Universidad de La Laguna
Departamento de Análisis Económico

Fernando Perera Tallo
Olga María Rodríguez Rodríguez

Tema 3
La economía de la información

Ejercicio 1:

Una empresa de fertilizantes neutral al riesgo ha contratado a un director comercial averso al riesgo para que gestione las ventas de sus productos. Los resultados pueden ser dos: éxito ($I_E = 500$ u.m.) y fracaso ($I_F = 200$ u.m.) y dependen del esfuerzo del director comercial, que puede ser alto (*A*) o bajo (*B*), así como de elementos aleatorios que no están al alcance de ninguna de las dos partes. Se conoce la siguiente información:

$$p_A(E) = 0{,}8;\ p_B(E) = 0{,}4;\ U_A[w, d(e)] = w^{1/2} - d(e);\ d(A) = 5;\ d(B) = 0$$

a) Si la mejor alternativa del director comercial le permite obtener un salario de 64 u.m. y su esfuerzo puede ser observado por el dueño de la empresa, obtenga el contrato óptimo que éste le ofrecería.
b) Calcule el contrato óptimo si la mejor alternativa del director comercial le supone un salario de 100 u.m. y su esfuerzo no puede ser observado.
c) Suponga que el esfuerzo del director comercial es verificable y que $d(B) = 0$. Calcule el valor de $d(A)$ a partir del cual al empresario no le compensaría incitar al director comercial a realizar el esfuerzo alto. Suponga que $w_R = 64$.
d) Si todo el poder de negociación lo tuviera el director comercial, obtenga la máxima retribución cierta que podría obtener. Determine si sería razonable esta posibilidad teniendo en cuenta la actitud de ambas partes frente al riesgo. Suponga que $w_R = 64$.

Solución:

Relación de agencia → Empresa de fertilizantes (principal): neutral al riesgo
Relación de agencia → Director comercial (agente): averso al riesgo

Resultados → $I_E = 500$
Resultados → $I_F = 200$

Esfuerzo → Alto: $P_A(E) = 0{,}8 \rightarrow P_A(F) = 0{,}2$
Esfuerzo → Bajo: $P_B(E) = 0{,}4 \rightarrow P_B(F) = 0{,}6$

Función de utilidad del agente: $U[w,d(e)] = w^{1/2} - d(e)$

$d(A) = 5$

$d(B) = 0$

a) Si la mejor alternativa del director comercial le permite obtener un salario de 64 u.m. y su esfuerzo puede ser observado por el dueño de la empresa, obtenga el contrato óptimo que éste le ofrecería.

$w_R = 64$ y esfuerzo observable (salario uniforme).

Si $w_R = 64 \rightarrow \boxed{U_R = w_R^{1/2} = 8}$

- Esfuerzo bajo:

$U_B \geq U_R$; si se satura la restricción: $U_B = U_R$

$w_B^{1/2} - 0 = 8 \rightarrow \boxed{w_B = 64} \rightarrow U_B = 64^{1/2} - 0 = 8 \rightarrow \boxed{U_B = 8}$

Curva de indiferencia en la que se encuentra el agente:

$$8 = 0{,}4 \cdot w_E^{1/2} + 0{,}6 \cdot w_F^{1/2} - 0$$

$\pi^e(B) = VE$ (ingresos esfuerzo bajo) – retribución esperada

$\pi^e(B) = 0{,}4 \cdot 500 + 0{,}6 \cdot 200 - 64 = 320 - 64 = 256 = \pi^e(B)$

$\boxed{\pi^e(B) = 256}$

Recta isobeneficio en la que está el principal:

$$256 = 0{,}4 \cdot \pi_E + 0{,}6 \cdot \pi_F \rightarrow \pi_F = \frac{256}{0{,}6} - \frac{0{,}4}{0{,}6}\pi_E$$

- Esfuerzo alto:

$U_A \geq U_R$; si se satura la restricción: $U_A = U_R$

$w_A^{1/2} - 5 = 8 \rightarrow \boxed{w_A = 169} \rightarrow U_A = 169^{1/2} - 5 = 8 \rightarrow \boxed{U_A = 8}$

Curva de indiferencia en la que se encuentra el agente:

$$8 = 0{,}8 \cdot w_E^{1/2} + 0{,}2 \cdot w_F^{1/2} - 5 \rightarrow 13 = 0{,}8 \cdot w_E^{1/2} + 0{,}2 \cdot w_F^{1/2}$$

$\pi^e(A) = VE$ (ingresos esfuerzo alto) – retribución esperada

$\pi^e(B) = 0{,}8 \cdot 500 + 0{,}2 \cdot 200 - 169 = 440 - 169 = 271 = \pi^e(A)$

$\boxed{\pi^e(A) = 271}$

Recta isobeneficio en la que se encuentra el principal:

$$271 = 0{,}8 \cdot \pi_E + 0{,}2 \cdot \pi_F \rightarrow \pi_F = \frac{271}{0{,}2} - \frac{0.8}{0{,}2}\pi_E$$

$\pi^e(A) = 271 > \pi^e(B) = 256 \rightarrow$ A la empresa de fertilizantes le conviene inducir el esfuerzo alto y ofrecer un salario de $\boxed{w_A = 169}$ al director comercial.

b) Calcule el contrato óptimo si la mejor alternativa del director comercial le supone un salario de 100 u.m. y su esfuerzo no puede ser observado.

$w_R = 100$ y esfuerzo no observable.

Si $w_R = 100 \rightarrow \boxed{U_R = w_R^{1/2} = 10}$

- Esfuerzo bajo:

$U_B = U_R$; $w_B^{1/2} - 0 = 10 \rightarrow \boxed{w_B = 100}$
$\pi^e(B) = VE$ (ingresos esfuerzo bajo) – retribución esperada
$\pi^e(B) = 320 - 100 = 220 = \pi^e(B)$
$\boxed{\pi^e(B) = 220}$

- Esfuerzo alto:

Restricción de participación: $UE_A \geq U_R$; si se satura la restricción: $UE_A = U_R$

$$\boxed{0{,}8 \cdot w_E^{1/2} + 0{,}2 \cdot w_F^{1/2} - 5 = 10}$$

Restricción de incentivos: $UE_A \geq UE_B$; si se satura la restricción: $UE_A = UE_B$

$$0{,}8 \cdot w_E^{1/2} + 0{,}2 \cdot w_F^{1/2} - 5 = 0{,}4 \cdot w_E^{1/2} + 0{,}6 \cdot w_F^{1/2} - 0$$
$$0{,}4\left[w_E^{1/2} - w_F^{1/2}\right] = 5 \rightarrow \boxed{\left[w_E^{1/2} - w_F^{1/2}\right] = 12{,}5}$$

Cambio de variable: $w_E^{1/2} = x_E$
$w_F^{1/2} = x_F$

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}8 \cdot x_E + 0{,}2 \cdot x_F = 15 \\ x_E - x_F = 12{,}5 \end{array}\right\} \quad x_E = x_F + 12{,}5$$

$$0{,}8 \cdot [x_F + 12{,}5] + 0{,}2 \cdot x_F = 15 \rightarrow 0{,}8 \cdot x_F + 10 + 0{,}2 \cdot x_F = 15$$
$x_F = 5$ $\quad \boxed{w_F = 25}$
$x_E = 17{,}5$ $\quad \boxed{w_E = 306{,}25}$

$\pi^e(A) = VE$ (ingresos esfuerzo alto) – retribución esperada
$\pi^e(A) = 440 - [0{,}8 \cdot 306{,}25 + 0{,}2 \cdot 25] = 190 = \pi^e(A)$

$\pi^e(B) = 220 > \pi^e(A) = 190 \rightarrow$ A la empresa de fertilizantes le interesará inducir un esfuerzo bajo y ofrecer $\boxed{w_B = 100}$ al director comercial.

c) Suponga que el esfuerzo del director comercial es verificable y que $d(B) = 0$. Calcule el valor de $d(A)$ a partir del cual al empresario no le compensaría incitar al director comercial a realizar el esfuerzo alto. Suponga que $w_R = 64$.

