F_y\left(L_y\right)}{\partial L_y} = w \Leftrightarrow \frac{\partial F_y\left(L_y\right)}{\partial L_y} = \frac{w}{p_y} \qquad \text{(EW.5')}$$

Esta condición de equilibrio indica que se contratará trabajo hasta el punto en que el producto marginal del trabajo en el bien *y* sea igual al coste de una unidad trabajo en términos del bien *y*. El producto marginal del trabajo es igual a la pendiente de la función de producción. Así, en el cuadrante superior izquierdo se observa que en el punto donde está produciendo la empresa del bien *y*, la pendiente de la función de producción es igual al precio del trabajo en términos del bien *y*, por lo que la empresa que produce este bien está maximizando beneficios (EW.5').

Equilibrio Walrasiano



En el cuadrante inferior derecho se representa la función de producción del bien *x*. En este cuadrante se muestra que, en equilibrio, la empresa de bien *x* produce de acuerdo a su función de producción (EW.4) y, además, el producto marginal del trabajo en el bien *x* (la pendiente de la función de producción) es igual al coste unitario del trabajo en términos del bien *x*, lo que significa que la empresa de bien *x* está maximizando beneficios (se cumple la condición EW.3).

Finalmente, en el cuadrante superior derecho se representa el conjunto de posibilidades de producción de esta economía, junto a la restricción presupuestaria del único consumidor y la curva de indiferencia del mismo en el punto de equilibrio. Se observa que la producción de cada uno de los bienes es igual al consumo, por los que se dan las condiciones de equilibrio del mercado de bienes (ecuaciones EW.7 y EW.8) y, además, se cumple la restricción presupuestaria del consumidor (EW.2) que, como ya se ha visto, siempre pasa por la combinación productiva y es tangente a la *FPP*. Por último, en este mismo cuadrante se representa la elección del consumidor, que es una cesta de consumos donde la *RMS* se iguala a los precios relativos de los bienes (EW.1), lo que implica gráficamente que la curva de indiferencia del consumidor es tangente a la recta de balance.

Para comprobar que el equilibrio Walrasiano en este modelo es eficiente en sentido de Pareto (es decir, que se cumple el Primer Teorema del Bienestar), solo hay que comprobar que se cumplen las **condiciones de eficiencia paretiana** que ya se han estudiado en el modelo más general:

1. Eficiencia de la combinación factorial: en este modelo solo existe un factor, por lo que la condición de eficiencia de la combinación factorial no es aplicable.

2. Eficiencia asignativa del consumo: en este modelo solo existe un consumidor, por lo que la condición de eficiencia asignativa del consumo tampoco es aplicable.

3. Eficiencia de la combinación productiva: esta condición implica que no se puede elegir otra combinación productiva de la *FPP* que mejore a un agente sin empeorar al otro. Para que se dé este criterio, la relación marginal de substitución de bien *x* por bien *y* del único consumidor debe igualarse a la *RMT* de bien *x* por bien *y*. Cuando el consumidor maximiza su utilidad, se iguala la *RMS* a los precios relativos. Cuando las empresas maximizan beneficios, eligen un nivel de producción donde el precio es igual al coste marginal, lo que implica que los precios relativos son iguales a la *RMT*. Por tanto, en el equilibrio Walrasiano se da la condición de eficiencia de la combinación productiva:

$$RMS_{x,y}(c_x,c_y)=\frac{p_x}{p_y}=RMT_{x,y}(q_x,q_y)$$

4. Utilización plena de los recursos de la economía: todas las restricciones de factibilidad de la economía deben cumplirse con igualdad. Esto es:

4.1. Se consume todo lo que se produce: $c_x=q_x$; $c_y=q_y$. Estas condiciones se cumplen en el equilibrio Walrasiano porque son idénticas a las condiciones de equilibrio del mercado de bienes.

4.2. Cada empresa produce de acuerdo con su mejor tecnología disponible, que viene representada por su función de producción: $q_x=F_x(L_x)$; $q_y=F_y(L_y)$. Estas condiciones son necesarias para maximizar beneficios y, por tanto, se cumplen siempre en el equilibrio.

4.3. Se utilizan todos los factores existentes en la economía: $L_x+L_y=\bar{L}$. Esta condición es idéntica a la condición de equilibrio del mercado del único factor de esta economía, por lo que también se cumple esta condición en equilibrio.

