MICROECONOMÍA. EQUILIBRIO GENERAL Y ECONOMÍA DE LA INFORMACIÓN

Tema 2
LA ELECCIÓN EN CONDICIONES DE INCERTIDUMBRE

2.1 Conceptos básicos
2.2 La función de utilidad esperada
2.3 Las actitudes frente al riesgo. Medidas de aversión al riesgo

Fernando Perera Tallo
Olga María Rodríguez Rodríguez
http://bit.ly/8l8DDu

2.3 La Función de Utilidad Esperada

Una lotería se define como un conjunto de resultados (consecuencias) y la distribución de probabilidades asociados a esas consecuencias $(c_1, c_2, ..., c_N; p_1, p_2, ..., p_N)$.

Sobre el espacio de lotería definimos preferencias de acuerdo con la función de utilidad esperada o Von Newman-Morgestein:

$$V(c_1, c_2, ..., c_N; p_1, p_2, ..., p_N) =$$

$$p_1 u(c_1) + p_2 u(c_2) + ... + p_N u(c_N) = \sum_{j=1}^{N} p_j u(c_j) = E[u(c)]$$

donde $u(.)$ es una función $\Re_+ \rightarrow \Re$ continua y diferenciable de segundo orden y estrictamente creciente (monotonicidad).

2.4 Actitudes frente al riesgo

Lotería no degenerada: $\forall (c_1, c_2, ..., c_N; p_1, p_2, ..., p_N)$ tal que $p_j \in (0,1)$, (y que $c_j \neq c_i$ para algún $i, j \in \{0,1,...,N\}$)

Mientras no se indique lo contrario, siempre estaremos hablando de loterías no degeneradas.

BY NC SA
http://bit.ly/8l8DDu
Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

Un agente es (estrictamente) **adverso al riesgo** si para cualquier lotería no degenerada $(c_1, c_2, ..., c_N; p_1, p_2, ..., p_N)$ este agente prefiere la lotería en que recibe siempre (con probabilidad uno) el valor esperado de la lotería $(\sum_{j=1}^{N} p_j c_j; 1)$.

$\forall (c_1, c_2, ..., c_N; p_1, p_2, ..., p_N)$ no degenerada

$$u\left(\sum_{j=1}^{N} p_j c_j\right) > \sum_{j=1}^{N} p_j u(c_j) \Leftrightarrow u(E[c]) > E[u(c)]$$

http://bit.ly/8l8DDu
Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

Un agente es **neutral al riesgo** si para cualquier lotería $(c_1, c_2, ..., c_N; p_1, p_2, ..., p_N)$ este agente es indiferente entre dicha lotería y la lotería en que recibe siempre (con probabilidad uno) el valor esperado de la lotería $(\sum_{j=1}^{N} p_j c_j ;1)$, esto es:

$$u\left(\sum_{j=1}^{N} p_j c_j\right) = \sum_{j=1}^{N} p_j u(c_j) \Leftrightarrow u(E[c]) = E[u(c)]$$

cc BY NC SA

http://bit.ly/8l8DDu

Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

Un agente es (estrictamente) **amante del riesgo** si para cualquier lotería no degenerada $(c_1, c_2, ..., c_N; p_1, p_2, ..., p_N)$ este agente prefiere dicha lotería a recibir con probabilidad uno el valor esperado de la lotería $(\sum_{j=1}^{N} p_j c_j ;1)$.

Esto es, $\forall(c_1, c_2, ..., c_N; p_1, p_2, ..., p_N)$ no degenerada:

$$u\left(\sum_{j=1}^{N} p_j c_j\right) < \sum_{j=1}^{N} p_j u(c_j) \Leftrightarrow u(E[c]) < E[u(c)].$$

http://bit.ly/8l8DDu
Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

Adverso al riesgo: $\forall (c_1, c_2, \dots, c_N; p_1, p_2, \dots, p_N)$

$$u\left(\sum_{j=1}^{N} p_j c_j\right) > \sum_{j=1}^{N} p_j u(c_j) \Leftrightarrow u(E[c]) > E[u(c)]$$

