MICROECONOMÍA. EQUILIBRIO GENERAL Y ECONOMÍA DE LA INFORMACIÓN

Tema 1

EQUILIBRIO GENERAL Y FALLOS DE MERCADO

Fernando Perera Tallo

Olga María Rodríguez Rodríguez

http://bit.ly/8l8DDu

1.8. 2. Los bienes públicos.

Los bienes pueden clasificarse de acuerdo a dos criterios: exclusión y rivalidad.

- **Bienes excluibles**: si se puede excluir a los individuos del consumo de los mismos.
- **Bienes rivales**: si el consumo del bien por parte de un individuo impide el consumo de ese mismo bien por parte de otro individuo.

En la siguiente matriz se muestra una clasificación de los bienes según sean rivales y excluibles o no:

	Excluible	**No Excluible**
Rival	Bien privado	Recursos comunes
No Rival		Bien público

Algunos autores denominan bien público puro a los bienes que no son ni excluibles ni rivales, y consideran bienes públicos (no puros o mixtos) a los bienes que no son rivales pero si excluibles, o son rivales pero no excluibles.

Todos **los bienes que no son privados**, esto es, que o bien no son excluibles o no son rivales, conllevan **problemas de ineficiencia paretiana**.

- Los bienes rivales y no excluibles, los llamados **recursos comunes**, implican externalidades negativas que, como ya hemos visto, traen consigo la ineficiencia del mecanismo de mercado. Ejemplo: banco de peces y varios pescadores: cuanto más capture uno de ellos menos capturas harán el resto; es decir, la producción de pescado por una empresa tiene efectos externos negativos sobre la producción de pescado por parte de las otras.

- Bienes excluibles y no rivales: también implican ineficiencias, ya que, además de que tienden a provocar **situaciones monopolistas**, se puede excluir a una serie de consumidores (a los que no costaría nada hacer que disfrutaran de ese bien). Ejemplo: películas descargadas de Internet.

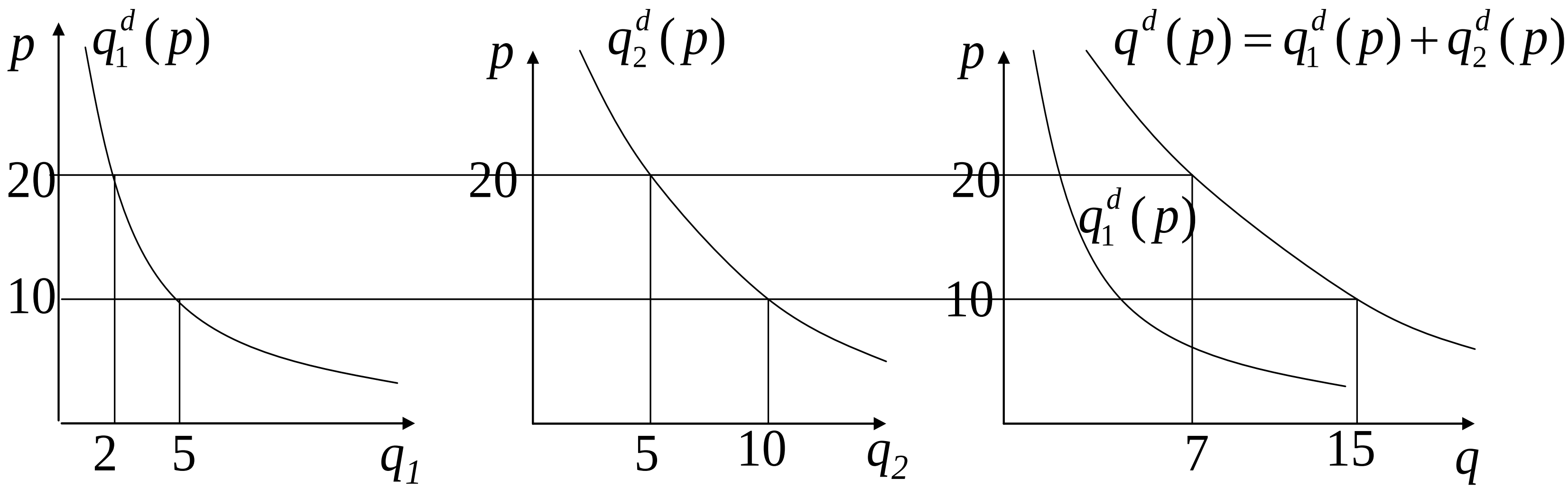
  Problema: el coste marginal de que una persona se descargue una película es cero, y para que el equilibrio fuera eficiente se tendría que poner un precio igual al coste marginal; es decir, se tendría que dejar descargar la película gratis, pero esto supondría que nadie querría producir películas. Por tanto, cualquier equilibrio de mercado será ineficiente.

Bienes públicos en equilibrio parcial.

- Cuando hay **bienes privados**, normalmente todos los consumidores pagan el mismo precio, pero la cantidad comprada por cada uno puede ser distinta. Así, la demanda de mercado se calcularía sumando las cantidades demandadas por cada consumidor (que pueden ser distintas entre consumidores) para un determinado precio: **suma horizontal**.

$$q^d(p) = q_1^d(p) + q_2^d(p) + ... + q_n^d(p)$$

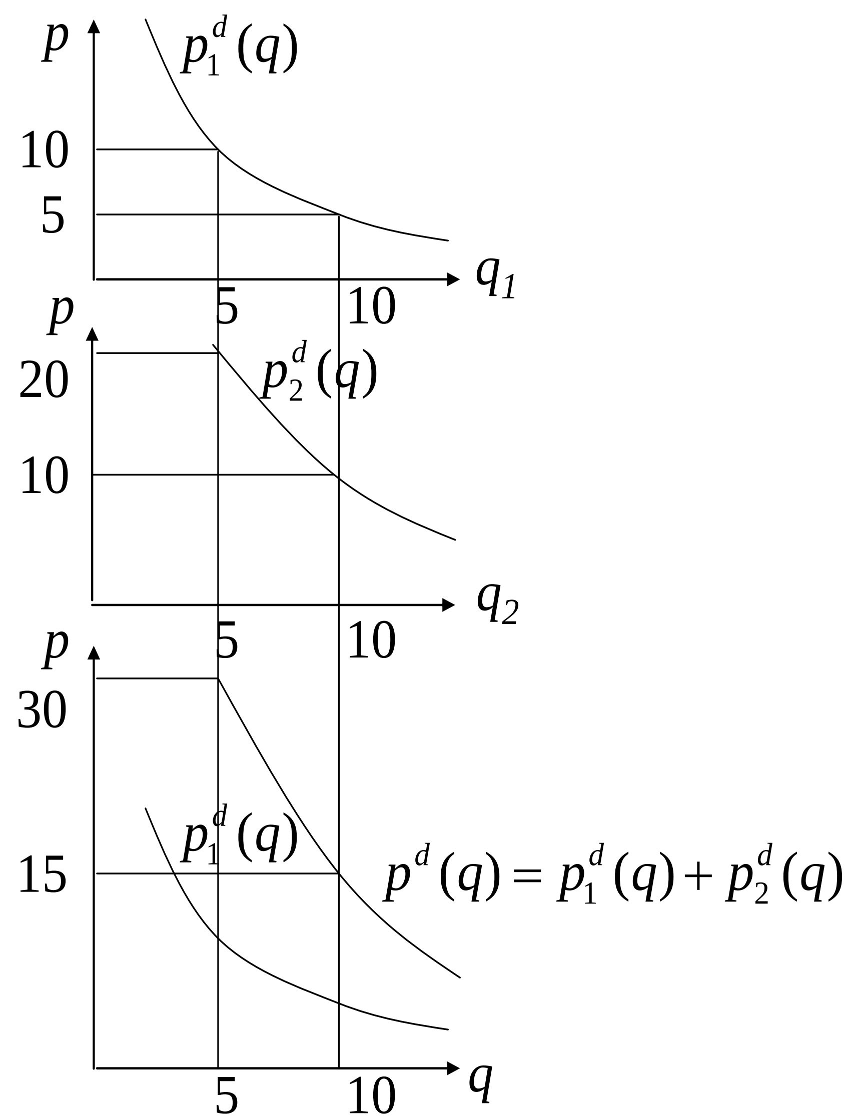
Curva de demanda de mercado de un bien privado =
Suma horizontal de las curvas de demanda individuales.



- Cuando hay **bienes públicos**, dado que dichos bienes son no excluibles, la cantidad de consumo de todos esos bienes es idéntica entre individuos, lo que puede ser distinto es el precio de reserva de cada consumidor. Por esta razón, en este caso, la demanda de mercado se calcularía sumando el precio de reserva de cada individuo (que pueden ser distintos entre consumidores) para una determinada cantidad: **suma vertical**.

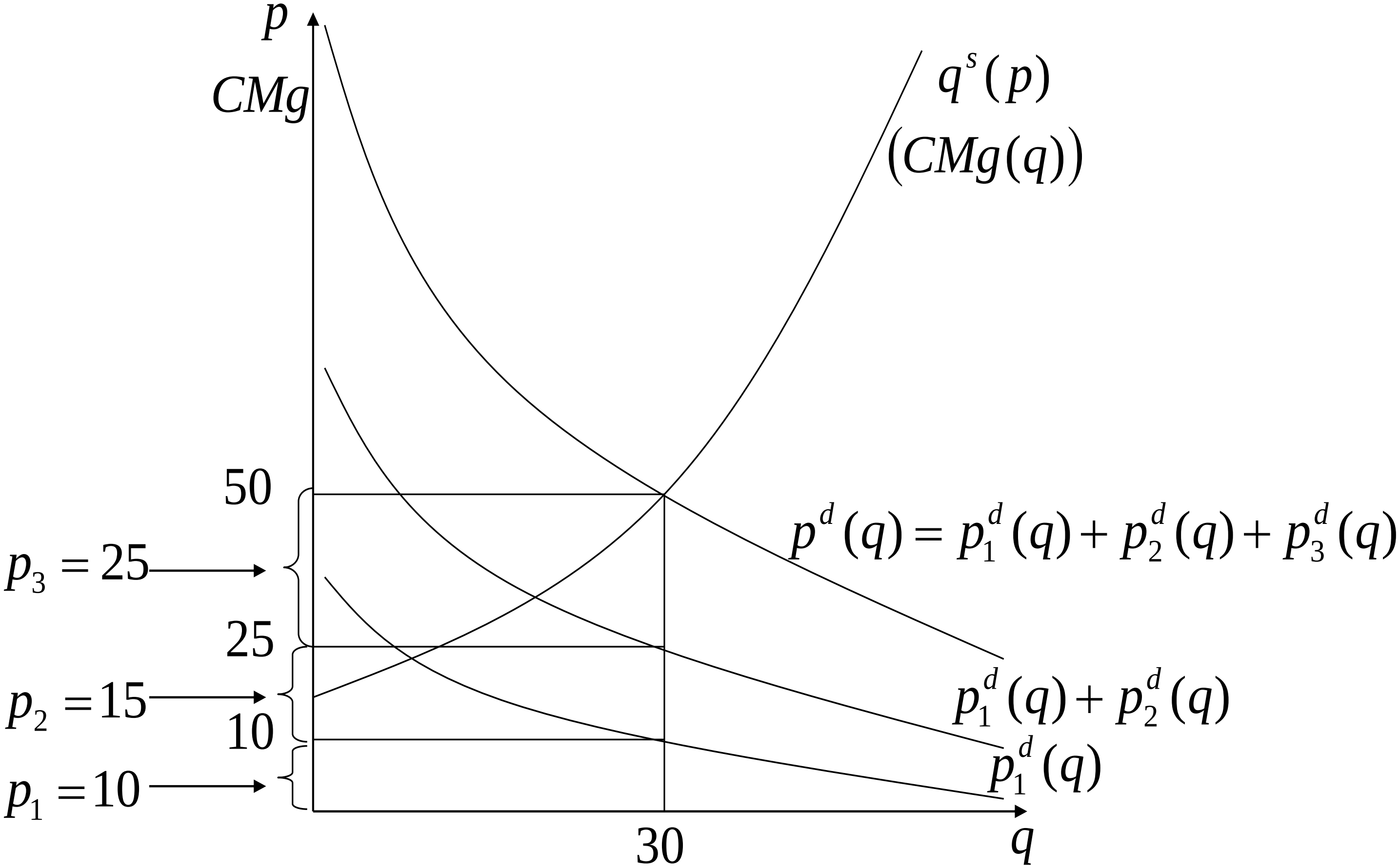
$$p^d(q) = p_1^d(q) + p_2^d(q) + ... + p_n^d(q)$$

Curva de demanda de mercado de un bien público = Suma vertical de las curvas de demanda individuales.



