Universidad de La Laguna
Departamento de Análisis Económico

Problemas de Microeconomía. Equilibrio general y economía de la información

Fernando Perera Tallo
Olga María Rodríguez Rodríguez

http://bit.ly/8l8DDu

1ª Colección
Tema 1
Equilibrio general y fallos de mercado

1. Suponga una economía en la que existen dos empresas: una que produce el bien *x* y otra que produce el bien *y*, empleando dos factores, L y K. Las funciones de producción de las empresas vienen dadas por las siguientes expresiones: $F_x(K_x, L_x) = (K_x L_x)^{1/4}$ y $F_y(K_y, L_y) = (K_y L_y)^{1/2}$. La dotación de cada uno de los factores es de 25 unidades.

a) Determine la curva de asignaciones que cumplen la eficiencia productiva y represéntela en un gráfico.
b) Determine la expresión de la *FPP*. Represéntela gráficamente y calcule e interprete económicamente su pendiente.

2. Suponga que una economía solo produce dos bienes, *x* e *y*. La producción del bien *x* viene dada por la siguiente función de producción: $q_x = K_x^{1/2} L_x^{1/2}$, donde K_x y L_x son los factores capital y trabajo dedicados a la producción del bien *x*. La función de producción del bien y viene dada por $q_y = K_y^{1/3} L_y^{2/3}$, donde K_y y L_y son los factores capital y trabajo dedicados a la producción del bien *y*. La oferta de capital es igual a 100 unidades y la oferta de trabajo es igual a 200 unidades. Por tanto, si ambos factores se encuentran en pleno empleo,

$$K_x + K_y = \overline{K} = 100$$

$$L_x + L_y = \overline{L} = 200$$

a) Obtenga la expresión analítica de la curva de asignaciones de factores con eficiencia productiva y represéntela gráficamente.
b) Demuestre cómo se debe relacionar el cociente capital-trabajo de la producción del bien *x* ($\frac{K_x}{L_x} = \lambda_x$) con el cociente capital-trabajo de la producción del bien *y* ($\frac{K_y}{L_y} = \lambda_y$) para que la producción sea eficiente.
c) Atendiendo al resultado del apartado anterior, explique si alguno de los dos bienes, *x* o *y*, es más intensivo en capital que el otro. En caso afirmativo, determine cuál. Utilice su resultado para explicar qué forma debería tener la Frontera de Posibilidades de Producción de esta economía.
d) Suponiendo que los cocientes capital-trabajo de los dos bienes están limitados por la expresión $\alpha_x \lambda_x + (1-\alpha_x)\lambda_y = \frac{\overline{K}}{\overline{L}} = \frac{100}{200} = \frac{1}{2}$ (siendo α_x la proporción del trabajo total dedicada a la producción del bien *x*, es decir, $\alpha_x = \frac{L_x}{\overline{L}}$), calcule el cociente eficiente de capital-trabajo en la producción del bien *x* para cualquier valor de α_x entre 0 y 1.

3. Considere un modelo de Equilibrio General, donde existen dos bienes (*x* e *y*), dos factores (K,L) dos consumidores (1 y 2) y dos empresas (la que produce el bien *x* y la que produce el bien *y*). Suponga que se pone un impuesto *ad valorem* a las empresas por la utilización del factor trabajo con un tipo impositivo τ, es decir, si el precio del factor trabajo es w, entonces las empresas pagan $w(1+\tau)$. Suponga que la proporción θ de los impuestos se destina a transferencias a la economía doméstica 1 y la proporción 1-θ se dedica a transferencias a la economía doméstica 2.

a) Defina el equilibrio Walrasiano en este caso.
b) Determine el sistema de ecuaciones con el que se podría obtener el equilibrio Walrasiano.
c) Explique, en términos económico, si el equilibrio Walrasiano es eficiente. (**Pista**: tiene que comprobar si se cumplen tres de las condiciones de eficiencia Paretiana explicadas en clase).
d) Suponga que la empresa que produce el bien *x* tiene más facilidad para evadir impuestos que la empresa que produce el bien *y*; más concretamente, la empresa del bien *x* solo paga el impuesto para la proporción ψ<1 de la cantidad de factor trabajo que contrata, de manera que la proporción (1-ψ) de dicho factor la puede ocultar al fisco. En este caso, ¿es el equilibrio Walrasiano eficiente desde el punto de vista productivo? ¿y eficiente en sentido de Pareto? Explique en términos económicos.

4. Considere una economía de intercambio puro con dos consumidores (1 y 2) y dos bienes (*x* e *y*). Las preferencias de los consumidores vienen dadas por las siguientes funciones de utilidad: $u^1(c_x^1,c_y^1)=\ln(c_x^1)+\ln(c_y^1)$; $u^2(c_x^2,c_y^2)=2\ln(c_x^2)+\ln(c_y^2)$. La dotación de bienes de los consumidores es como sigue: el consumidor 1 tiene una unidad de cada bien, es decir $(q_x^1,q_y^1)=(1,1)$; el consumidor 2 tiene una unidad del bien *x* y tres del bien *y*, esto es $(q_x^2,q_y^2)=(1,3)$.

a) Determine y represente la curva de contrato de esta economía.
b) Defina y calcule el equilibrio Walrasiano, normalizando el precio del bien *x* a la unidad.
c) Determine el vector de precios del equilibrio Walrasiano si normalizamos el precio del bien *y* a la unidad. Determine el vector de precios del equilibrio Walrasiano si normalizamos de tal manera que el índice de precios $\frac{p_x}{3}+\frac{2p_y}{3}$ sea uno.
d) Suponga que el concepto de equidad en esta sociedad es tal que la equidad se maximiza cuando la economía doméstica más pobre (la 1) está indiferente entre su cesta de consumo y la cesta de consumo de la economía doméstica más rica. Determine la asignación eficiente que maximizaría la equidad en esta sociedad.
e) Explique si se podría implementar esta dotación como un equilibrio Walrasiando a través de una política redistributiva. En caso afirmativo, ¿cuál sería el vector de precios de equilibrio?
f) Suponga que para implementar la asignación descrita en el apartado d) se pone un impuesto/subvención de suma fija a los dos consumidores. Defina de nuevo el equilibrio y calcule el impuesto/subvención que se le pondría a cada uno de los consumidores.