Resumiendo, en este modelo son aplicables dos de las condiciones de eficiencia paretiana vistas con anterioridad:

3. La eficiencia de la combinación productiva: $RMS_{x,y}(c_x,c_y)=RMT_{x,y}(q_x,q_y)$

4. La utilización plena de los recursos de la economía:

4.1 Se consume todo lo que se produce: $c_x=q_x$; $c_y=q_y$;

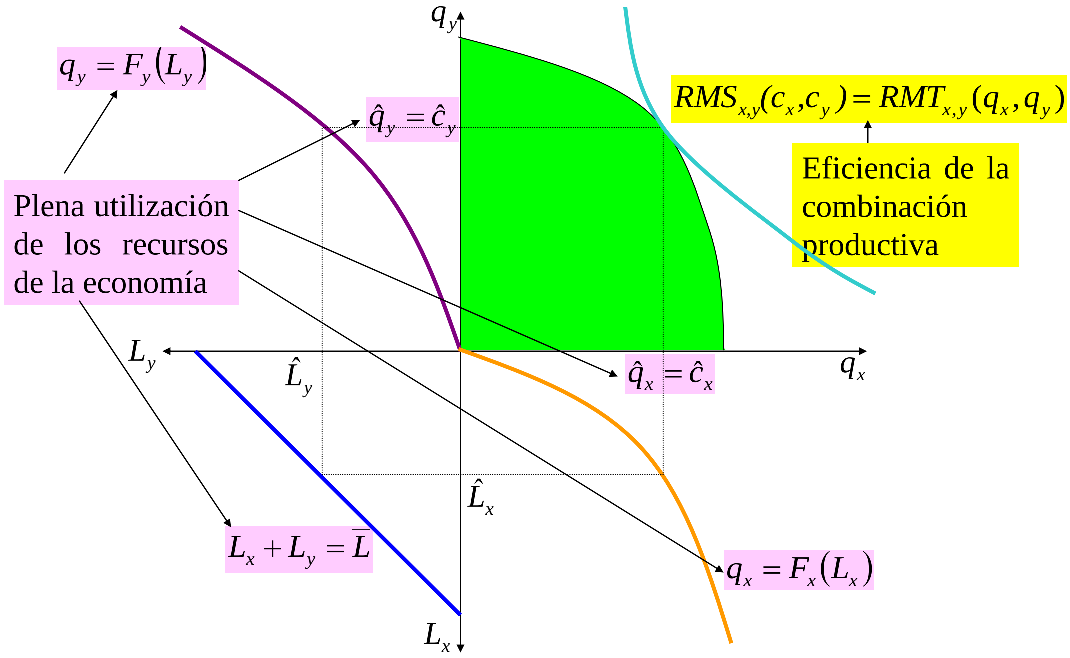
4.2 Se produce con la mejor tecnología disponible: $q_x=F_x(L_x)$; $q_y=F_y(L_y)$

4.3 Se utilizan todos los factores existentes en la economía: $L_x+L_y=\bar{L}$.

Se ha comprobado que el equilibrio Walrasiano cumple estas condiciones de eficiencia paretiana, por lo que se demuestra, de nuevo, que el equilibrio Walrasiano es eficiente en sentido de Pareto (Primer Teorema del Bienestar).

En el siguiente gráfico se representa una asignación eficiente en sentido de Pareto:

Óptimo de Pareto



En el gráfico anterior se representa, en el cuadrante inferior izquierdo, la restricción de factibilidad de que no se puede utilizar más trabajo del existente en la economía, restricción que en una asignación eficiente se tiene que cumplir con igualdad (condición 4.3). En el cuadrante superior izquierdo, se observa que la producción del bien *y* se realiza de acuerdo con la mejor tecnología disponible, que viene representada por la función de producción de bien *y* (condición 4.2). Lo mismo ocurre con la producción del bien *x*, que está representada en el cuadrante inferior derecho, donde se puede observar que la producción de este bien también se realiza de acuerdo con la mejor tecnología disponible y que viene representada por la función de producción de bien *x* (condición 4.2). Finalmente, en el cuadrante superior derecho, se muestra que la cesta de consumo de la única economía doméstica coincide con la combinación productiva, por lo que se consume todo lo que se produce (condición 4.1) y, además, la curva de indiferencia del consumidor es tangente a la *FPP*, es decir, se igualan la *RMS* y la *RMT*, cumpliéndose, de esta manera, la condición de eficiencia de la combinación productiva (condición 3).