La **asignación eficiente de un bien público** se produce cuando la suma de los precios de reserva de cada consumidor se iguala al coste marginal, es decir, cuando la oferta es igual a la demanda.

Equilibrio de Lindhal: cada consumidor paga su precio de reserva y la oferta se iguala a la demanda.



En la práctica este equilibrio es muy difícil de implementar, porque no se conocen los precios de reserva de los distintos consumidores. Si se le preguntara a cada uno de ellos, los individuos tendrían incentivos a declarar un precio de reserva menor que el verdadero, ya que cuanto menor es el precio de reserva que se declara, menor sería la cantidad a pagar.

En la práctica, lo que suele suceder es que el Estado se hace cargo de proveer el bien público y éste se financia con impuestos.

Bienes públicos en equilibrio general.

Retomamos el modelo de un solo factor, dos empresas y dos bienes, pero, en este caso, existen dos consumidores.

- Un solo factor, L: trabajo o factor compuesto (trabajo, capital físico, capital humano, tierra, etc.).
- Dos empresas, la que produce el bien x y la que produce el bien y.
- Dos bienes, x e y: x es un bien público e y es un bien privado.
- Dos consumidores, el 1 y el 2.

- La dotación del único factor que existe es $\overline{L} = N^1 + N^2 > 0$, siendo, N^1 la cantidad de trabajo que posee el consumidor 1 y N^2 la cantidad de trabajo que posee el consumidor 2.

- La utilidad de cada uno los consumidores viene dada por $u^1\left(c_x, c_y^1\right)$ para el consumidor 1, y $u^2\left(c_x, c_y^2\right)$ para el consumidor 2, siendo c_y^1 la cantidad de bien *y* (bien privado) consumida por la economía doméstica 1, c_y^2 la cantidad de bien *y* consumida por la economía doméstica 2 y c_x la cantidad de bien público *x* consumida por las dos economía domésticas (igual para los dos consumidores).

Restricciones de factibilidad:

- Se consume menos o igual que lo que se produce: $c_x \leq q_x \quad ; \; c_y^1 + c_y^2 \leq q_y$.
- Cada empresa produce de acuerdo con su tecnología: $q_x \leq F_x(L_x)$; $q_y \leq F_y(L_y)$.
- No se usan más factores que los existentes en la economía: $L_x + L_y \leq \overline{L}$.

Es interesante observar que en la primera restricción (se consume menos o igual que lo que se produce), para el bien público no se ha puesto la suma de consumos de los dos consumidores, ya que siendo x un bien público, este consumo es el mismo para los dos consumidores. Además, dada la no rivalidad de los bienes públicos, el número de consumidores que disfrutan del bien público no afecta para nada a su coste.

Óptimo de Pareto

$$\max_{c_x, c_y^1, c_y^2, q_x, L_x, q_y, L_y} \quad u^1\left(c_x, c_y^1\right)$$

$$\begin{aligned} \text{s.a}: \quad & u^2\left(c_x, c_y^2\right) \geq \hat{u}^2 \\ & c_x \leq q_x \\ & c_y^1 + c_y^2 \leq q_y \\ & q_x \leq F_x\left(L_x\right) \\ & q_y \leq F_y\left(L_y\right) \\ & L_x + L_y \leq \bar{L} \end{aligned}$$

Óptimo de Pareto: (OP)

$$\max_{c_x, c_y^1, c_y^2, L_x, L_y} u^1\left(c_x, c_y^1\right)$$

$$\begin{aligned} \text{s.a}: \quad & u^2\left(c_x, c_y^2\right) \geq \hat{u}^2 \\ & c_x \leq F_x\left(L_x\right) \\ & c_y^1 + c_y^2 \leq F_y\left(L_y\right) \\ & L_x + L_y \leq \overline{L} \end{aligned}$$

El Lagrangiano correspondiente sería:

$$\ell = u^1\left(c_x, c_y^1\right) + \lambda^2\left[u^2\left(c_x, c_y^2\right) - \hat{u}^2\right] + \wp_x\left[F_x\left(L_x\right) - c_x\right] + \wp_y\left[F_y\left(L_y\right) - c_y^1 - c_y^2\right]$$
$$+ \omega\left[\overline{L} - L_x - L_y\right]$$

donde $\lambda^2, \wp_x, \wp_y, \omega$ son los multiplicadores de Lagrange.

Condiciones de primer orden para solución interior:

$$\left.\begin{array}{l}
\dfrac{\partial \ell}{\partial c_x} = \dfrac{\partial u^1\left(c_x, c_y^1\right)}{\partial c_x} + \lambda^2 \dfrac{\partial u^2\left(c_x, c_y^2\right)}{\partial c_x} - \wp_x = 0 \\[2ex]
\dfrac{\partial \ell}{\partial c_y^1} = \dfrac{\partial u^1(c_x, c_y^1)}{\partial c_y^1} - \wp_y = 0 \\[2ex]
\dfrac{\partial \ell}{\partial c_y^2} = \lambda^2 \dfrac{\partial u^2\left(c_x, c_y^2\right)}{\partial c_y^2} - \wp_y = 0 \Leftrightarrow \lambda^2 = \dfrac{\wp_y}{\dfrac{\partial u^2\left(c_x, c_y^2\right)}{\partial c_y^2}}
\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\partial u^1\left(c_x, c_y^1\right)}{\partial c_x} = -\wp_y \dfrac{\dfrac{\partial u^2\left(c_x, c_y^2\right)}{\partial c_x}}{\dfrac{\partial u^2\left(c_x, c_y^2\right)}{\partial c_y^2}} + \wp_x \\[2em] \dfrac{\partial u^1(c_x, c_y^1)}{\partial c_y^1} = \wp_y \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\frac{\dfrac{\partial u^1\left(c_x, c_y^1\right)}{\partial c_x}}{\dfrac{\partial u^1(c_x, c_y^1)}{\partial c_y^1}} = -\frac{\dfrac{\partial u^2\left(c_x, c_y^2\right)}{\partial c_x}}{\dfrac{\partial u^2\left(c_x, c_y^2\right)}{\partial c_y^2}} + \frac{\wp_x}{\wp_y} \Leftrightarrow$$

$$\underbrace{\frac{\dfrac{\partial u^1\left(c_x, c_y^1\right)}{\partial c_x}}{\dfrac{\partial u^1(c_x, c_y^1)}{\partial c_y^1}}}_{RMS^1_{x,y}(c_x, c_y^1)} + \underbrace{\frac{\dfrac{\partial u^2\left(c_x, c_y^2\right)}{\partial c_x}}{\dfrac{\partial u^2\left(c_x, c_y^2\right)}{\partial c_y^2}}}_{RMS^2_{x,y}(c_x, c_y^2)} = \frac{\wp_x}{\wp_y} \Leftrightarrow$$

$$RMS^1_{x,y}(c_x, c_y^1) + RMS^2_{x,y}(c_x, c_y^2) = \frac{\wp_x}{\wp_y} \quad (\text{OP}.1)$$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\partial \ell}{\partial L_x} = \wp_x \dfrac{\partial F_x(L_x)}{\partial L_x} - \omega = 0 \Rightarrow \wp_x \dfrac{\partial F_x(L_x)}{\partial L_x} = \omega \Leftrightarrow \wp_x = \dfrac{\omega}{\dfrac{\partial F_x(L_x)}{\partial L_x}} \\ \dfrac{\partial \ell}{\partial L_y} = \wp_y \dfrac{\partial F_y(L_y)}{\partial L_y} - \omega = 0 \Rightarrow \wp_y \dfrac{\partial F_y(L_y)}{\partial L_y} = \omega \Leftrightarrow \wp_y = \dfrac{\omega}{\dfrac{\partial F_y(L_y)}{\partial L_y}}\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\frac{\wp_x}{\wp_y} = \frac{\dfrac{\omega}{\dfrac{\partial F_x(L_x)}{\partial L_x}}}{\dfrac{\omega}{\dfrac{\partial F_y(L_y)}{\partial L_y}}} = \frac{\dfrac{\partial F_y(L_y)}{\partial L_y}}{\dfrac{\partial F_x(L_x)}{\partial L_x}} = RMT_{x,y}(q_x, q_y) \Rightarrow$$

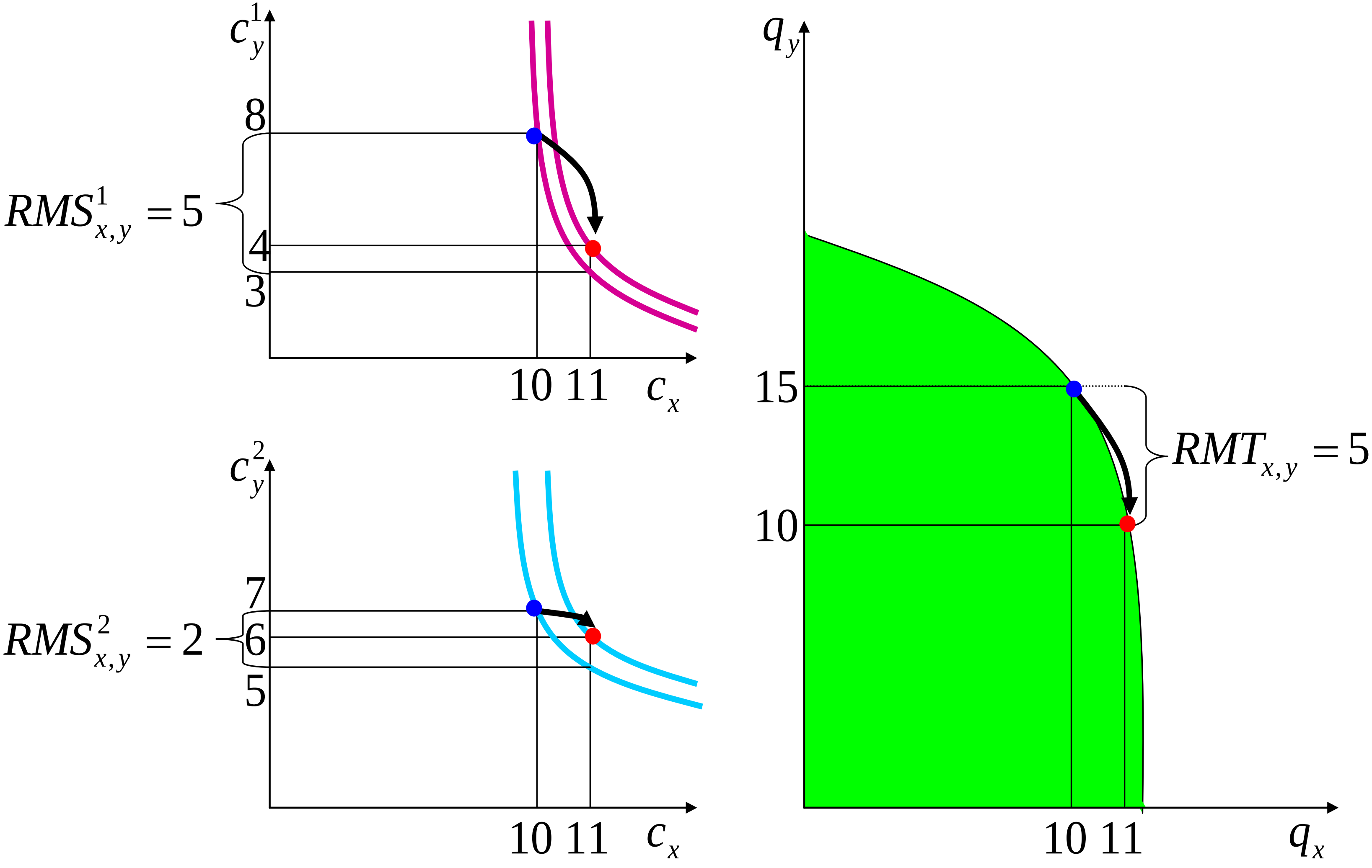
$$\frac{\wp_x}{\wp_y} = \frac{\dfrac{\omega}{\dfrac{\partial F_x(L_x)}{\partial L_x}}}{\dfrac{\omega}{\dfrac{\partial F_y(L_y)}{\partial L_y}}} = \frac{\dfrac{\partial F_y(L_y)}{\partial L_y}}{\dfrac{\partial F_x(L_x)}{\partial L_x}} = RMT_{x,y}(q_x, q_y)$$

$$RMT_{x,y}(q_x, q_y) = \frac{\wp_x}{\wp_y} \quad \text{(OP.2)}$$

Usando las condiciones (OP.1) y (OP.2) obtenemos::

$$RMS^1_{x,y}(c_x, c^1_y) + RMS^2_{x,y}(c_x, c^2_y) = RMT_{x,y}(q_x, q_y)$$

Mejora Paretiana cuando $RMS^1_{x,y}(c_x,c^1_y)+RMS^2_{x,y}(c_x,c^2_y)>RMT_{x,y}(q_x,q_y)$