5. Sea una economía con dos empresas. La empresa 1 produce el bien *x* de acuerdo con la función de producción: $F_x(L_x)=\sqrt{L_x}$; y la empresa 2 produce el bien *y* de acuerdo con la función de producción: $F_y(L_y,q_x)=\sqrt{\frac{L_y}{1+0{,}06(q_x)^2}}$; donde L_x y L_y son, respectivamente, las cantidades utilizadas en la producción de los bienes *x* e *y* del único factor existente en la economía (L), del que hay una dotación inicial de 800 unidades. El único consumidor de esta economía tiene unas preferencias representadas por la siguiente función de utilidad: $u(c_x,c_y)=\ln(c_x)+\ln(c_y)$.

a) Obtenga la expresión de la Frontera de Posibilidades de Producción (*FPP*.) de esta economía.
b) Calcule las cantidades de producción óptimo paretianas (*OP*) de esta economía.
c) Calcule las cantidades de producción correspondientes al equilibrio Walrasiano (*EW*).
d) ¿Coinciden las cantidades de producción óptimo paretianas y de equilibrio Walrasiano? Explique su respuesta en términos económicos.
e) Calcule el impuesto (o la subvención) por unidad de producción que habría que poner sobre el bien *x* para que el equilibrio Walrasiano fuera eficiente.

6. Considere una economía con dos bienes, *x* e *y*, y un solo factor productivo, L, dos consumidores, 1 y 2, y una empresa por sector. El bien *x* es un bien público mientras que el *y* es un bien privado. Las preferencias de los consumidores y la tecnología de las empresas vienen dadas por las siguientes funciones de utilidad y producción, respectivamente:
$u^1(c_x, c_y^1) = c_x c_y^1$; $u^2(c_x, c_y^2) = (c_x)^2 c_y^2$; $F_x(L_x) = 30L_x$; $F_y(L_y) = 60L_y$.
La cantidad total de trabajo es igual a 2 y la cantidad de trabajo que tiene cada consumidor es igual a: $N^1 = \xi 2$; $N^2 = (1-\xi)2$ donde $\xi \in (0,1)$, mientras que la participación de los consumidores en los beneficios de cada empresa es igual a ½ (aunque este porcentaje es totalmente irrelevante, porque cuando hay rendimientos constantes a escala los beneficios de las empresas en el equilibrio son iguales a cero).
a) Calcule la Frontera de Posibilidades de Producción.
b) Defina y calcule el equilibrio pseudo-Walrasiano en el caso de que todos los consumidores decidan contribuir al bien público, es decir, cuando la solución de los dos consumidores es una solución interior (no hay *free riders*).
c) Obtenga el rango en el que tiene que estar ξ para que no haya *free riders* en el equilibrio pseudo Walrasiano.
d) Suponga que ξ=1/2. Defina y calcule el pseudo-equilibrio de Lindahl. (**Pista**: use el hecho de que los dos consumidores tienen la misma dotación de recursos y, por tanto, la misma renta y el mismo gasto).
e) Determine si el pseudo-equilibrio de Lindahl es superior en el sentido de Pareto al equilibrio pseudos-Walrasiano.

7. Considere una economía con un consumidor, un factor productivo y dos bienes. La utilidad del consumidor viene dada por la siguiente función de utilidad: $u(c_x, c_y) = \ln c_x + \gamma \ln c_y$. Las funciones de producción de las empresas vienen dadas, respectivamente, por las siguientes expresiones: $F_x(L_x) = (A_x L_x)^\beta$; $F_y(L_y) = (A_y L_y)^\beta$. La cantidad del único factor de la economía es igual a $\bar{L}$.
a) Calcule la expresión implícita que nos daría la *FPP* (Nota: no hace falta que despeje q_y en función de q_x). Represente la *FPP* en un gráfico de cuatro cuadrantes, sabiendo que es cóncava.
b) Defina y calcule el equilibrio Walrasiano, normalizando el precio del bien *x* a la unidad. Interprete los precios en términos económicos. (**Sugerencia**: siga las siguientes instrucciones: 1) diferencie la expresión implícita de la *FPP* obtenida en el apartado a) para obtener la *RMT*; 2) iguale ésta a la *RMS*; 3) utilice la condición de equilibrio del mercado de bienes, con lo que obtendrá la producción del bien *y* en función de la producción del bien *x*, de manera que si sustituye esta función en la expresión de la *FPP* obtendrá la producción del bien *x* en el equilibrio. A partir de ahí es fácil obtener el resto de las variables de la asignación y los precios de equilibrio). Represente el equilibrio Walrasiano en un gráfico de cuatro cuadrantes.
c) Explique, en término económicos, el efecto de una mejora tecnológica en la empresa *x* (es decir, un aumento en A_x). Represente en el gráfico de los cuatro cuadrantes el efecto de esta mejora

tecnológica sobre la Frontera de Posibilidades de Producción. Represente, además, en otro grafico de cuatro cuadrantes el efecto sobre el equilibrio Walrasiano.