Esfuerzo observable y $d(B) = 0$.

¿ $d(A)$ / inducir el esfuerzo bajo?
$w_R = 64 \rightarrow U_R = w_R^{1/2} = 8$

- Esfuerzo alto:

$U_A = U_R$
$w_A^{1/2} - d(A) = 8 \rightarrow d(A) = w_A^{1/2} - 8$
$\pi^e(A) \leq \pi^e(B) = 256$
$\pi^e(A) = VE$ (ingresos esfuerzo alto) – retribución esperada
$\pi^e(A) = 440 - w_A \leq 256 \rightarrow w_A \geq 440 - 256 \rightarrow \boxed{w_A \geq 184}$
$d(A) = w_A^{1/2} - 8 = 184^{1/2} - 8 = 5{,}56 = d(A)$
$\boxed{d(A) = 5{,}56} \rightarrow$ La $d(A)$ debería crecer de 5 a 5,56 para que $w_A = 184$ y $\pi^e(A) = \pi^e(B)$.

d) Si todo el poder de negociación lo tuviera el director comercial, obtenga la máxima retribución cierta que podría obtener. Determine si sería razonable esta posibilidad teniendo en cuenta la actitud de ambas partes frente al riesgo. Suponga que $w_R = 64$.

Agente garantiza al principal $\pi^e(B) = 256$ y realiza el esfuerzo alto.

$\pi^e(B) = \underbrace{VE\ (IEA)}_{440} - w^* = 256 \rightarrow \boxed{w^* = 184}$ Salario uniforme en caso de éxito y fracaso.

Sí es razonable, ya que la empresa de fertilizantes es neutral al riesgo y el director comercial es averso al riesgo, lo que implica que la distribución eficiente de riesgos se encuentra en la línea de certeza del director comercial, recibiendo éste un salario uniforme en caso de éxito y fracaso.

Ejercicio 2:

El propietario (neutral al riesgo) de un bar contacta con un técnico electricista para que lleve a cabo la instalación eléctrica del establecimiento. El técnico electricista presenta aversión infinita al riesgo, y su función de utilidad viene dada por la siguiente expresión: $[U(w_E, w_F) = mín\{w_E, w_F\}] - d(e)$. Los trabajos realizados por el técnico son supervisados diariamente, por lo que su esfuerzo, que puede ser alto (A) o bajo (B), es observable. Los ingresos del propietario del bar en caso de éxito son de 5.000 y en caso de fracaso son 2.000. Determine el contrato óptimo que le ofrecería el propietario al técnico electricista dados los siguientes datos: $p_A(E) = 0{,}8$; $p_B(E) = 0{,}4$; $w_R = 50$; $d(A) = 50$; $d(B) = 0$.

Solución:

Relación de agencia → Principal: propietario de un bar (neutral al riesgo)
Relación de agencia → Agente: técnico electricista (aversión infinita al riesgo)

$$U[w, d(e)] = [U(w_E, w_F) = mín\{w_E, w_F\}] - d(e)$$

El esfuerzo, que puede ser alto o bajo, es observable.

$I_E = 5.000$; $I_F = 2.000$
$P_A(E) = 0{,}8 \rightarrow P_A(F) = 0{,}2$ y $P_B(E) = 0{,}4 \rightarrow P_B(F) = 0{,}6$
$w_R = 50 \rightarrow U_R = 50$; $d(A) = 50$; $d(B) = 0$

- Esfuerzo bajo:

$U_B \geq U_R$; si se satura la restricción: $U_B = U_R$; salario uniforme en caso de éxito y fracaso: $w_E = w_F = w_B$.
$mín\{w_B, w_B\} - 0 = 50 \rightarrow \boxed{w_B = 50}$

$\pi^e(B) = VE$ (ingresos esfuerzo bajo) – retribución esperada
$\pi^e(B) = 0{,}4 \cdot 5.000 + 0{,}6 \cdot 2.000 - 50 = 3.200 - 50 = 3.150 = \pi^e(B) \rightarrow \boxed{\pi^e(B) = 3.150}$

- Esfuerzo alto:

$U_A \geq U_R$; si se satura la restricción: $U_A = U_R$; salario uniforme en caso de éxito y fracaso.
$mín\{w_A, w_A\} - 50 = 50 \rightarrow \boxed{w_A = 100}$

$\pi^e(A) = VE$ (ingresos esfuerzo alto) – retribución esperada
$\pi^e(A) = 0{,}8 \cdot 5.000 + 0{,}2 \cdot 2.000 - 100 = 4.400 - 100 = 4.300 = \pi^e(A) \rightarrow \boxed{\pi^e(A) = 4.300}$

$\pi^e(A) = 4.300 > \pi^e(B) = 3.150 \rightarrow$ Induce el esfuerzo alto y ofrece $\boxed{w_A = 100}$

Ejercicio 3:

El dueño de una editorial (principal) quiere contratar los servicios de un comercial (agente) cuyo esfuerzo determina el resultado. El comercial puede elegir entre dos esfuerzos, alto (A) y bajo (B), cuyas desutilidades son, respectivamente, $d(A)=6$ y $d(B)=4$. La incertidumbre, en este caso, está representada por tres estados de la naturaleza. Los resultados correspondientes están recogidos en la tabla siguiente:

	Estados de la naturaleza: s_j		
	Resultado en s_1	Resultado en s_2	Resultado en s_3
Esfuerzo Alto	60.000	60.000	30.000
Esfuerzo Bajo	30.000	60.000	30.000

La probabilidad de cada uno de los estados de la naturaleza es $\frac{1}{3}$. La función de utilidad del comercial viene dada por la expresión $U[w,d(e)]=w^{1/2}-[d(e)]^2$, donde w representa el pago que recibe. El comercial solo acepta el contrato si obtiene al menos una utilidad esperada de 114.

a) Determine el esfuerzo y el pago que tendrán lugar en una situación de información simétrica.
b) En el caso de que el esfuerzo no fuera observable, obtenga el esquema de pago que induce al comercial a realizar el esfuerzo bajo y el esquema de pago que le induce a realizar el esfuerzo alto. Determine el contrato óptimo.

Solución:

Relación de agencia
- → Principal: propietario de una editorial
- → Agente: comercial

Esfuerzo
- → Alto → $d(A)=6$
- → Bajo → $d(B)=4$

Tres estados de la naturaleza → probabilidad de ocurrencia de cada uno $=\frac{1}{3}$.

Estados de la naturaleza: s_1, s_2, s_3

$U[w,d(e)]=w^{1/2}-[d(e)]^2$ → Agente averso al riesgo

$U_R=114$

a) Determine el esfuerzo y el pago que tendrán lugar en una situación de información simétrica.

Información simétrica → esfuerzo es observable.

Esfuerzo alto: $I_1=60.000$ $I_2=60.000$ $I_3=30.000$

Esfuerzo bajo: $I_1 = 30.000 \quad I_2 = 60.000 \quad I_3 = 30.000$

Llamemos: $I^{MAYOR} = 60.000$
$I^{MENOR} = 30.000$

Por lo tanto:

Esfuerzo alto: $p^{MAYOR} = \frac{2}{3}$; $p^{MENOR} = \frac{1}{3}$

Esfuerzo bajo: $p^{MAYOR} = \frac{1}{3}$; $p^{MENOR} = \frac{2}{3}$

- Esfuerzo bajo:

$U_B \geq U_R$; si se satura la restricción: $U_B = U_R$

$w_B^{1/2} - 4^2 = 114 \rightarrow w_B^{1/2} = 130 \rightarrow \boxed{w_B = 16.900}$ Salario uniforme en caso de éxito y fracaso.