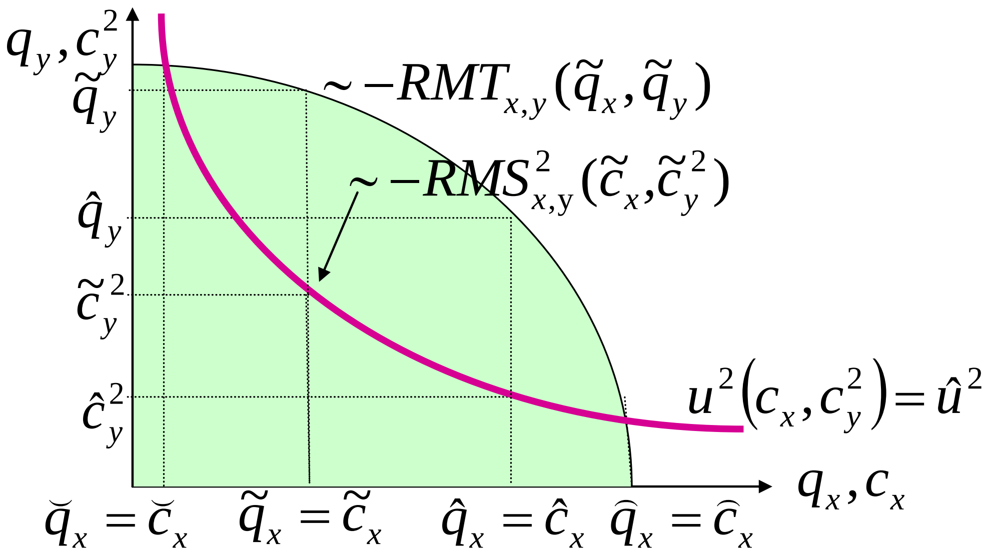


Siempre se puede hacer una mejora paretiana aumentando la producción del bien público *x* en una unidad y reduciendo la producción del bien privado en la *RMT*, y quitándole a cada consumidor una cantidad de bien privado menor o igual que su *RMS*, tal que la suma sea igual a la *RMT*, siendo la reducción de al menos un individuo estrictamente menor que su *RMS*. De esta manera, al menos un individuo saldría ganando y el otro individuo estaría igual consiguiéndose, así, una mejora en sentido de Pareto.

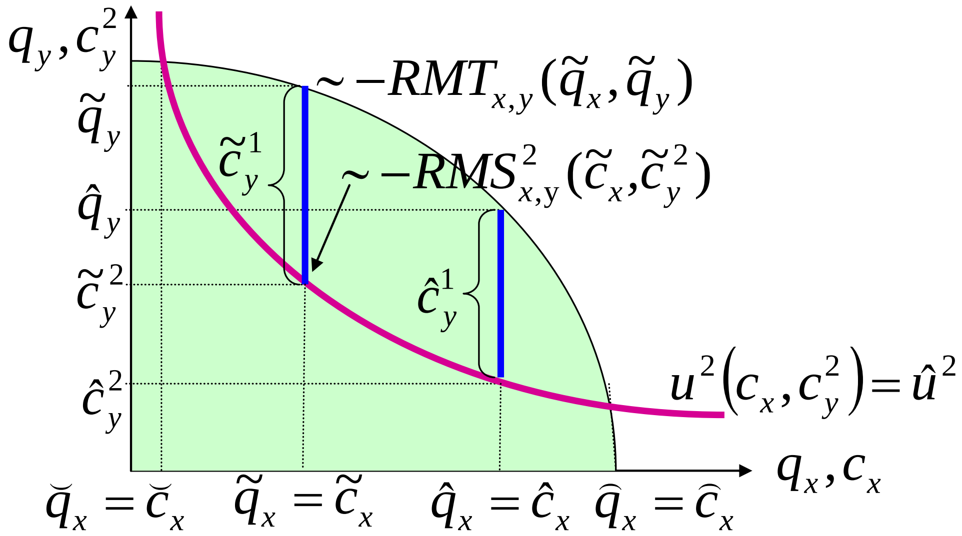
En este ejemplo, a cada consumidor se le está quitando una cantidad de bien privado y menor de la que estaría dispuesto a sacrificar por una unidad adicional de bien x (su *RMS*), por lo que ambos consumidores salen ganando, es decir, ha habido una mejora en sentido de Pareto, por lo que la situación inicial era ineficiente.

En este ejemplo no se podría hacer una mejora en sentido de Pareto si se pretendiera que los dos consumidores redujeran su consumo de bien privado en la misma cuantía, es decir, si los dos consumidores pagaran el mismo precio por la unidad adicional del bien público. Éste es uno de los problemas de los bienes públicos: para alcanzar una solución eficiente suele ser necesario que los consumidores paguen distintos precios dependiendo de su disposición a pagar (sus *RMSs*).

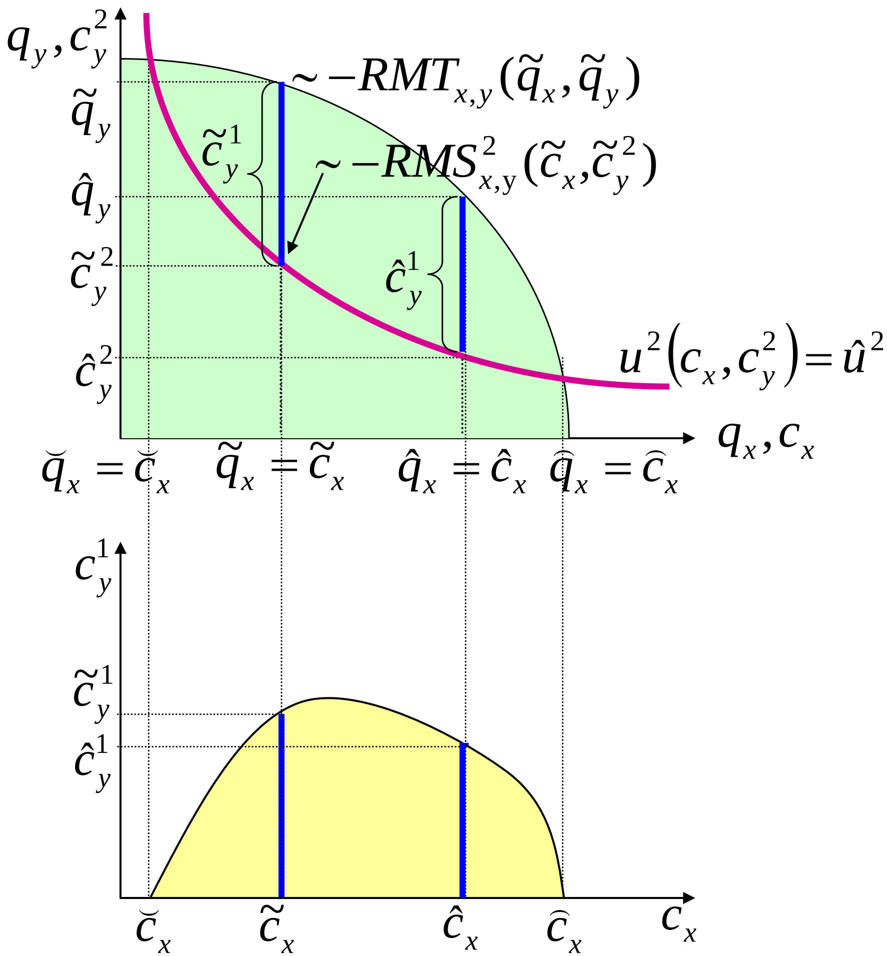
Conjunto de posibilidades de consumo de 1 dada la utilidad de 2



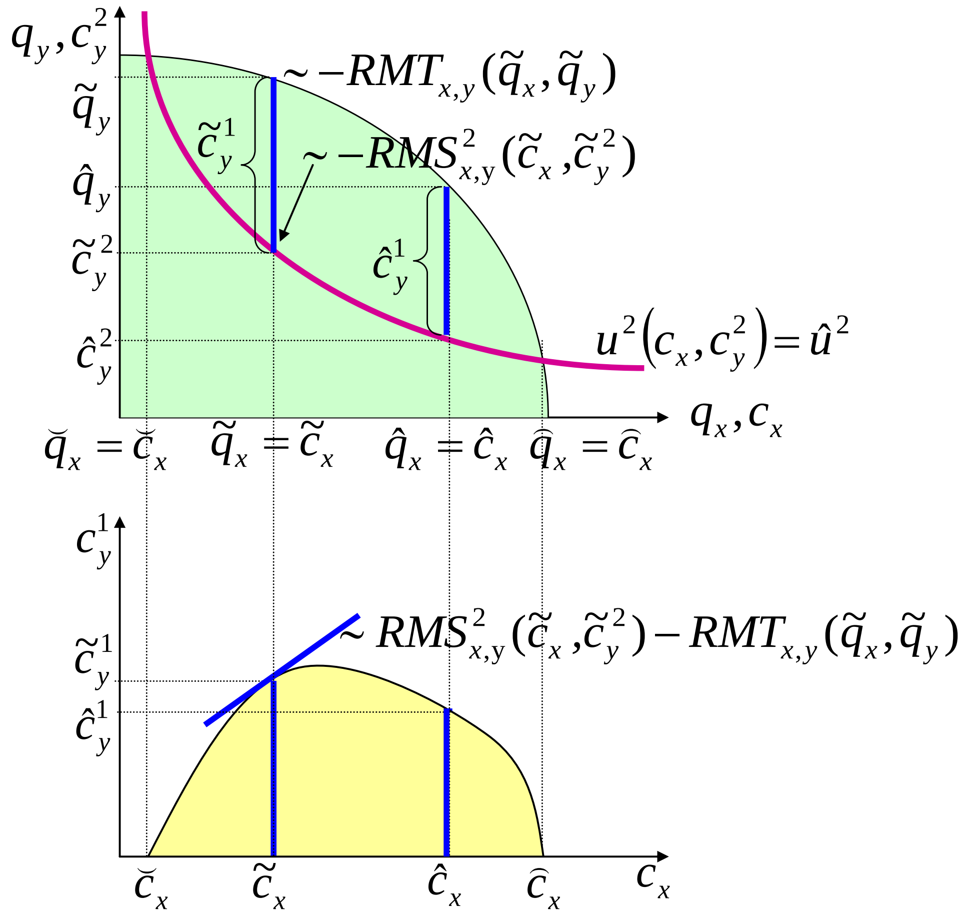
Conjunto de posibilidades de consumo de 1 dada la utilidad de 2