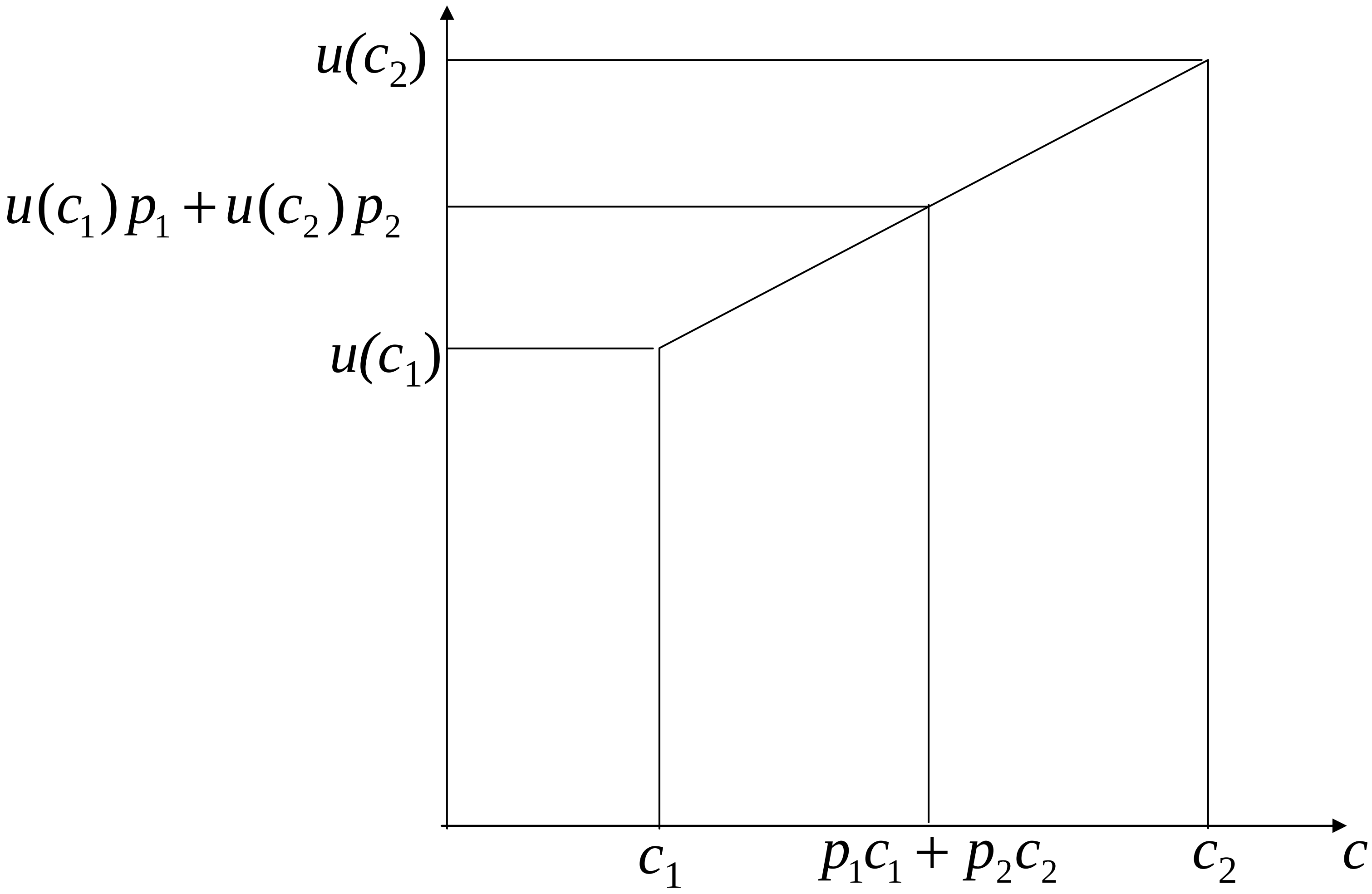
Neutral al riesgo: $\forall (c_1, c_2, \dots, c_N; p_1, p_2, \dots, p_N)$

$$u\left(\sum_{j=1}^{N} p_j c_j\right) = \sum_{j=1}^{N} p_j u(c_j) \Leftrightarrow u(E[c]) = E[u(c)]$$