$\pi^e(B) = VE$ (ingresos esfuerzo bajo) – retribución esperada

$$\pi^e(B) = \frac{1}{3} \cdot 60.000 + \frac{2}{3} \cdot 30.000 - 16.900 = 23.100 = \pi^e(B) \rightarrow \boxed{\pi^e(B) = 23.100}$$

- Esfuerzo alto:

$U_A \geq U_R$; si se satura la restricción: $U_A = U_R$

$w_A^{1/2} - 6^2 = 114 \rightarrow \boxed{w_A = 22.500}$ Salario uniforme en caso de éxito y fracaso.

$\pi^e(A) = VE$ (ingresos esfuerzo alto) – retribución esperada

$$\pi^e(A) = \frac{2}{3} \cdot 60.000 + \frac{1}{3} \cdot 30.000 - 22.500 = 27.500 = \pi^e(A) \rightarrow \boxed{\pi^e(A) = 27.500}$$

Es óptimo inducir el esfuerzo alto: $\boxed{w_A = 22.500}$.
$\boxed{\pi^e(A) = 27.500}$

b) En el caso de que el esfuerzo no fuera observable, obtenga el esquema de pago que induce al comercial a realizar el esfuerzo bajo y el esquema de pago que le induce a realizar el esfuerzo alto. Determine el contrato óptimo.

Información asimétrica $\rightarrow$ esfuerzo no observable.

- Esfuerzo bajo: (igual que en el apartado a)

$U_B \geq U_R$; si se satura la restricción: $U_B = U_R$

$w_B^{1/2} - 4^2 = 114 \rightarrow w_B^{1/2} = 130 \rightarrow \boxed{w_B = 16.900}$

$\boxed{\pi^e(B) = 23.100}$

- Esfuerzo alto:

Restricción de participación: $UE_A \geq U_R$; si se satura la restricción: $UE_A = U_R$

$$\frac{2}{3}\cdot\left(w^{MAYOR^1}\right)^{1/2}+\frac{1}{3}\cdot\left(w^{MENOR}\right)^{1/2}-36=114$$

$$\boxed{\frac{2}{3}\cdot\left(w^{MAYOR^1}\right)^{1/2}+\frac{1}{3}\cdot\left(w^{MENOR}\right)^{1/2}=150}$$

Restricción de incentivos: $UE_A \geq UE_B$; si se satura la restricción: $UE_A = UE_B$

$$\frac{2}{3}\cdot\left(w^{MAYOR^1}\right)^{1/2}+\frac{1}{3}\cdot\left(w^{MENOR}\right)^{1/2}-36=\frac{1}{3}\cdot\left(w^{MAYOR^1}\right)^{1/2}+\frac{2}{3}\cdot\left(w^{MENOR}\right)^{1/2}-16$$

$$\frac{1}{3}\cdot\left[\left(w^{MAYOR^1}\right)^{1/2}-\left(w^{MENOR}\right)^{1/2}\right]=20$$

$$\boxed{\left[\left(w^{MAYOR^1}\right)^{1/2}-\left(w^{MENOR}\right)^{1/2}\right]=60}$$

Cambio de variable: $\left(w^{MAYOR}\right)^{1/2}=x^{MAYOR}$

$\left(w^{MENOR}\right)^{1/2}=x^{MENOR}$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{2}{3}x^{MAYOR}+\frac{1}{3}x^{MENOR}=150\\ x^{MAYOR}-x^{MENOR}=60\end{array}\right\} \quad x^{MAYOR}=60+x^{MENOR}$$

$$\frac{2}{3}\left(60+x^{MENOR}\right)+\frac{1}{3}x^{MENOR}=150$$

$$40+\frac{2}{3}x^{MENOR}+\frac{1}{3}x^{MENOR}=150 \rightarrow x^{MENOR}=110\rightarrow \boxed{w^{MENOR}=12.100}$$

$$x^{MAYOR}=170\rightarrow \boxed{w^{MAYOR}=28.900}$$

$\pi^e(A)=VE$ (ingresos esfuerzo alto) – retribución esperada

$$\pi^e(A)=\frac{2}{3}\cdot 60.000+\frac{1}{3}\cdot 30.000-\left[\frac{2}{3}\cdot 28.900+\frac{1}{3}\cdot 12.100\right]=50.000-23.300=26.700=\pi^e(A)\rightarrow$$

$$\boxed{\pi^e(A)=26.700}$$

$\pi^e(A)=26.700>\pi^e(B)=23.100\rightarrow$ Induce el esfuerzo alto.

Ejercicio 4:

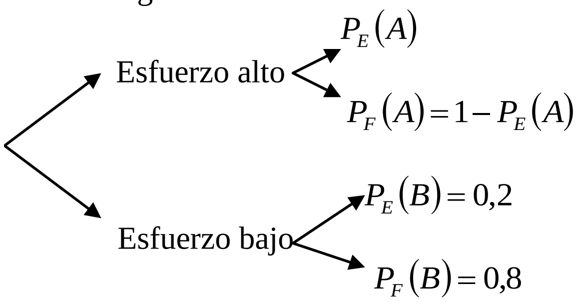
Una empresa multinacional, neutral al riesgo, desea contratar los servicios de un ingeniero para diseñar las infraestructuras de un gran centro comercial. En caso de fracaso, los ingresos de la multinacional serán $I_F = 6.000$ u.m. El esfuerzo del ingeniero puede ser alto o bajo, siendo 0,2 la probabilidad de éxito cuando el esfuerzo que realiza es bajo. Además, la función de utilidad del ingeniero viene dada por la siguiente expresión: $U[w, d(e)] = w^{1/2} - (d(e))^2$;. La utilidad de reserva es 50 y las desutilidades del esfuerzo alto y bajo son, respectivamente, $d(A) = 2$ y $d(B) = 0$.

a) Calcule el valor de los ingresos en caso de éxito para que los beneficios esperados de inducir el esfuerzo bajo sean iguales a 4.000 u.m.
b) Si el esfuerzo del ingeniero fuera observable, calcule la mínima probabilidad de éxito cuando el esfuerzo es alto para que a la empresa multinacional le interese inducir este esfuerzo.
c) Si el esfuerzo del ingeniero no es observable y la probabilidad de éxito cuando el esfuerzo es alto es 0,7, calcule el contrato óptimo que se ofrecería e indique la cuantía del coste de la no observabilidad del esfuerzo. Explique si este contrato sería eficiente desde el punto de vista de la distribución del riesgo.

Solución:

Empresa multinacional (principal) → neutral al riesgo

Ingeniero (agente) → averso al riesgo



$I_F = 6000$; ¿I_E?

$U[w, d(e)] = w^{1/2} - [d(e)]^2$
$d(A) = 2$; $d(B) = 0$; $U_R = 50$

a) Calcule el valor de los ingresos en caso de éxito para que los beneficios esperados de inducir el esfuerzo bajo sean iguales a 4.000 u.m.

$\pi^e(B) = 4.000$
$\pi^e(B) = VE$ (ingresos esfuerzo bajo) – retribución esperada
$VE(IEB) = 0,2 \cdot I_E + 0,8 \cdot I_F = 0,2 \cdot I_E + 0,8 \cdot 6.000 = 0,2 \cdot I_E + 4.800$

- Esfuerzo bajo:

$U_B = U_R \rightarrow w^{1/2} - [d(B)]^2 = w^{1/2} - 0^2 = 50 \rightarrow w^{1/2} = 50 \rightarrow \boxed{w_B = 2.500}$ Salario uniforme en caso de éxito y fracaso.

$$4.000 = 0{,}2 \cdot I_E + 4.800 - 2.500 \rightarrow \frac{4.000 - 4.800 + 2.500}{0{,}2} = I_E = 8.500 \rightarrow \boxed{I_E = 8.500}$$

b) Si el esfuerzo del ingeniero fuera observable, calcule la mínima probabilidad de éxito cuando el esfuerzo es alto para que a la empresa multinacional le interese inducir este esfuerzo.