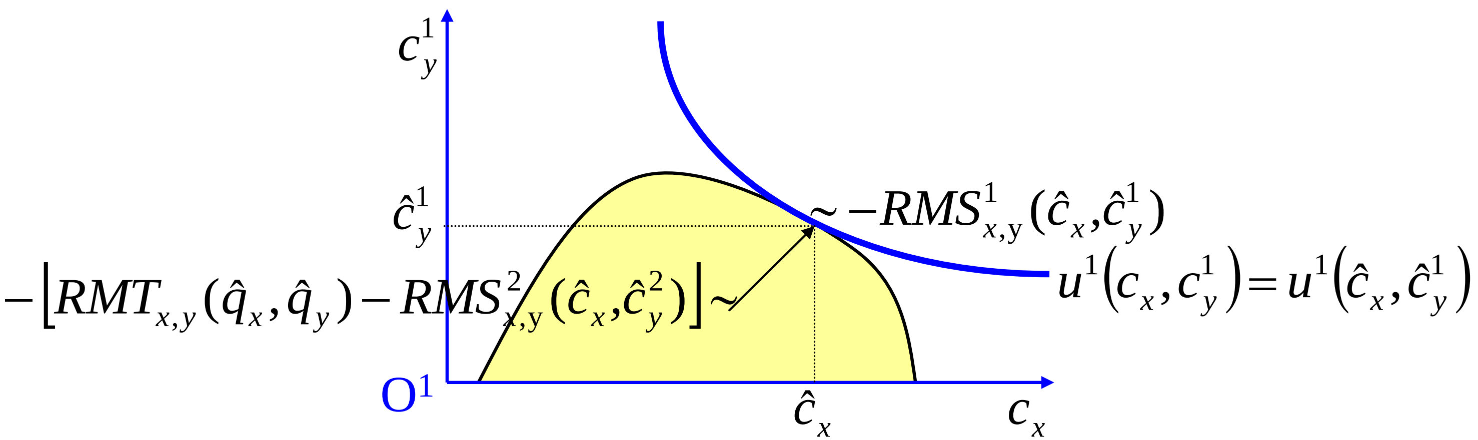
Conjunto de posibilidades de consumo de 1 dada la utilidad de 2



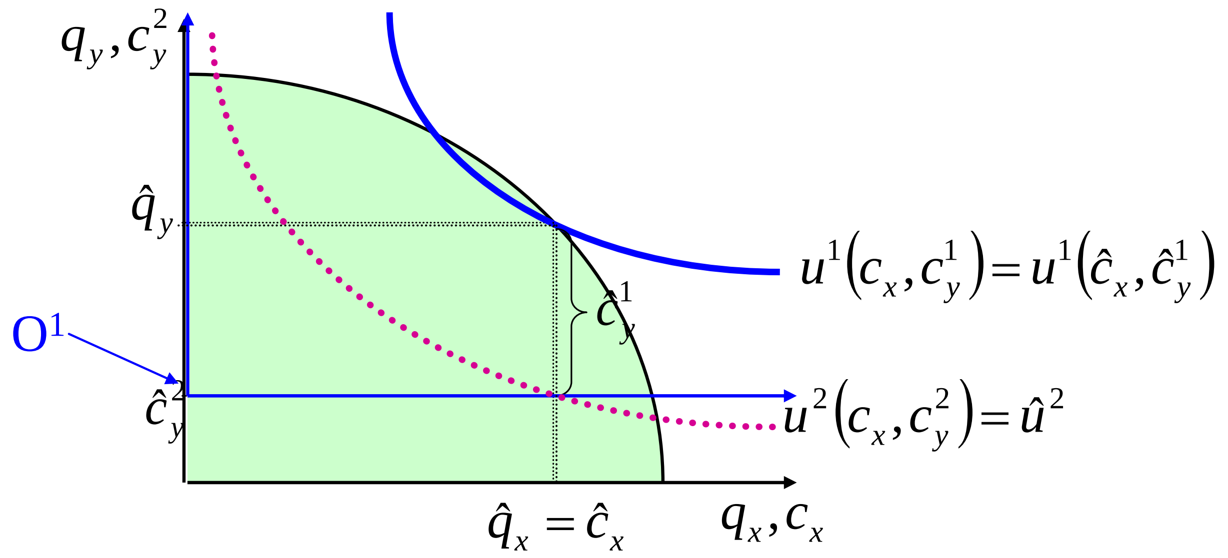
Conjunto de posibilidades de consumo de 1 dada la utilidad de 2



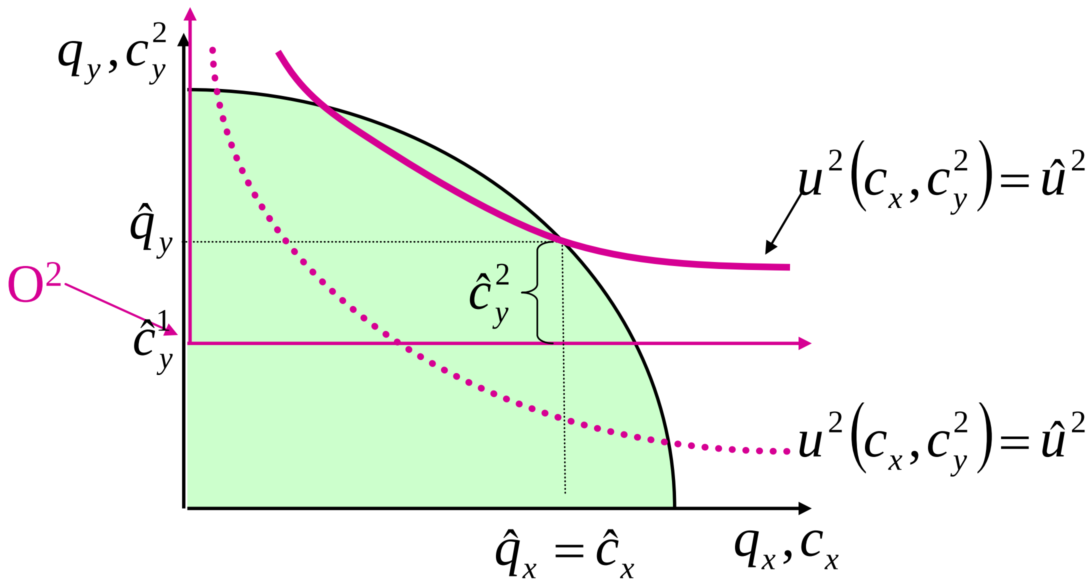
Óptimo de Pareto



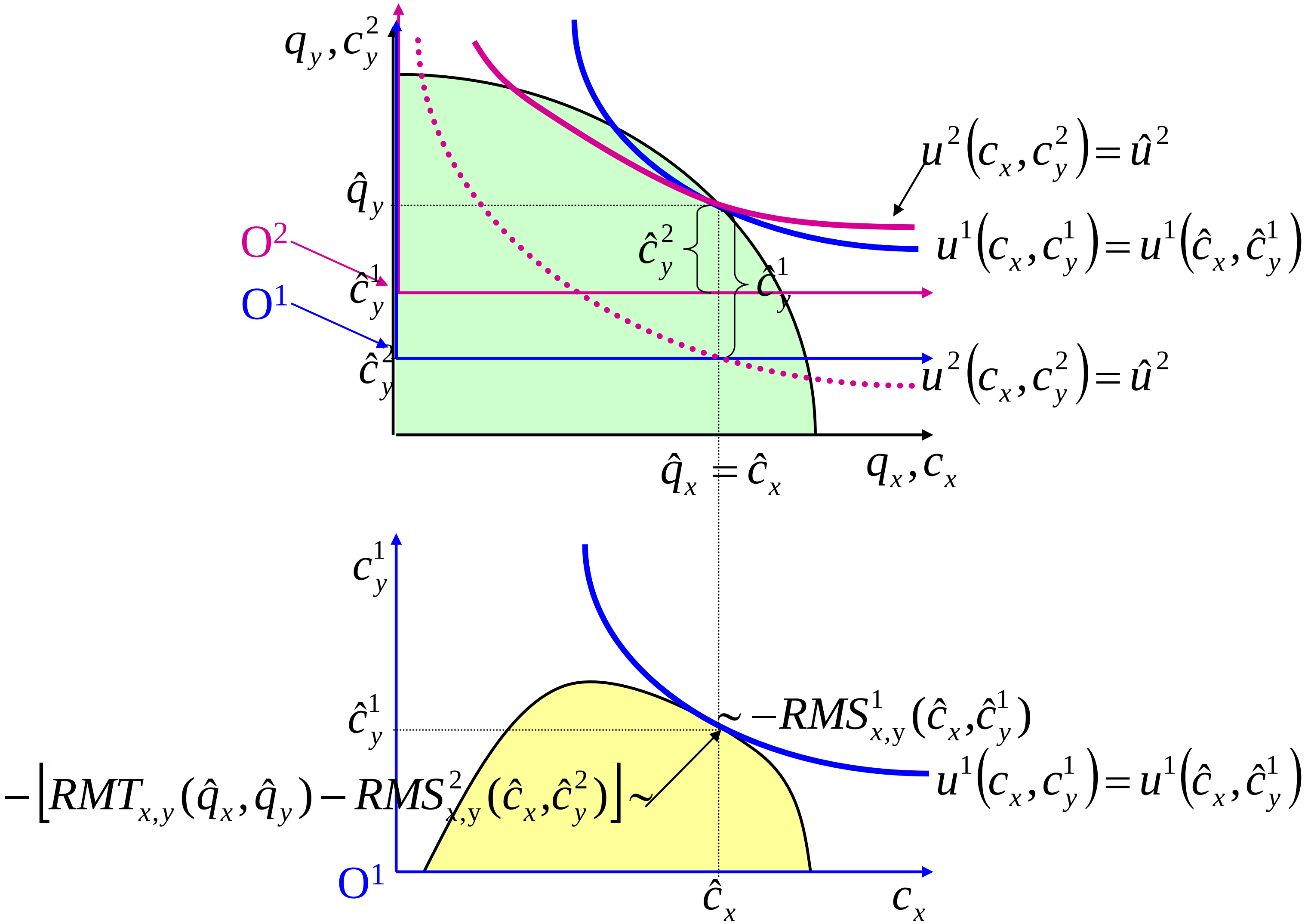
Óptimo de Pareto



Óptimo de Pareto



Óptimo de Pareto



Óptimo de Pareto.

Se obtiene cuando se maximiza la utilidad del consumidor 1 en el conjunto de posibilidades de consumo de este agente, y esto se consigue cuando la curva de indiferencia del consumidor 1 es tangente a su frontera de posibilidades de consumo, es decir, cuando la pendiente de la frontera de posibilidades de consumo, $-\left\lfloor RMT_{x,y}(\hat{q}_x,\hat{q}_y) - RMS^2_{x,\mathrm{y}}(\hat{c}_x,\hat{c}^2_y)\right\rfloor$, y la pendiente de la curva de indiferencia del consumidor 1, $-RMS^1_{x,\mathrm{y}}(\hat{c}_x,\hat{c}^1_y)$, se igualan.

De esta manera, se obtiene la condición de eficiencia de la combinación productiva para los bienes públicos:

$$RMT_{x,y}(\hat{q}_x, \hat{q}_y) - RMS^2_{x,\mathrm{y}}(\hat{c}_x, \hat{c}^2_y) = RMS^1_{x,\mathrm{y}}(\hat{c}_x, \hat{c}^1_y) \Leftrightarrow$$

$$RMT_{x,y}(\hat{q}_x, \hat{q}_y) = RMS^1_{x,\mathrm{y}}(\hat{c}_x, \hat{c}^1_y) + RMS^2_{x,\mathrm{y}}(\hat{c}_x, \hat{c}^2_y)$$

Equilibrio pseudo-Walrasiano.

Para definir el equilibrio hay que tener en cuenta que si un consumidor compra una determinada cantidad de bien público, no va a consumir esa cantidad que compra, sino la suma de lo que compran todos los individuos del mercado.

Ejemplo: 2 vecinos que deciden comprar farolas para el alumbrado público de su calle (uno compra 2 y el otro compra 3, pero los dos disfrutan de las 5 farolas).

Esto implica que el consumidor no decide lo que compra simplemente sabiendo su renta y los precios de mercado, sino que debe tener en cuenta lo que compran los demás consumidores del bien público. Debido a esto, el consumidor ya no es un agente competitivo, sino que se comporta de manera estratégica: el equilibrio se va a parecer más a un **equilibrio de Nash** que a un equilibrio Walrasiano.

Para definir el equilibrio, vamos a denominar “z” a la cantidad que compra cada consumidor del bien público. Así, z_x^1 sería la cantidad de bien público x que compra el consumidor 1 y z_x^2 sería la cantidad de bien público x que compra el consumidor 2.

Definición 1: Un **equilibrio pseudo-Walrasiano** es una asignación $(c_x, z_x^1, c_y^1, z_x^2, c_y^2, q_x, L_x, q_y, L_y)$, llamada **asignación de equilibrio**, y un vector de precios (p_x, p_y, w), llamado **vector de precios de equilibrio**, tal que:

• Las economías domésticas eligen la cantidad de bien privado y bien público que compran para que se maximice su utilidad (demanda de bienes):

- Consumidor 1:

$$(c_x, z_x^1, c_y^1) \in \arg\max_{c_x, z_x^1, c_y^1} \quad u^1(c_x, c_y^1)$$

$$s.a \qquad p_x z_x^1 + p_y c_y^1 \leq wN^1 + \theta_x^1 \pi_x + \theta_y^1 \pi_y$$

$$c_x \leq z_x^1 + z_x^2$$

- Consumidor 2:

$$
\begin{aligned}
(c_x, z_x^2, c_y^2) \in \arg\max_{c_x, z_x^2, c_y^2} \quad & u^2(c_x, c_y^2) \\
s.a \quad & p_x z_x^2 + p_y c_y^2 \leq wN^2 + \theta_x^2 \pi_x + \theta_y^2 \pi_y \\
& c_x \leq z_x^1 + z_x^2
\end{aligned}
$$

• Las empresas eligen el nivel de producción (oferta de bienes) y la combinación de factores (demanda de factores) que maximizan sus beneficios:

- Empresa del bien *x*:

$$\left(q_x, L_x\right) \in \arg\max_{q_x, L_x} p_x q_x - wL_x$$
$$s.a \;\; F_x\left(L_x\right) \geq q_x$$

- Empresa del bien *y*:

$$\left(q_y, L_y\right) \in \arg\max_{q_y, L_y} p_y q_y - wL_y$$
$$s.a \;\; F_y\left(L_y\right) \geq q_y$$

- Los mercados de bienes están en equilibrio (demanda = oferta):

  - Bien x:

    $$z_x^1 + z_x^2 = q_x$$

  - Bien y:

    $$c_y^1 + c_y^2 = q_y$$

- Los mercados de factores están en equilibrio (demanda = oferta):

  - Mercado de trabajo:

    $$L_x + L_y = \overline{L}$$

Este equilibrio se puede interpretar de dos maneras:

a): cada agente compra la cantidad de bien público que quiere: z_x^1 (consumidor 1) y z_x^2 (consumidor 2);

b): cada agente paga una cierta cantidad: $p_x z_x^1$ (consumidor 1) y $p_x z_x^2$ (consumidor 2) para financiar el bien público.

En el ejemplo de las farolas:

a): cada uno de los vecinos compra un cierto número de farolas;

b): cada vecino paga una “suscripción voluntaria” y con las suscripciones voluntarias de todos los vecinos se financia el alumbrado público. Por esta razón, algunos autores denominan a este tipo de equilibrio **“equilibrio de suscripción voluntaria”**.

Para entender mejor el equilibrio se puede analizar el problema de maximización de la utilidad del consumidor considerando la renta como exógena:

$$(c_x, z_x^1, c_y^1) \in \arg\max_{c_x, z_x^1, c_y^1} \quad u^1(c_x, c_y^1)$$

$$\begin{aligned} s.a \qquad & p_x z_x^1 + p_y c_y^1 \leq m^1 \\ & c_x = z_x^1 + z_x^2 \\ & z_x^1 \geq 0 \end{aligned}$$

Substituyendo la restricción $c_x = z_x^1 + z_x^2 \Leftrightarrow z_x^1 = c_x - z_x^2$ en el problema de optimización anterior, se tiene que:

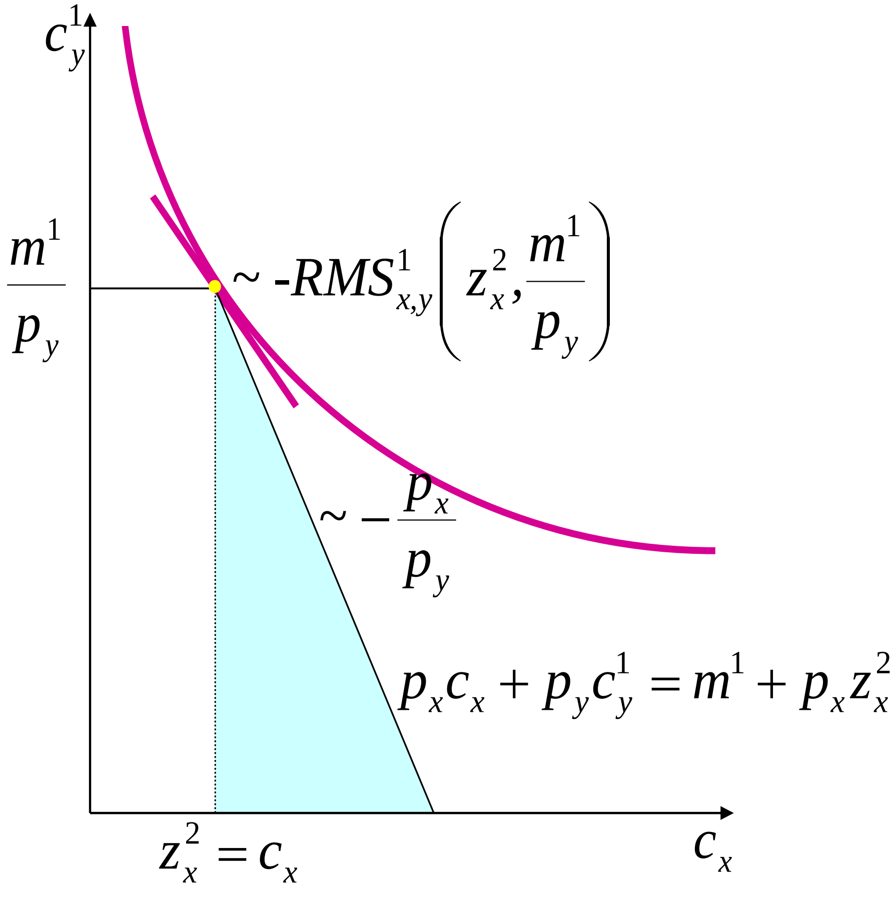
$$
\begin{aligned}
(c_x, c_y^1) \in \arg\max_{c_x, c_y^1} \quad & u^1(c_x, c_y^1) \\
s.a \quad & p_x\left(c_x - z_x^2\right) + p_y c_y^1 \leq m^1 \\
& c_x - z_x^2 \geq 0
\end{aligned}
$$

El consumidor tiene dos opciones:

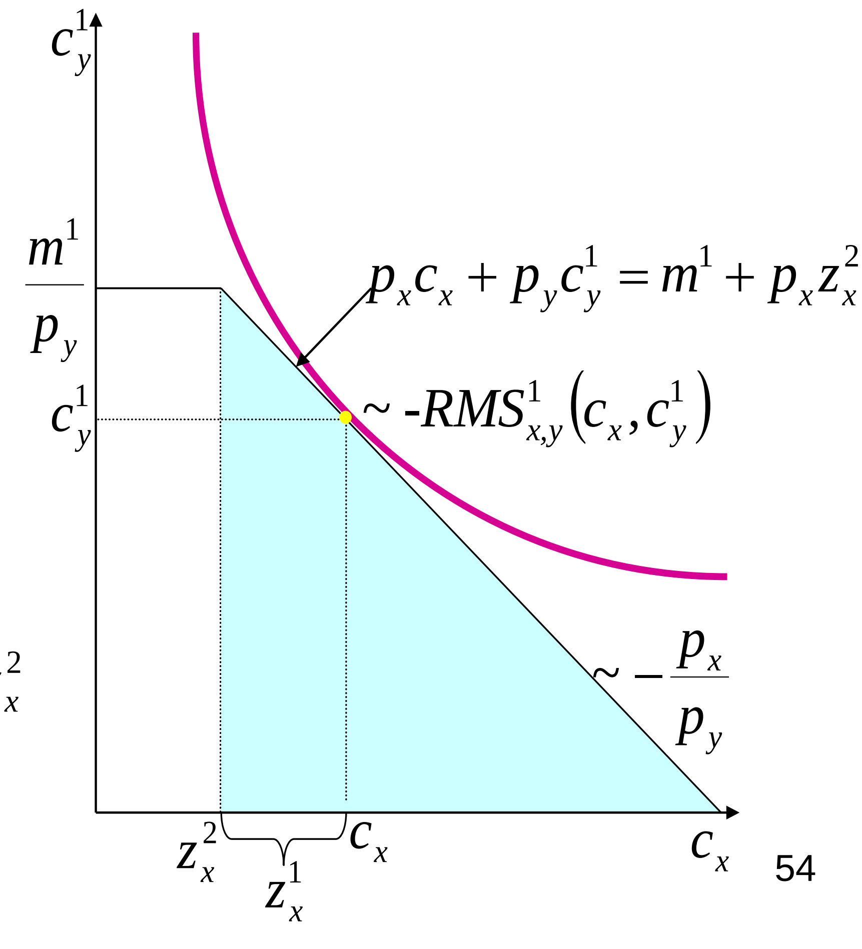
- No comprar bien público, es decir, ser un ***free rider***: disfrutar del bien público sin contribuir a su financiación. En este caso, la compra de bien público por parte de este consumidor es cero, $z_x^1 = 0$, con lo que el éste disfrutaría de la cesta de consumo $\left(z_x^2, \frac{m^1}{p_y} \right)$.

- Comprar bien público y contribuir a su financiación. En este caso, la compra de bien público es positiva, lo que implica que la cantidad de bien público disfrutada por el agente es mayor que la comprada por el otro agente, z_x^2. Por tanto se situará en un punto de la recta balance a la derecha de $\left(z_x^2, \frac{m^1}{p_y} \right)$.

Solución esquina: el consumidor 1 no compra bien público, es un "***free rider***".



Solución interior: el consumidor 1 compra bien público: contribuye a la financiación del mismo.



El Lagrangiano correspondiente al problema del consumidor sería el siguiente:

$$\ell = u^1(c_x, c_y^1) + \lambda\left[m^1 - p_x\left(c_x - z_x^2\right) - p_y c_y^1\right] + \mu\left[c_x - z_x^2\right]$$

Este problema podría tener dos tipos de soluciones:

- Solución interior: cuando el individuo compra una cantidad de bien público positiva, $c_x - z_x^2 > 0$, en cuyo caso el multiplicador de Lagrange asociado a la segunda restricción es cero, $\mu = 0$.