Recordemos que: $\pi^e(B) = 4.000$ y $w_B = 2.500$

- Esfuerzo alto:

$U_A \geq U_R \rightarrow w^{1/2} - [d(A)]^2 = w^{1/2} - 2^2 = 50 \rightarrow w^{1/2} = 54 \rightarrow \boxed{w_A = 2.916}$ Salario uniforme en caso de éxito y fracaso.

$\pi^e(A) = VE$ (ingresos esfuerzo alto) – retribución esperada

$\pi^e(A) = P_E(A) \cdot 8.500 + (1 - P_E(A)) \cdot 6.000 - 2.916 \geq 4.000 = \pi^e(B)$

$8.500 \cdot P_E(A) + 6.000 - 6.000 P_E(A) - 2.916 \geq 4.000$

$2.500 P_E(A) \geq 916$

$\boxed{P_E(A) \geq 0{,}3664}$

c) Si el esfuerzo del ingeniero no es observable y la probabilidad de éxito cuando el esfuerzo es alto es 0,7, calcule el contrato óptimo que se ofrecería e indique la cuantía del coste de la no observabilidad del esfuerzo. Explique si este contrato sería eficiente desde el punto de vista de la distribución del riesgo.

Si $P_E(A) = 0{,}7$ ¿contrato óptimo si el esfuerzo es no observable?

- Esfuerzo bajo:

$U_B \geq U_R \rightarrow w^{1/2} - 0^2 \geq 50 \rightarrow w_B = 2.500$

$\pi^e(B) = VE$ (ingresos esfuerzo bajo) – retribución esperada

$\pi^e(B) = 0{,}2 \cdot 8.500 + 0{,}8 \cdot 6.000 - 2.500 = 1.700 + 4.800 - 2.500 = 4.000 = \pi^e(B)$

- Esfuerzo alto:

Restricción de participación: $UE_A \geq U_R$

$0{,}7 \cdot w_E^{1/2} + 0{,}3 \cdot w_F^{1/2} - 2^2 \geq 50$

$\boxed{0{,}7 \cdot w_E^{1/2} + 0{,}3 \cdot w_F^{1/2} = 54}$

Restricción de incentivos: $UE_A \geq UE_B$

$0{,}7 \cdot w_E^{1/2} + 0{,}3 \cdot w_F^{1/2} - 2^2 \geq 0{,}2 \cdot w_E^{1/2} + 0{,}8 \cdot w_F^{1/2} - 0^2$

$0{,}5\left[w_E^{1/2} - w_F^{1/2}\right] = 4 \rightarrow \boxed{\left[w_E^{1/2} - w_F^{1/2}\right] = 8}$

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}7\cdot w_E^{1/2}+0{,}3\cdot w_F^{1/2}=54 \\ \left[w_E^{1/2}-w_F^{1/2}\right]=8 \end{array}\right\}$$

Cambio de variable: $w_E^{1/2}=x_E$

$w_F^{1/2}=x_F$

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}7\cdot x_E+0{,}3\cdot x_F=54 \\ x_E-x_F=8 \end{array}\right\}$$

$0{,}7(x_F+8)+0{,}3x_F=54$

$0{,}7x_F+5{,}6+0{,}3x_F=54 \rightarrow x_F=48{,}4 \rightarrow \boxed{w_F=2.342{,}56}$

$x_E=56{,}4 \rightarrow \boxed{w_E=3.180{,}96}$

$\pi^e(A)=VE$ (ingresos esfuerzo alto) – retribución esperada

$VE(IEA)=0{,}7\cdot 8.500+0{,}3\cdot 6.000=5.950+1.800=7.750$

Retribución esperada$_A$ = $0{,}7\cdot 3.180{,}96+0{,}3\cdot 2.342{,}56=2.226{,}672+702{,}768=2.929{,}44$

$\pi^e(A)=7.750-2.929{,}44=4.820{,}56$

$\pi^e(A)=4820{,}56\geq\pi^e(B)=4000 \rightarrow$ El principal inducirá el esfuerzo alto.

Coste de la no observabilidad =(retribución esperada información asimétrica)-(retribución esperada información simétrica) $=2.929{,}44-2.916=13{,}44$ (la resta sale con signo positivo porque es un incremento de remuneración esperada para el agente).

De otra forma:

$\pi^e(A)$ con información asimétrica: 4.820,56

$\pi^e(A)$ con información simétrica: $0{,}7\cdot 8.500+0{,}3\cdot 6.000-2.916=4.834$

Restamos ambos beneficios y obtenemos que el coste de la no observabilidad es 13,44 (la resta sale con signo negativo porque es un coste para el principal).

Ejercicio 5:

Considere una empresa editorial neutral al riesgo que quiere contratar a un comercial, para vender enciclopedias, cuya función de utilidad viene dada por la siguiente expresión: $U[w,d(e)] = w^{1/2} - (d(e))^2$. El comercial puede esforzarse mucho (con una desutilidad de 4) o poco (lo que no le reporta ninguna desutilidad) y no estaría dispuesto a firmar el contrato si no se le garantiza una utilidad mínima de 100. La probabilidad de éxito en la venta de enciclopedias es 0,2 si el comercial se esfuerza poco. Los ingresos de la empresa editorial en caso de éxito son 40.000 u.m.

a) Calcule el valor de los ingresos en caso de fracaso para que los beneficios esperados de inducir el esfuerzo bajo sean iguales a 20.000 u.m.
b) Calcule la máxima probabilidad de fracaso cuando el esfuerzo es alto para que al principal le interese inducir este esfuerzo, en el caso de que haya información simétrica.
c) Si la probabilidad de éxito cuando el esfuerzo es alto es 0,7, calcule el contrato óptimo cuando hay información asimétrica e indique el coste que supone para la empresa no poder observar el esfuerzo del comercial. Explique si este contrato sería eficiente desde el punto de vista de la distribución del riesgo.
d) Proponga un contrato donde el comercial que lo firma tenga incentivos a engañar a la empresa editorial en el contexto de información asimétrica y justifique su respuesta.

Solución:

$U[w,d(e)] = w^{1/2} - [d(e)]^2$

$d(A) = 4$; $d(B) = 0$; $U_R = 100$

$P_E(B) = 0{,}2 \rightarrow P_F(B) = 0{,}8$

$I_E = 40.000$

Empresa editorial (principal): neutral al riesgo.
Comercial (agente): averso al riesgo.

a) Calcule el valor de los ingresos en caso de fracaso para que los beneficios esperados de inducir el esfuerzo bajo sean iguales a 20.000 u.m.

Si $\pi^e(B) = 20.000$

$\pi^e(B) = VE$ (ingresos esfuerzo bajo) – retribución esperada

$U_B = U_R \rightarrow w_B^{1/2} - 0 = 100 \rightarrow \boxed{w_B = 10.000}$

$\pi^e(B) = 0{,}2 \cdot 40.000 + 0{,}8 \cdot I_F - 10.000 = 20.000$

$8.000 + 0{,}8 \cdot I_F = 30.000 \rightarrow \boxed{I_F = 27.500}$

b) Calcule la máxima probabilidad de fracaso cuando el esfuerzo es alto para que al principal le interese inducir este esfuerzo, en el caso de que haya información simétrica.

Máxima probabilidad de fracaso → mínima probabilidad de éxito

- Esfuerzo alto:

$U_A = U_R \rightarrow w_A^{1/2} - 4^2 = 100 \rightarrow w_A^{1/2} = 116 \; \boxed{w_A = 13.456}$

$P_E(A) \cdot 40.000 + (1 - P_E(A)) \cdot 27.500 - 13.456 = 20.000$

$$12.000 P_E(A) \geq 5.956 \rightarrow P_E(A) \geq 0{,}476$$
$$1 - P_E(A) \leq 0{,}523 \rightarrow \boxed{P_F(A) \leq 0{,}523}$$

$$\pi^e(A) = 0{,}7 \cdot 40.000 + 0{,}3 \cdot 27.500 - 13.956 = 22.794 \rightarrow \boxed{\pi^e(A) = 22.794}$$

c) Calcule la máxima probabilidad de fracaso cuando el esfuerzo es alto para que al principal le interese inducir este esfuerzo, en el caso de que haya información simétrica.