Condiciones de primer orden en este caso:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \ell}{\partial c_x} &= \frac{\partial u^1(c_x, c_y^1)}{\partial c_x} - \lambda p_x = 0 \\ \frac{\partial \ell}{\partial c_y^1} &= \frac{\partial u^1(c_x, c_y^1)}{\partial c_y^1} - \lambda p_y = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow RMS_{x,y}^1(c_x, c_y^1) = \frac{\dfrac{\partial u^1(c_x, c_y^1)}{\partial c_x}}{\dfrac{\partial u^1(c_x, c_y^1)}{\partial c_y^1}} = \frac{p_x}{p_y}$$

- Solución esquina: cuando el individuo no compra ninguna cantidad de bien público (es un *free rider*), $c_x - z_x^2 = 0$. En este caso el multiplicador de Lagrange asociado a la segunda restricción sería positiva, $\mu \geq 0$.

Condiciones de primer orden en este caso:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial \ell}{\partial c_x} &= \frac{\partial u^1(c_x, c_y^1)}{\partial c_x} - \lambda p_x + \mu = 0 \Rightarrow \frac{\partial u^1(c_x, c_y^1)}{\partial c_x} = \lambda p_x - \mu \leq \lambda p_x \\
\frac{\partial \ell}{\partial c_y^1} &= \frac{\partial u^1(c_x, c_y^1)}{\partial c_y^1} - \lambda p_y = 0
\end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$RMS_{x,y}^1(c_x, c_y^1) = \frac{\dfrac{\partial u^1(c_x, c_y^1)}{\partial c_x}}{\dfrac{\partial u^1(c_x, c_y^1)}{\partial c_y^1}} \leq \frac{p_x}{p_y}$$

Substituyendo la ecuación $c_x - z_x^2 = 0$ en la restricción presupuestaria y, a su vez, ésta en la anterior condición de primer orden, se tiene que:

$$RMS_{x,y}^1\left(z_x^2, \frac{m^1}{p_y} \right) \leq \frac{p_x}{p_y}$$

Por tanto, si el precio relativo del bien público en términos del bien privado es suficientemente alto (mayor que $RMS^{1}_{x,y}\left(z^{2}_{x},\dfrac{m^{1}}{p_y}\right)$), el individuo decidirá ser un *free rider*, es decir, disfrutar del bien público sin contribuir a su financiación (ya que su compra del bien público será igual a cero).

La existencia de *free riders* no es el único problema de este equilibrio. Incluso, si no los hubiera, es decir, si todos los consumidores tuvieran una solución interior, el equilibrio no sería eficiente. Para verlo, definamos las ecuaciones del equilibrio suponiendo que no existen *free riders*.

Definición 2: En el caso de que todos los consumidores tengan soluciones interiores (no haya *freeriders*) un **equilibrio pseudo-Walrasiano** es una asignación $(c_x, z_x^1, c_y^1, z_x^2, c_y^2, q_x, L_x, q_y, L_y)$, llamada **asignación de equilibrio**, y un vector de precios $\left(p_x, p_y, w\right)$, llamado **vector de precios de equilibrio**, tal que:

- Las economías doméstica eligen la cantidad de bien privado y bien público que compran para que se maximice su utilidad (demanda de bienes):

  - Consumidor 1:

$$RMS^1_{x,y}(c_x, c^1_y) = \frac{p_x}{p_y} \qquad \text{(EW.1)}$$

$$p_x z^1_x + p_y c^1_y = wN^1 + \theta^1_x \pi_x + \theta^1_y \pi_y \qquad \text{(EW.2)}$$

  - Consumidor 2:

$$RMS^2_{x,y}(c_x, c^2_y) = \frac{p_x}{p_y} \qquad \text{(EW.3)}$$

$$p_x z^2_x + p_y c^2_y = wN^2 + \theta^2_x \pi_x + \theta^2_y \pi_y \qquad \text{(EW.4)}$$

- La cantidad de bien público consumida por los dos consumidores es igual a la suma de la cantidades comprada por cada uno:

$$c_x = z_x^1 + z_x^2 \qquad \text{(EW.5)}$$

- Las empresas eligen el nivel de producción (oferta de bienes) y la combinación de factores (demanda de factores) que maximizan sus beneficios:
-

  - Empresa del bien *x*:

$$p_x \frac{\partial F_x(L_x)}{\partial L_x} = w \qquad \text{(EW.6)}$$

$$q_x = F_x(L_x) \qquad \text{(EW.7)}$$

  - Empresa del bien *y*:

$$p_y \frac{\partial F_y(L_y)}{\partial L_y} = w \qquad \text{(EW.8)}$$

$$q_y = F_y(L_y) \qquad \text{(EW.9)}$$

- Los mercados de bienes están en equilibrio (demanda = oferta):

  - Bien x:

  $$z_x^1 + z_x^2 = q_x \qquad \text{(EW.10)}$$

  - Bien y:

  $$c_y^1 + c_y^2 = q_y \qquad \text{(EW.11)}$$

- Los mercados de factores están en equilibrio (demanda = oferta):

  - Mercado de trabajo:

  $$L_x + L_y = \overline{L} \qquad \text{(EW.12)}$$

Usando las condiciones de primer orden de las empresas (EW.6) y (EW.8) llegamos a la conclusión, ya conocida, de que los precios relativos del equilibrio Walrasiano son iguales a la *RMT*:

$$\left.\begin{aligned} p_x \frac{\partial F_x(L_x)}{\partial L_x} = w \Leftrightarrow p_x = \frac{w}{\frac{\partial F_x(L_x)}{\partial L_x}} = CMg_x(w, q_x) \\ p_y \frac{\partial F_y(L_y)}{\partial L_y} = w \Leftrightarrow p_y = \frac{w}{\frac{\partial F_y(L_y)}{\partial L_y}} = CMg_y(w, q_y) \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{CMg_x(w, q_x)}{CMg_y(w, q_y)} = \frac{\dfrac{w}{\dfrac{\partial F_x(L_x)}{\partial L_x}}}{\dfrac{w}{\dfrac{\partial F_y(L_y)}{\partial L_y}}} = \frac{\dfrac{\partial F_y(L_y)}{\partial L_y}}{\dfrac{\partial F_x(L_x)}{\partial L_x}} = RMT_{x,y}(q_x, q_y)$$

Como los precios relativos son iguales a las *RMSs* de los consumidores (ver ecuaciones EW.1 y EW.3), éstas se igualan a la *RMT*:

$$RMS^1_{x,y}(c_x, c^1_y) = RMS^2_{x,y}(c_x, c^2_y) = \frac{p_x}{p_y} = RMT_{x,y}(q_x, q_y)$$

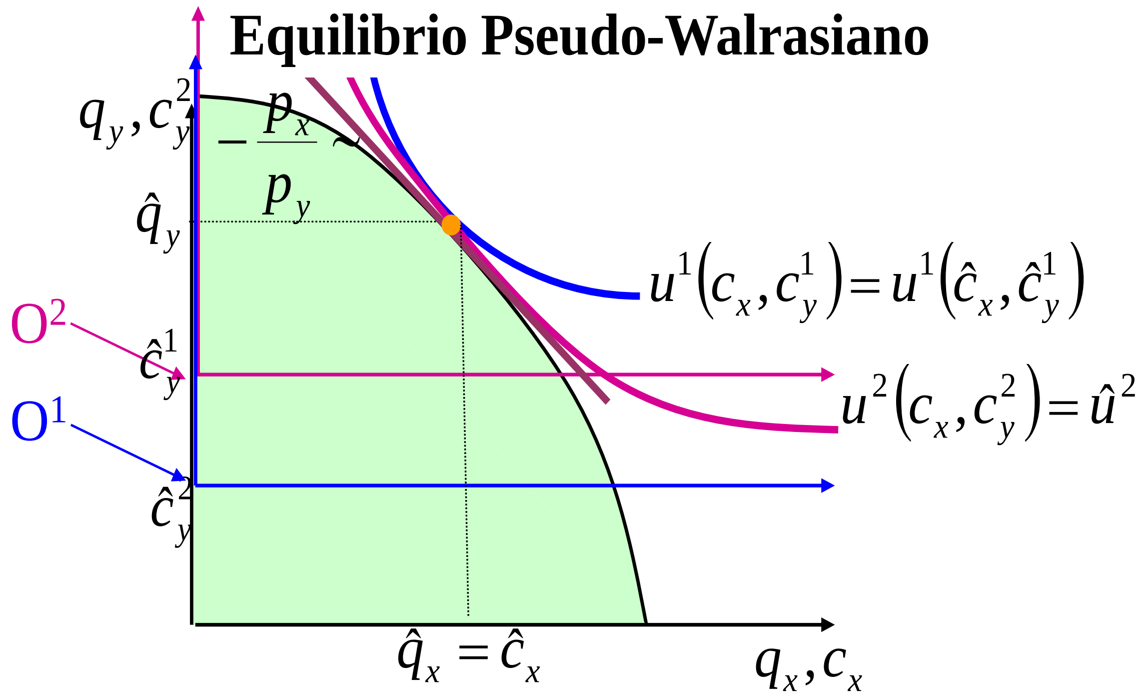
Pero cuando hay bienes públicos esta ecuación implica que la asignación de equilibrio no es eficiente, ya que la suma de las *RMSs* de los consumidores no se igualaría a la *RMT*:

$$RMS^1_{x,y}(c_x, c^1_y) + RMS^2_{x,y}(c_x, c^2_y) = \frac{p_x}{p_y} + \frac{p_x}{p_y} =$$

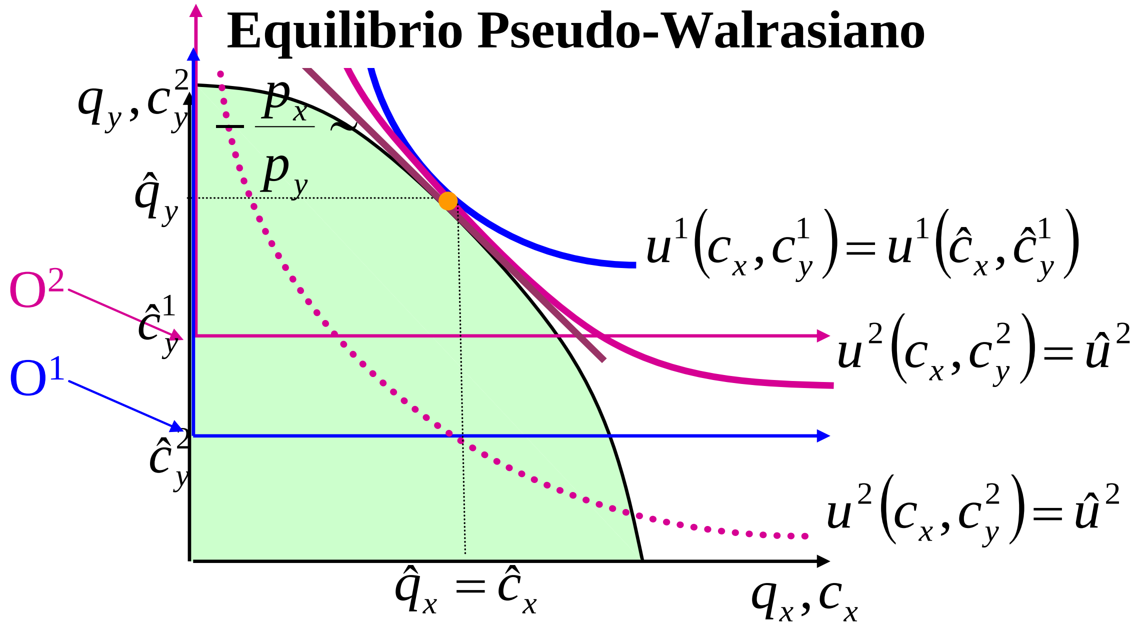
$$= 2\frac{p_x}{p_y} = 2RMT_{x,y}(q_x, q_y) > RMT_{x,y}(q_x, q_y)$$

Comprobar que la asignación de equilibrio es ineficiente es fácil: si se incrementa en una unidad la producción del bien público y se reduce el consumo del bien privado de cada economía doméstica en la mitad de su *RMS*, se consigue que las dos economías domésticas estén mejor, ya que estarían igual si se les hubiera quitado una cantidad de bien privado igual a su *RMS* y solo se les ha quitado la mitad. Por tanto, **incrementando la producción del bien público se puede lograr una mejora en sentido de Pareto**, lo que se traduce en que se está produciendo una cantidad ineficientemente pequeña del bien público.

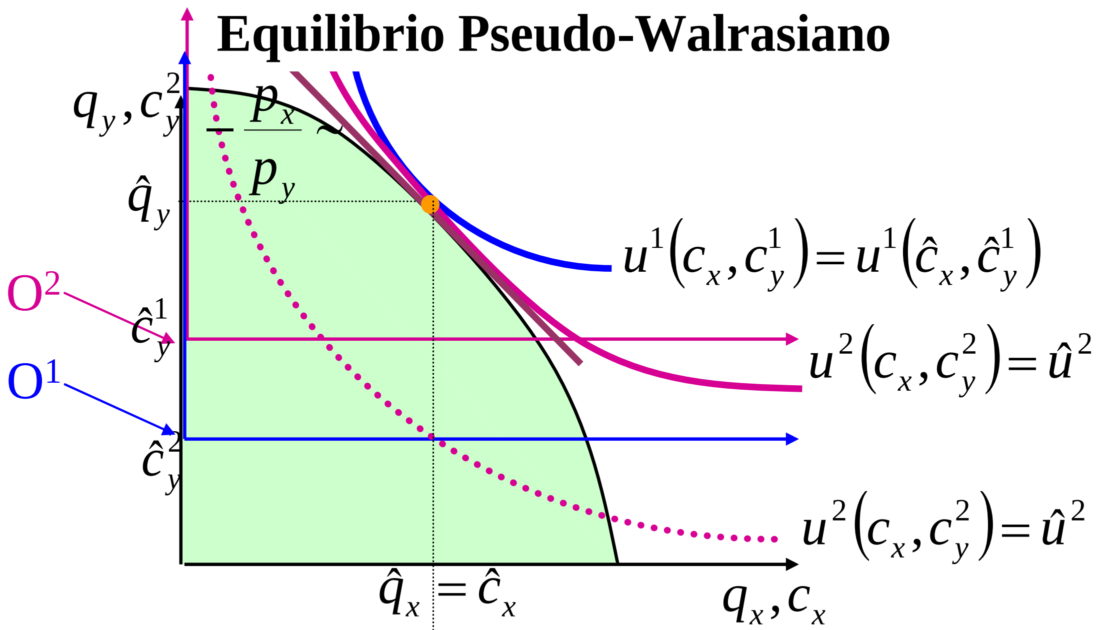
Equilibrio Pseudo-Walrasiano

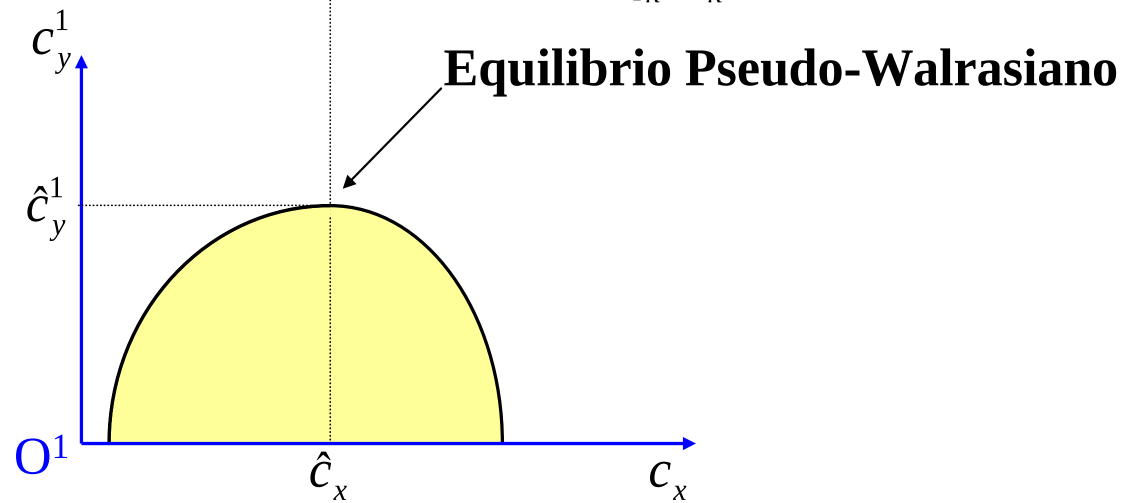


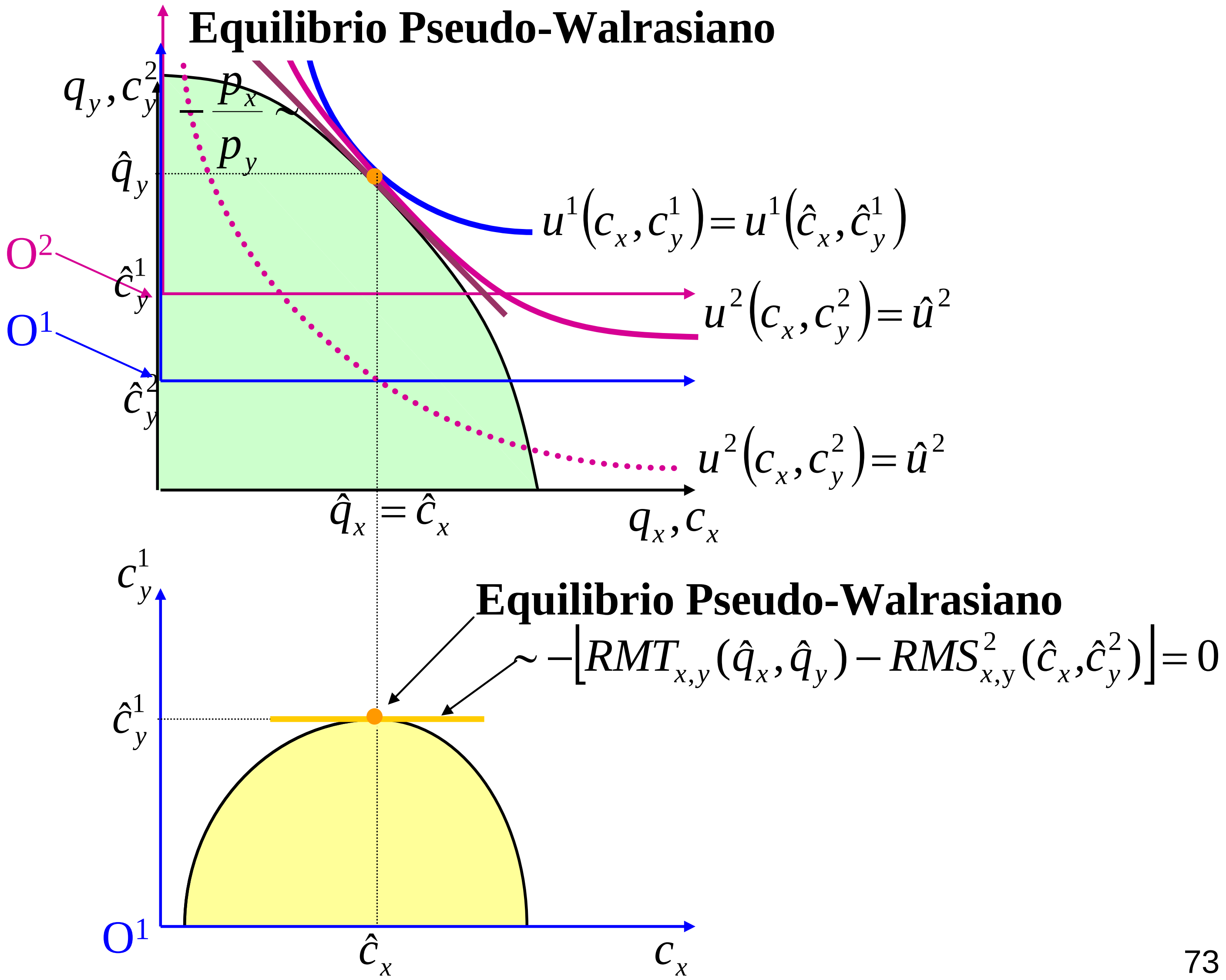
Equilibrio Pseudo-Walrasiano



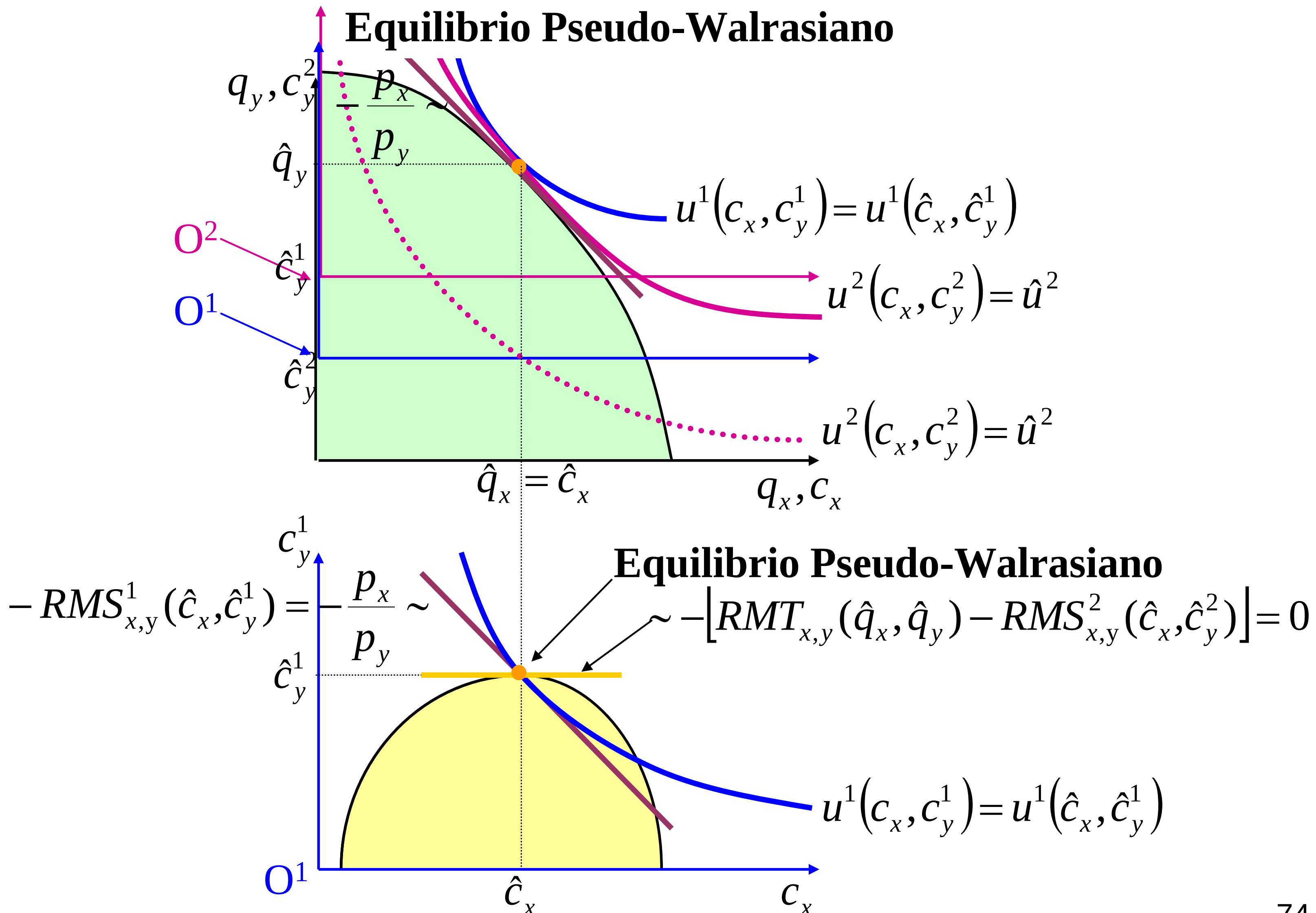
Equilibrio Pseudo-Walrasiano



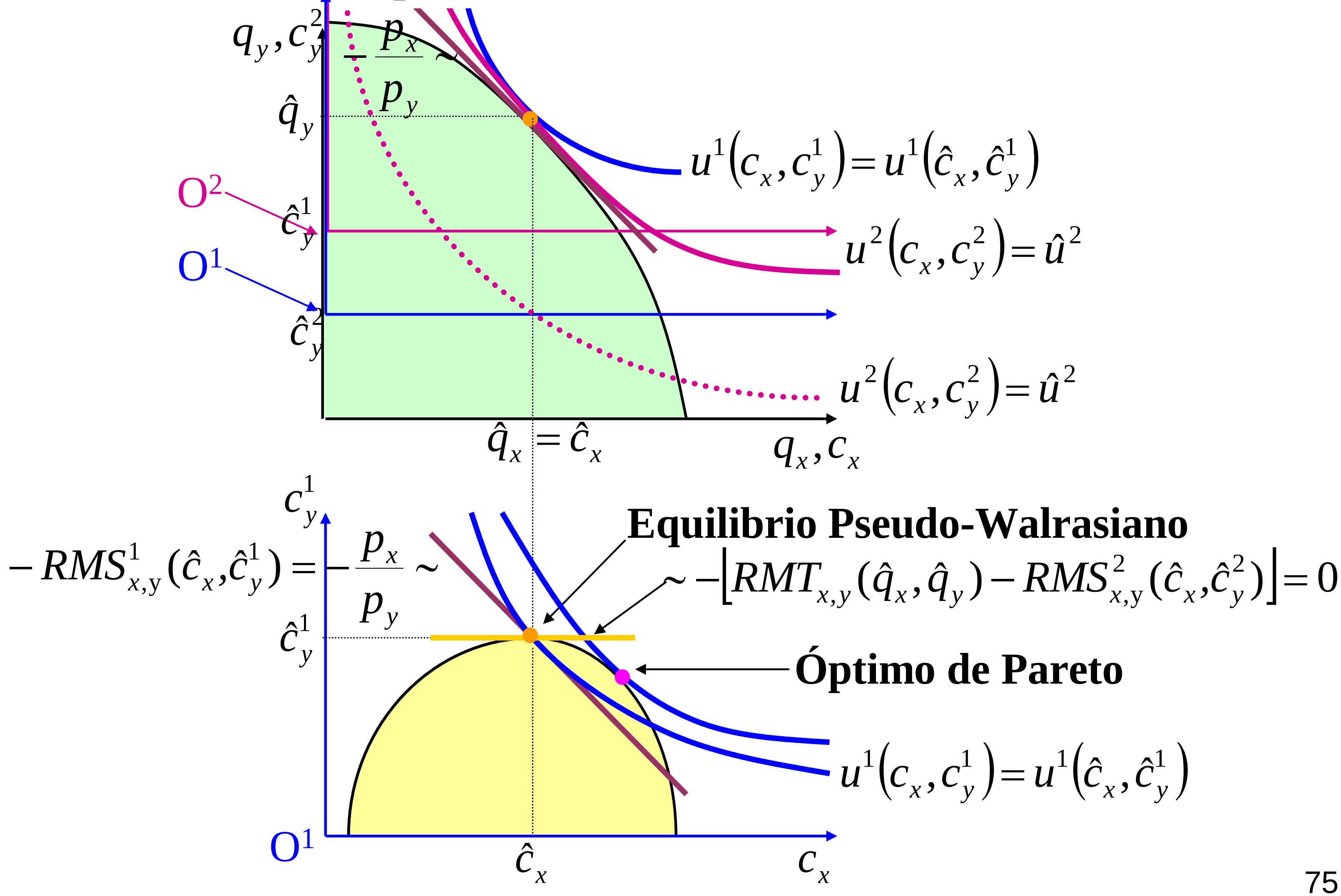




Equilibrio Pseudo-Walrasiano
q_y, c_y^2
$-\frac{p_x}{p_y} \sim$
$\hat{q}_y$
O^2
$\hat{c}_y^1$
O^1
$\hat{c}_y^2$
$u^1(c_x, c_y^1) = u^1(\hat{c}_x, \hat{c}_y^1)$
$u^2(c_x, c_y^2) = \hat{u}^2$
$u^2(c_x, c_y^2) = \hat{u}^2$
$\hat{q}_x = \hat{c}_x$
q_x, c_x
c_y^1
Equilibrio Pseudo-Walrasiano
$\sim -\left[RMT_{x,y}(\hat{q}_x, \hat{q}_y) - RMS_{x,y}^2(\hat{c}_x, \hat{c}_y^2)\right] = 0$
$\hat{c}_y^1$
O^1
$\hat{c}_x$
c_x


Equilibrio Pseudo-Walrasiano
q_y, c_y^2
$-\frac{p_x}{p_y} \sim$
$\hat{q}_y$
$u^1(c_x, c_y^1) = u^1(\hat{c}_x, \hat{c}_y^1)$
O2
$\hat{c}_y^1$
$u^2(c_x, c_y^2) = \hat{u}^2$
O1
$\hat{c}_y^2$
$u^2(c_x, c_y^2) = \hat{u}^2$
$\hat{q}_x = \hat{c}_x$
q_x, c_x
c_y^1
Equilibrio Pseudo-Walrasiano
$-RMS_{x,y}^1(\hat{c}_x, \hat{c}_y^1) = -\frac{p_x}{p_y} \sim$
$\sim -\left[RMT_{x,y}(\hat{q}_x, \hat{q}_y) - RMS_{x,y}^2(\hat{c}_x, \hat{c}_y^2)\right] = 0$
$\hat{c}_y^1$
$u^1(c_x, c_y^1) = u^1(\hat{c}_x, \hat{c}_y^1)$
O1
$\hat{c}_x$
c_x

Equilibrio Pseudo-Walrasiano



El pseudo-Equilibrio de Lindahl.

Hay otro tipo de equilibrio que ha propuesto la literatura y que consiste en que cada consumidor pague por unidad de bien público lo que estaría dispuesto a pagar por la última unidad, es decir, su *RMS*.

Definición 2: Un **pseudo-equilibrio de Lindahl** es una asignación $(c_x, c_y^1, c_y^2, q_x, L_x, q_y, L_y)$, llamada **asignación de equilibrio**, y un vector de precios $\left(p_x^1, p_x^2, p_y, w\right)$, llamado **vector de precios de equilibrio**, tal que:

- Las economías domésticas eligen aquella cesta de consumo de bienes privados que maximiza su utilidad (en el caso de que hubiera más de un bien privado) y paga por el bien público un precio igual a su disposición marginal a pagar la última unidad de bien público (su *RMS*):
-

  \- Consumidor 1:

$$\frac{p_x^1}{p_y} = RMS_{x,y}^1(c_x, c_y^1) \qquad \text{(EW.1)}$$

$$p_x^1 c_x + p_y c_y^1 = wN^1 + \theta_x^1 \pi_x + \theta_y^1 \pi_y \qquad \text{(EW.2)}$$

  \- Consumidor 2:

$$\frac{p_x^2}{p_y} = RMS_{x,y}^2(c_x, c_y^2) \qquad \text{(EW.3)}$$

$$p_x^2 c_x + p_y c_y^2 = wN^2 + \theta_x^2 \pi_x + \theta_y^2 \pi_y \qquad \text{(EW.4)}$$

- Las empresas eligen el nivel de producción (oferta de bienes) y la combinación de factores (demanda de factores) que maximizan sus beneficios:
-

  \- Empresa del bien *x*:

  $$\left(p_x^1 + p_x^2\right)\frac{\partial F_x\left(L_x\right)}{\partial L_x} = w \qquad \text{(EW.5)}$$

  $$q_x = F_x\left(L_x\right) \qquad \text{(EW.6)}$$

  \- Empresa del bien *y*:

  $$p_y \frac{\partial F_y\left(L_y\right)}{\partial L_y} = w \qquad \text{(EW.7)}$$

  $$q_y = F_y\left(L_y\right) \qquad \text{(EW.8)}$$

- Los mercados de bienes están en equilibrio (demanda = oferta):

  - Bien *x*:

  $$c_x = q_x \qquad \text{(EW.9)}$$

  - Bien *y*:

  $$c_y^1 + c_y^2 = q_y \qquad \text{(EW.10)}$$