Información asimétrica y $P_E(A) = 0{,}7$

- Esfuerzo bajo:

$\boxed{\pi^e(B) = 20.000}$ El beneficio esperado con el esfuerzo bajo es igual con información simétrica que con información asimétrica.

- Esfuerzo alto:

Restricción de participación: $UE_A \geq U_R$

$$0{,}7 \cdot w_E^{1/2} + 0{,}3 \cdot w_F^{1/2} - 4^2 = 100$$
$$\boxed{0{,}7 \cdot w_E^{1/2} + 0{,}3 \cdot w_F^{1/2} = 116}$$

Restricción de incentivos: $UE_A \geq UE_B$

$$0{,}7 \cdot w_E^{1/2} + 0{,}3 \cdot w_F^{1/2} - 4^2 \geq 0{,}2 \cdot w_E^{1/2} + 0{,}8 \cdot w_F^{1/2} - 0^2$$
$$0{,}5 \cdot w_E^{1/2} - 0{,}5 \cdot w_F^{1/2} = 16 \rightarrow 0{,}5\left[w_E^{1/2} - w_F^{1/2}\right] = 16 \rightarrow \boxed{w_E^{1/2} - w_F^{1/2} = 32}$$

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}7 \cdot w_E^{1/2} + 0{,}3 \cdot w_F^{1/2} = 116 \\ w_E^{1/2} - w_F^{1/2} = 32 \end{array}\right\}$$

Cambio de variable: $w_E^{1/2} = x_E$

$w_F^{1/2} = x_F$

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}7 \cdot x_E + 0{,}3 \cdot x_F = 116 \\ x_E - x_F = 32 \end{array}\right\} \quad x_E = 32 + x_F$$

$$0{,}7(32 + x_F) + 0{,}3x_F = 116$$
$$22{,}4 + 0{,}7x_F + 0{,}3x_F = 116 \rightarrow x_F = 93{,}6 \rightarrow \boxed{w_F = 8.760{,}9}$$
$$x_E = 32 + 93{,}6 = 125{,}6 \rightarrow \boxed{w_E = 15.775{,}36}$$

$$\pi^e(A) = (0{,}7 \cdot 40.000 + 0{,}3 \cdot 27.500) + (0{,}7 \cdot 15.775{,}36 + 0{,}3 \cdot 8.760{,}96) = 28.000 + 8.250$$
$$-(11.042{,}752 + 2.628{,}288) = 36.250 - 1.3671{,}04 = 22.578{,}96$$
$$\boxed{\pi^e(A) = 22.578{,}96}$$

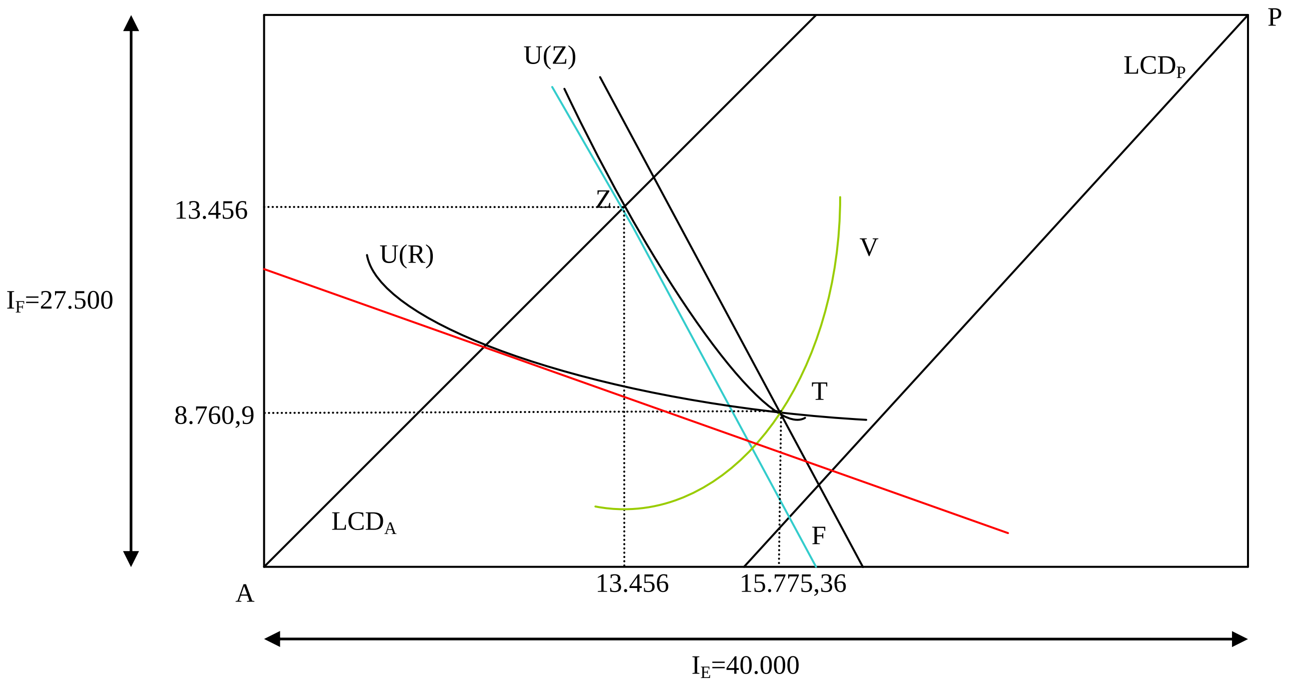
El coste de la no observabilidad, desde el punto de vista del principal, lo obtenemos de la siguiente manera:
$C.N.O. = 22.578{,}96 - 22.794 = -215{,}04$ El no poder observar el esfuerzo es un coste para el principal, que ve reducido su beneficio esperado.

De otra forma (desde el punto de vista del agente):

$C.N.O. = 13.671{,}04 - 13.456 = 215{,}04$ La información privilegiada del agente se traduce en que su remuneración esperada aumenta.

Este contrato no es eficiente desde el punto de vista de la distribución del riesgo, ya que no está sobre la línea de certeza del agente.

d) Proponga un contrato donde el comercial que lo firma tenga incentivos a engañar a la empresa editorial en el contexto de información asimétrica y justifique su respuesta.



El punto Z representa un ejemplo de contrato donde se cumple la restricción de participación pero no la de incentivos, es decir, donde el agente firmaría el contrato pero engañaría al principal.

Ejercicio 10:

Considere que el Club Deportivo Tenerife (CDT) quiere contratar a un entrenador cuya función de utilidad es $U[w,d(e)] = w^{1/2} - d(e) - 50p_D$, donde p_D es la probabilidad de ser despedido. El esfuerzo que realice el entrenador puede ser alto (con desutilidad 5) o bajo (con desutilidad 0) y su utilidad de reserva es igual a 90. Los ingresos del CDT pueden ser 35.000 u.m. en caso de ascender a primera división (éxito) y 10.000 u.m. en caso de permanecer en segunda (fracaso). El CDT es neutral al riesgo y su función objetivo es el beneficio esperado. La probabilidad de ascender es de 0,8 si el esfuerzo del entrenador es alto y de 0,6 si el esfuerzo es bajo. El CDT no puede observar el nivel de esfuerzo del entrenador y, además, la legislación laboral impide que se pueda poner un salario distinto en caso de éxito o fracaso (por lo que $w_E = w_F = w$). Lo único que puede hacer el CDT para incentivar el esfuerzo alto es despedir con probabilidad p_D al entrenador en caso de que el club permanezca en segunda, de tal manera que la utilidad del entrenador en caso de que el CDT ascienda sería $w^{1/2} - d(e)$, y en caso de que permanezca en segunda sería $w^{1/2} - d(e) - 50p_D$.

a) Determine la restricción que debe cumplirse para incentivar al entrenador a realizar el esfuerzo alto (restricción de incentivos).
b) Calcule la probabilidad mínima de ser despedido, p_D, necesaria para incentivar al entrenador a realizar el esfuerzo alto.
c) Suponiendo que p_D es la del apartado b), obtenga la restricción que tiene que satisfacer el salario para que el entrenador acepte el contrato (restricción de participación). Asimismo, calcule el salario mínimo necesario para que el entrenador acepte el contrato, dada la probabilidad p_D del apartado b).
d) Determine el contrato que ofrecería el CDT al entrenador.
e) Calcule cuánto se ahorraría el CDT en costes laborales si tuviera información perfecta sobre el esfuerzo del entrenador.

Solución:

Club Deportivo Tenerife → Principal: neutral al riesgo.
Entrenador → Agente: Averso al riesgo: $U(w,e) = w^{1/2} - [d(e)] - 50P_D$
P_D: probabilidad de ser despedido.
$d(A) = 5$; $d(B) = 0$; $U_R = 90$
$I_E = 35.000$; $P_E(A) = 0{,}8$ → $P_F(A) = 0{,}2$
$I_F = 10.000$; $P_E(B) = 0{,}6$ → $P_F(B) = 0{,}4$

Esfuerzo no observable:

- $w_E = w_F = w$ (por la legislación laboral vigente)
- Mecanismo de incentivos (para el esfuerzo alto):

Utilidad en caso de éxito = $w^{1/2} - d(e)$
Utilidad en caso de fracaso = $w^{1/2} - d(e) - 50P_D$

a) Determine la restricción que debe cumplirse para incentivar al entrenador a realizar el esfuerzo alto (restricción de incentivos).

Restricción de incentivos: $UE_A \geq UE_B$

$$0{,}8 \cdot \left(w^{1/2} - 5\right) + 0{,}2 \cdot \left(w^{1/2} - 5 - 50P_D\right) \geq 0{,}6 \cdot \left(w^{1/2} - 0\right) + 0{,}4 \cdot \left(w^{1/2} - 0 - 50P_D\right)$$

b) Calcule la probabilidad mínima de ser despedido, p_D, necesaria para incentivar al entrenador a realizar el esfuerzo alto.

$$0{,}8 \cdot w^{1/2} - 4 + 0{,}2 \cdot w^{1/2} - 1 - 10 \cdot P_D \geq 0{,}6 \cdot w^{1/2} + 0{,}4 \cdot w^{1/2} - 20P_D$$

$$w^{1/2} - 5 - 10P_D \geq w^{1/2} - 20 \cdot P_D$$

$$10P_D \geq 5 \rightarrow \boxed{P_D \geq \frac{1}{2}}$$

c) Suponiendo que p_D es la del apartado b), obtenga la restricción que tiene que satisfacer el salario para que el entrenador acepte el contrato (restricción de participación). Asimismo, calcule el salario mínimo necesario para que el entrenador acepte el contrato, dada la probabilidad p_D del apartado b).

Con $P_D = \frac{1}{2}$, obtener w tal que el entrenador acepta el contrato:

Restricción de participación: $UE_A \geq U_R$

$$0{,}8 \cdot \left(w^{1/2} - 5\right) + 0{,}2 \cdot \left(w^{1/2} - 5 - 25\right) \geq 90$$

$$0{,}8 \cdot w^{1/2} - 4 + 0{,}2 \cdot w^{1/2} - 6 \geq 90 \rightarrow w^{1/2} \geq 100 \rightarrow \boxed{w_A \geq 10.000}$$

La restricción de participación conduce a que: $\boxed{w \geq 10.000}$

d) Determine el contrato que ofrecería el CDT al entrenador.

$\pi^e(A) = VE$ (ingresos esfuerzo alto) – retribución esperada

$$\pi^e(A) = 0{,}8 \cdot 35.000 + 0{,}2 \cdot 10.000 - 10.000 = 28.000 + 2.000 - 10.000 = 20.000 = \pi^e(A)$$

Para que el entrenador realice el esfuerzo bajo no habría que incentivarlo, solo es necesario que acepte el contrato: $U_B \geq U_R$.

$$w_B^{1/2} - 0 \geq 90 \rightarrow w_B = 8.100$$

$\pi^e(B) = VE$ (ingresos esfuerzo bajo) – retribución esperada

$$\pi^e(B) = 0{,}6 \cdot 35.000 + 0{,}4 \cdot 10.000 - 8.100 = 21.000 + 4.000 - 8.100 = 16.900 = \pi^e(B)$$

Como $\pi^e(A) > \pi^e(B)$ → El principal inducirá al agente a realizar el esfuerzo alto → contrato óptimo: $w_A = 10.000$; $\pi^e(A) = 20.000$; $P_D = \frac{1}{2}$.

e) Calcule cuánto se ahorraría el CDT en costes laborales si tuviera información perfecta sobre el esfuerzo del entrenador.

$$U_B \geq U_R \rightarrow w_B^{1/2} - 0^2 \geq 90 \rightarrow \boxed{w_B = 8.100}$$

$U_A \geq U_R \rightarrow \; w_B^{1/2} - 5 \geq 90 \rightarrow \boxed{w_A = 9.025}$
$\pi^e(B)' = 25.000 - 8.100 = 16.900$
$\pi^e(A)' = 30.000 - 9.025 = 20.975$

Ahorro en costes laborales:

$$\left.\begin{array}{l} \pi^e(A)' - \pi^e(A) = 20.975 - 20.000 = 975 \\ w_A' - w_A = 9.025 - 10.000 = -975 \end{array}\right\}$$

En el caso del principal, la diferencia de beneficios esperados es positiva porque es un ahorro de costes, mientras que en el caso del agente, la resta sale con signo negativo porque supone una reducción de los salarios.

Ejercicio 11:

Suponga que en la economía los agentes pueden estar ocupados (éxito) o parados (fracaso). La probabilidad de que un individuo esté ocupado depende del nivel de esfuerzo que realice, que puede ser alto (A) o bajo (B). La probabilidad de estar empleado en caso de esfuerzo alto es igual a 0,9, mientras que la probabilidad de estar empleado en caso de esfuerzo bajo es 0,4. En caso de estar ocupados, los agentes reciben el salario w. Si están desocupados, los agentes reciben el subsidio de desempleo, S, del Instituto Nacional de Empleo (INEM), que se financia con impuestos proporcionales a los salarios de las personas ocupadas (cuota de la Seguridad Social), de tal manera que la restricción presupuestaria del INEM sería: $S\,u = \tau\, w(1-u)$, donde u es la tasa de paro (que coincide con la probabilidad de estar en paro) y τ es el tipo impositivo de la cuota de la Seguridad Social. Por lo tanto, los agentes ocupados tendrían una renta disponible igual a $w(1-\tau)$ y los desocupados igual a S. La función de utilidad de los agentes es $\ln(c) - d(e)$, donde $d(e_A) = \ln\left(\frac{7}{3}\right)$; $d(e_B) = 0$.

a) Calcule el tipo impositivo óptimo de la cuota de la Seguridad Social, τ, si el esfuerzo de los agentes es observable (Nota: para resolverlo maximice la utilidad esperada del consumidor cuando hace el esfuerzo alto sujeto a la restricción presupuestaria del INEM).
b) Suponga ahora que sólo el agente conoce su esfuerzo (información asimétrica). Determine la restricción que tendría que cumplirse para que los agentes tuvieran incentivos a hacer el esfuerzo alto (restricción de incentivos).
c) Calcule el tipo impositivo, τ, que haría que se cumplieran simultáneamente la restricción de incentivos y la restricción presupuestaria del INEM (Nota: para resolverlo quite logaritmos de la restricción de incentivos).
d) Explique cómo afecta la asimetría informativa a la eficiencia del seguro de desempleo.