- Los mercados de factores están en equilibrio (demanda = oferta):

  - Mercado de trabajo:

  $$L_x + L_y = \overline{L} \qquad \text{(EW.11)}$$

En el equilibrio de Lindahl los precios son personalizados, esto es, cada consumidor paga su disposición a pagar la última unidad de bien público (que en términos del bien privado sería igual a su *RMS*). Esto implica que el bien público no tiene un precio único, sino que hay un precio de bien público por consumidor. A estos precios individualizados se les denomina **precios de Lindahl**. Dado que cada consumidor paga un precio distinto por unidad, lo que recibe la empresa de bien público por unidad vendida es la suma de los precios personalizados de los consumidores, tal y como muestra la ecuación (EW.5).

El **equilibrio de Lindahl sí es eficiente en sentido de Pareto**. Para comprobarlo, vamos a usar las condiciones de primer orden de maximización de beneficios de las empresas, (EW.5) y (EW.7):

$$\left.\begin{array}{l} \left(p_x^1 + p_x^2\right)\dfrac{\partial F_x(L_x)}{\partial L_x} = w \Leftrightarrow p_x^1 + p_x^2 = \dfrac{w}{\dfrac{\partial F_x(L_x)}{\partial L_x}} = CMg_x(w, q_x) \\ p_y \dfrac{\partial F_y(L_y)}{\partial L_y} = w \Leftrightarrow p_y = \dfrac{w}{\dfrac{\partial F_y(L_y)}{\partial L_y}} = CMg_y(w, q_y) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\frac{p_x^1}{p_y}+\frac{p_x^2}{p_y}=\frac{CMg_x\left(w,q_x\right)}{CMg_y\left(w,q_y\right)}=\frac{\dfrac{w}{\dfrac{\partial F_x\left(L_x\right)}{\partial L_x}}}{\dfrac{w}{\dfrac{\partial F_y\left(L_y\right)}{\partial L_y}}}=\frac{\dfrac{\partial F_y\left(L_y\right)}{\partial L_y}}{\dfrac{\partial F_x\left(L_x\right)}{\partial L_x}}=RMT_{x,y}(q_x,q_y)$$

Usando las definiciones de los precios de Lindahl que paga cada consumidor (ecuaciones EW.1 y EW.3), se llega a la condición de eficiencia de la combinación productiva para el caso de los bienes públicos:

$$RMS^1_{x,y}(c^1_x, c^1_y) + RMS^2_{x,y}(c^2_x, c^2_y) = \frac{p_x}{p_y} = RMT_{x,y}(q_x, q_y)$$

Aunque el equilibrio de Lindahl es eficiente en sentido de Pareto, es muy difícil implementarlo en la práctica, ya que se tendría que conocer la disposición a pagar la última unidad de bien público de todos los individuos. Si se preguntara a los contribuyentes a la financiación de un bien público cuál es su disposición a pagar, si éstos saben que pagarán de acuerdo con su declaración, evidentemente tendrían incentivos a no revelar sus preferencias y a declarar una disposición a pagar menor de la real.

Dadas las dificultades que existen para que la iniciativa privada realice la provisión de una cantidad eficiente de bien público, dificultades que aumentan con el número de individuos afectados, la gran mayoría de los bienes públicos son provistos por el Estado, financiándolos con impuestos: calles, autopistas, alumbrado público, establecimiento de la Ley, etc.

Algunos bienes públicos son provistos privadamente, pero muchas veces es necesario poner regulaciones que obliguen a los individuos que disfrutan de esos bienes a pagarlos. Por ejemplo, la limpieza de las zonas comunes de los edificios se financia con pagos obligatorios por ley a la comunidad de vecinos.