Solución:

a) Calcule el tipo impositivo óptimo de la cuota de la Seguridad Social, τ, si el esfuerzo de los agentes es observable (Nota: para resolverlo maximice la utilidad esperada del consumidor cuando hace el esfuerzo alto sujeto a la restricción presupuestaria del INEM).

Las probabilidades de que el agente esté ocupado (éxito) y de que esté parado (fracaso) si realiza un esfuerzo alto son: $p_E(A) = 0{,}9 \rightarrow p_F(A) = 0{,}1$. Por su parte, las probabilidades de que el agente esté ocupado (éxito) y de que esté parado (fracaso) si realiza un esfuerzo bajo son: $p_E(B) = 0{,}4 \rightarrow p_F(B) = 0{,}6$. La restricción presupuestaria del INEM es: $S\,u = \tau\, w(1-u)$. Como la tasa de paro coincide con la probabilidad de estar parado, si el agente realiza el esfuerzo alto, esta tasa es de 0,1. Por lo tanto, la restricción presupuestaria del INEM es, en este caso: $0{,}1 S = \tau\, w(1-0{,}1)$

La función de utilidad del agente viene dada por la siguiente expresión:

$$U(w, d(e)) = \ln w - d(e).$$

Por lo tanto, la utilidad esperada del agente si realiza el esfuerzo alto es: $0{,}9 \cdot \ln(w(1-\tau)) + 0{,}1 \cdot \ln S - \ln\left(\frac{7}{3}\right)$.

El problema de optimización que debemos resolver es, por tanto:

$$Max. \quad 0{,}9 \cdot \ln\left(w(1-\tau)\right) + 0{,}1 \cdot \ln S - \ln\left(\frac{7}{3}\right)$$

$$s.a \quad S = 9\tau w$$

Introduciendo la restricción en la función objetivo, tenemos:

$$Max. \quad 0{,}9 \cdot \ln\left(w(1-\tau)\right) + 0{,}1 \cdot \ln(9\tau w) - \ln\left(\frac{7}{3}\right)$$

La condición de primer orden de este problema de maximización (derivando la función objetivo respecto de τ) es:

$$0{,}9 \cdot \frac{-w}{w(1-\tau)} + 0{,}1 \cdot \frac{9w}{9\tau w} = 0$$

Despejando τ , tenemos que $\boxed{\tau = 0{,}1}$. Éste sería el tipo impostivo óptimo de la cuota de la Seguridad Social si la información es simétrica (esfuerzo observable).

b) Suponga ahora que sólo el agente conoce su esfuerzo (información asimétrica). Determine la restricción que tendría que cumplirse para que los agentes tuvieran incentivos a hacer el esfuerzo alto (restricción de incentivos).

Como en este caso la información es asimétrica, es necesario incentivar a los agentes a realizar el esfuerzo alto. Así, la restricción de incentivos se obtendría haciendo que la utlidad esperada de realizar el esfuerzo alto sea, como mínimo, igual a la utilidad esperada de realizar el esfuerzo bajo, esto es: $UE_A \geq UE_B$.

Utilizando los datos del problema, esta restricción sería:

$$0{,}9 \cdot \ln\left(w(1-\tau_{ia})\right) + 0{,}1 \cdot \ln S - \ln\left(\frac{7}{3}\right) \geq 0{,}4 \cdot \ln\left(w(1-\tau_{ia})\right) + 0{,}6 \cdot \ln S - 0$$

$$0{,}5 \cdot \ln\left(w(1-\tau_{ia})\right) - 0{,}5 \cdot \ln S \geq \ln\left(\frac{7}{3}\right)$$

$$0{,}5 \cdot \left[\ln\left(w(1-\tau_{ia})\right) - \ln S\right] \geq \ln\left(\frac{7}{3}\right)$$

$$\ln\left(w(1-\tau_{ia})\right) - \ln S \geq 2 \cdot \ln\left(\frac{7}{3}\right) = \ln\left(\frac{7}{3}\right)^2$$

$$\ln\left(\frac{w(1-\tau_{ia})}{S}\right) \geq \ln\left(\frac{7}{3}\right)^2$$

Quitando logaritmos, tenemos:

$$\boxed{\left(\frac{w(1-\tau_{ia})}{S}\right) \geq \left(\frac{7}{3}\right)^2} \text{ Restricción de incentivos}$$

Por lo tanto, si la restricción de incentivos se satura, tenemos:

$\boxed{\left(\frac{w(1-\tau_{ia})}{S}\right)=\left(\frac{7}{3}\right)^2}$ Restricción de incentivos saturada

c) Calcule el tipo impositivo, τ, que haría que se cumplieran simultáneamente la restricción de incentivos y la restricción presupuestaria del INEM (Nota: para resolverlo quite logaritmos de la restricción de incentivos).

La restricción de incentivos del agente y la restricción presupuestaria del INEM son, respectivamente, las siguientes:

$$\left(\frac{w(1-\tau_{ia})}{S}\right)=\left(\frac{7}{3}\right)^2$$

$$S=9\tau_{ia}w$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones, tenemos que $\boxed{\tau_{ia}=0{,}02}$ siendo τ_{ia} el tipo impositivo bajo información asimétrica.

Como podemos observar, $\boxed{\tau=0{,}1>\tau_{ia}=0{,}02}$

d) Explique cómo afecta la asimetría informativa a la eficiencia del seguro de desempleo.

La situación con información simétrica, al dejar al agente sobre su línea de certeza, es eficiente desde el punto de vista de la distribución de riesgos (con agente averso y principal – INEM - neutral). Para comprobarlo, calculemos la renta del agente tanto si está empleado como parado, teniendo en cuenta que $\tau=0{,}1$.

Renta del agente si está empleado: $w(1-\tau)=0{,}9w$
Renta del agente si está parado: $S=9\tau w=0{,}9w$

Como puede observarse, la renta del agente sería la misma (se sitúa sobre la línea de certeza), tanto si está empleado como si está parado.

Sin embargo, con información asimétrica, la situación no es eficiente, ya que el agente estaría fuera de su línea de certeza. Para comprobarlo, calculemos la renta del agente tanto si está empleado como si está parado, siendo, en este caso, $\tau_{ia}=0{,}02$.

Renta del agente si está empleado: $w(1-\tau_{ia})=0{,}98w$
Renta del agente si está parado: $S=9\tau_{ia}w=0{,}18w$

Como puede observarse, la renta del agente es mayor si está trabajando que si está parado. Con información asimétrica, el agente está dispuesto a situarse fuera de su línea de certeza a cambio de obtener una mayor renta disponible si trabaja (al ser menor el tipo impositivo que grava su sueldo). Por lo tanto, la información asimétrica elimina la eficiencia del seguro de desempleo.

Ejercicio 12:

Los ingresos de una empresa en caso de éxito son 4.400 u.m. y en caso de fracaso son 900 u.m. La probabilidad de éxito o fracaso depende del esfuerzo de su directivo. Si el esfuerzo es alto la probabilidad de éxito es del 80% mientras que si el esfuerzo es bajo es del 60%. La legislación laboral no permite los salarios contingentes (salarios en función de los resultados); aunque si permite que parte de la retribución del directivo sea una participación de los beneficios. De esta manera, la retribución de los directivos sería $w+\lambda\Pi$, donde w es el salario base, λ es el porcentaje de los beneficios de la empresa que recibiría el directivo como complemento salarial, y $\prod = I - w$ serían los beneficios de la empresa, donde los ingresos, I, dependerían de que hubiera éxito o fracaso.

a) Suponga que el directivo es averso al riesgo y que la empresa (neutral al riesgo) puede conocer el nivel de esfuerzo del trabajador y pagarle conforme al mismo. Determine el nivel óptimo de participación del directivo en los beneficios de la empresa, λ.
b) Suponga que la empresa no conoce el nivel de esfuerzo que realiza su directivo (información asimétrica), que la función de utilidad del directivo es $U(w)=w^{1/2}-d(e)$, donde $d(e_A)=2$, $d(e_B)=0$, y que la utilidad de reserva del directivo es igual a 36. Determine la restricción que tendría que cumplir un contrato para que el directivo lo aceptara (restricción de participación). Asimismo, especifique la restricción que tendría que cumplir un contrato para que el directivo realizara el esfuerzo alto (restricción de incentivos).
c) Teniendo en cuenta la información del apartado b), obtenga el contrato que induciría al directivo a realizar el esfuerzo alto (Nota: para resolver el sistema de ecuaciones que implica el contrato haga el cambio de variable $w_E = w+\lambda\prod_E$ y $w_F = w+\lambda\prod_F$).
d) Explique si la empresa ofrecería el contrato del apartado c).

Solución:

a) Suponga que el directivo es averso al riesgo y que la empresa (neutral al riesgo) puede conocer el nivel de esfuerzo del trabajador y pagarle conforme al mismo. Determine el nivel óptimo de participación del directivo en los beneficios de la empresa, λ.

Si el esfuerzo del directivo es observable, la participación óptima en los beneficios debería ser $\boxed{\lambda=0}$. Es decir, el principal le pagaría simplemente un salario base al directivo, cuyo importe dependería del esfuerzo realizado, esto es un salario mayor si realiza un esfuerzo alto que si realiza un esfuerzo bajo. Cuando la información es simétrica, los contratos óptimos están sobre la línea de certeza del directivo, que es averso al riesgo, siendo el salario uniforme en caso de éxito que de fracaso.

b) Suponga que la empresa no conoce el nivel de esfuerzo que realiza su directivo (información asimétrica), que la función de utilidad del directivo es $U(w)=w^{1/2}-d(e)$, donde $d(e_A)=2$, $d(e_B)=0$, y que la utilidad de reserva del directivo es igual a 36. Determine la restricción que tendría que cumplir un contrato para que el directivo lo aceptara (restricción de participación). Asimismo, especifique la restricción que tendría que cumplir un contrato para que el directivo realizara el esfuerzo alto (restricción de incentivos).

Restricción de participación: $UE \geq U_R$ siendo U_R la utilidad de reserva.

Restricción de participación: $0{,}8\cdot\left(w+\lambda\prod_E\right)^{1/2}+0{,}2\cdot\left(w+\lambda\prod_F\right)^{1/2}-2\geq 36$

Si se satura la restricción de participación, tenemos:

$$\boxed{0{,}8\cdot\left(w+\lambda\prod_E\right)^{1/2}+0{,}2\cdot\left(w+\lambda\prod_F\right)^{1/2}=38}$$

Restricción de incentivos para que eñ directivo realice el esfuerzo alto: $UE\geq UE_B$

Restricción de incentivos para que el directivo realice el esfuerzo alto:

$$0{,}8\cdot\left(w+\lambda\prod_E\right)^{1/2}+0{,}2\cdot\left(w+\lambda\prod_F\right)^{1/2}-2\geq 0{,}6\cdot\left(w+\lambda\prod_E\right)^{1/2}+0{,}4\cdot\left(w+\lambda\prod_F\right)^{1/2}-0$$

Si se satura la restricción de incentivos, tenemos:

$$\boxed{0{,}8\cdot\left(w+\lambda\prod_E\right)^{1/2}+0{,}2\cdot\left(w+\lambda\prod_F\right)^{1/2}-2=0{,}6\cdot\left(w+\lambda\prod_E\right)^{1/2}+0{,}4\cdot\left(w+\lambda\prod_F\right)^{1/2}}$$

c) Teniendo en cuenta la información del apartado b), obtenga el contrato que induciría al directivo a realizar el esfuerzo alto (Nota: para resolver el sistema de ecuaciones que implica el contrato haga el cambio de variable $w_E=w+\lambda\prod_E$ y $w_F=w+\lambda\prod_F$).

Las restricciones de participación y de incentivos saturadas son:

$$0{,}8\cdot\left(w+\lambda\prod_E\right)^{1/2}+0{,}2\cdot\left(w+\lambda\prod_F\right)^{1/2}=38$$
$$0{,}8\cdot\left(w+\lambda\prod_E\right)^{1/2}+0{,}2\cdot\left(w+\lambda\prod_F\right)^{1/2}-2=0{,}6\cdot\left(w+\lambda\prod_E\right)^{1/2}+0{,}4\cdot\left(w+\lambda\prod_F\right)^{1/2}$$

Haciendo el cambio de variable: $w_E=w+\lambda\prod_E$ y $w_F=w+\lambda\prod_F$, tenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$0{,}8\cdot\left(w_E\right)^{1/2}+0{,}2\cdot\left(w_F\right)^{1/2}=38 \qquad (1)$$
$$0{,}8\cdot\left(w_E\right)^{1/2}+0{,}2\cdot\left(w_F\right)^{1/2}-2=0{,}6\cdot\left(w_E\right)^{1/2}+0{,}4\cdot\left(w_F\right)^{1/2} \qquad (2)$$

De (2) podemos obtener:

$$0{,}2\cdot\left(w_E\right)^{1/2}-0{,}2\cdot\left(w_F\right)^{1/2}=2$$

Así, con (1) y (2), tenemos:

$$0{,}8\cdot\left(w_E\right)^{1/2}+0{,}2\cdot\left(w_F\right)^{1/2}=38$$
$$0{,}2\cdot\left(w_E\right)^{1/2}-0{,}2\cdot\left(w_F\right)^{1/2}=2$$

Sumando estas dos ecuaciones, tenemos:

$$(w_E)^{1/2} = 40 \rightarrow \boxed{w_E = (w + \lambda \prod_E) = 1.600}$$

$$0{,}2 \cdot (w_E)^{1/2} - 0{,}2 \cdot (w_F)^{1/2} = 2 \rightarrow (w_F)^{1/2} = \frac{0{,}2 \cdot (w_E)^{1/2} - 2}{0{,}2} = 30 \rightarrow \boxed{w_F = (w + \lambda \prod_F) = 900}$$

d) Explique si la empresa ofrecería el contrato del apartado c).

Para responder a este apartado debemos comparar los beneficios esperados del principal correspondientes al contrato del apartado anterior (con el que el directivo realizaría el esfuerzo alto) y los beneficios esperados que obtendría el principal si el directivo realizara el esfuerzo bajo.

- Beneficios esperados del principal si el agente realiza el esfuerzo bajo:

Para que el directivo realice el esfuerzo bajo simplemente debe cumplirse la restricción de participación: $U_B \geq U_R$. En este caso $\lambda = 0$. por lo que el contrato sería el siguiente:

$$w_B^{1/2} - 0 = 36 \rightarrow \boxed{w_B = 1.296}$$

Los beneficios esperados del principal serían, por tanto:

$$\prod E_B = [0{,}6 \cdot 4.400 + 0{,}4 \cdot 900] - 1.200 \rightarrow \boxed{\prod E_B = 1.704}$$

- Beneficios esperados del principal si el directivo realiza el esfuerzo alto:

Si el directivo realiza el esfuerzo alto, el contrato sería el obtenido en el aparatdo c), esto es: $w_E = 1.600$ y $w_F = 900$. Por lo tanto, los beneficios esperados del principal serían, en este caso:

$$\prod E_A = [0{,}8 \cdot 4.400 + 0{,}2 \cdot 900] - [0{,}8 \cdot 1.600 + 0{,}2 \cdot 900] \rightarrow \boxed{\prod E_A = 2.240}$$

Al principal le interesa inducir al directivo a realizar el esfuerzo alto, ya que obtendría mayores beneficios esperados.