Amante del riesgo: $\forall (c_1, c_2, \dots, c_N; p_1, p_2, \dots, p_N)$

$$u\left(\sum_{j=1}^{N} p_j c_j\right) < \sum_{j=1}^{N} p_j u(c_j) \Leftrightarrow u(E[c]) < E[u(c)]$$

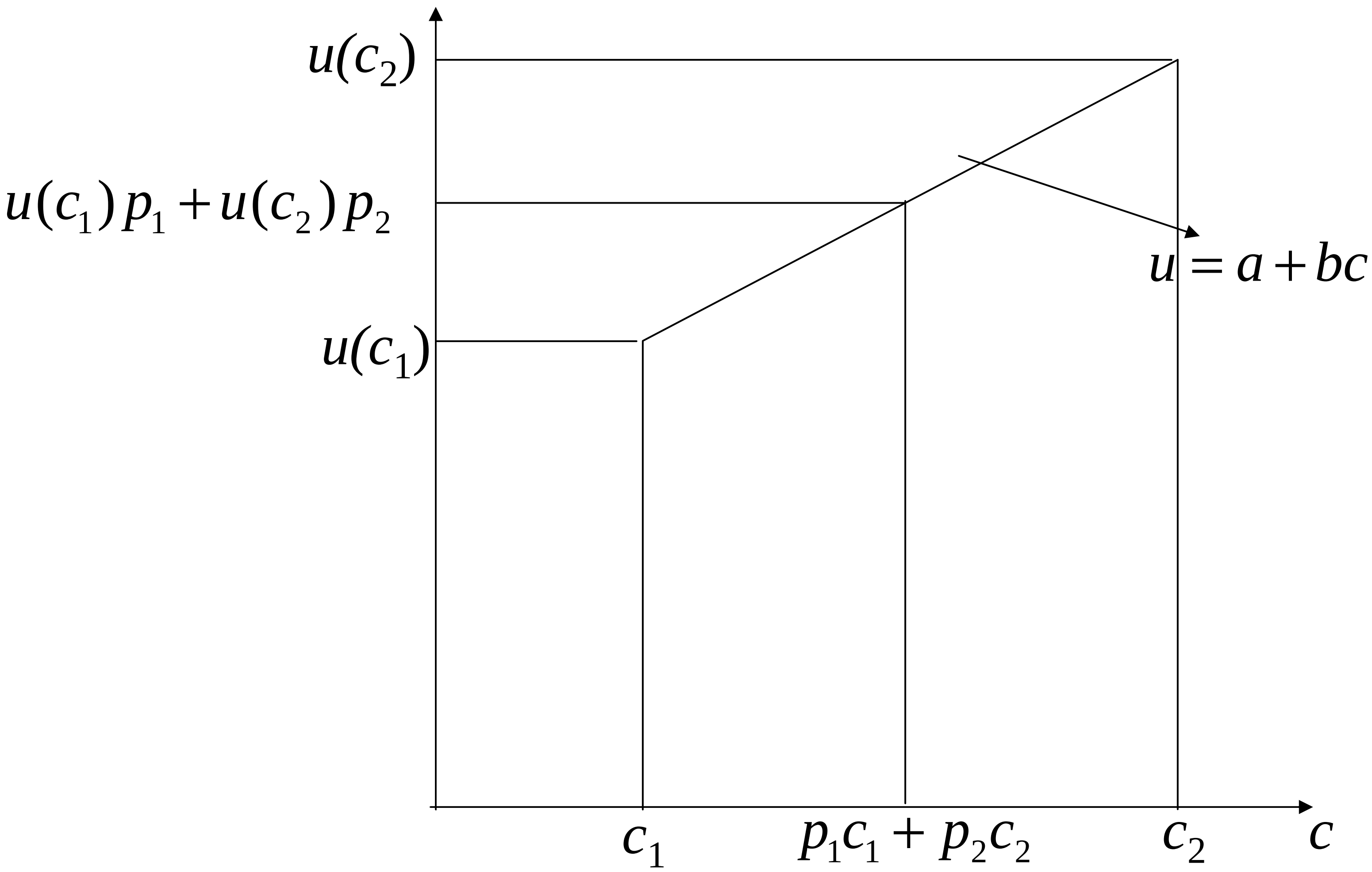
Si se traza una línea entre el punto que representa consumo en el estado de la naturaleza uno y su utilidad correspondiente y el punto que representa el estado de naturaleza 2 y su utilidad correspondiente, esta línea nos da para el valor esperado de una lotería su utilidad esperada:



La línea entre el punto que representa consumo en el estado de la naturaleza uno y su utilidad correspondiente (punto $(c_1, u(c_1))$) y el punto que representa el estado de naturaleza dos y su utilidad correspondiente (punto $(c_2, u(c_2))$) tiene la característica de que si ponemos el valor esperado de una lotería en el eje de accisas (eje horizontal), la imagen que nos da ese valor esperado en el eje de ordenadas (eje vertical) es la utilidad esperada de la lotería. Para comprobarlo vamos a obtener la ecuación que define a esa línea:

$$\left.\begin{aligned} u(c_1) &= a + bc_1 \\ u(c_2) &= a + bc_2 \end{aligned}\right\}$$

http://bit.ly/8l8DDu
Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez



$$\left.\begin{aligned} u(c_1) &= a + bc_1 \\ u(c_2) &= a + bc_2 \end{aligned}\right\}$$

http://bit.ly/8l8DDu
Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

$$\left.\begin{array}{l} u(c_1) = a + bc_1 \Leftrightarrow a = u(c_1) - bc_1 \\ u(c_2) = a + bc_2 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$u(c_2) = u(c_1) - bc_1 + bc_2 \Rightarrow b = \frac{u(c_2) - u(c_1)}{c_2 - c_1};$$

$$a = u(c_1) - bc_1 = u(c_1) - \frac{u(c_2) - u(c_1)}{c_2 - c_1} c_1 =$$

$$a = \frac{u(c_1)(c_2 - c_1) - u(c_2)c_1 + u(c_1)c_1}{c_2 - c_1}$$

$$a = \frac{u(c_1)c_2 - u(c_2)c_1}{c_2 - c_1}$$

cc BY NC SA

http://bit.ly/8l8DDu

Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

$$u = f(c) = a + bc$$

$$a = \frac{u(c_1)c_2 - u(c_2)c_1}{c_2 - c_1}; \quad b = \frac{u(c_2) - u(c_1)}{c_2 - c_1}$$

$$f(c) = \frac{u(c_1)c_2 - u(c_2)c_1}{c_2 - c_1} + \frac{u(c_1)c_2 - u(c_2)c_1}{c_2 - c_1}c$$

http://bit.ly/8l8DDu
Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

$$f(p_1c_1+p_2c_2)=\frac{u(c_1)c_2-u(c_2)c_1}{c_2-c_1}+\frac{u(c_2)-u(c_1)}{c_2-c_1}(p_1c_1+p_2c_2)=$$

$$\frac{u(c_1)c_2-u(c_2)c_1+u(c_2)(p_1c_1+p_2c_2)-u(c_1)(p_1c_1+p_2c_2)}{c_2-c_1}=$$

$$\frac{u(c_1)[c_2-p_1c_1-p_2c_2]+u(c_2)[-c_1+p_1c_1+p_2c_2]}{c_2-c_1}=$$

$$\frac{u(c_1)[c_2(1-p_2)-p_1c_1]+u(c_2)[-c_1(1-p_1)c_1+p_2c_2]}{c_2-c_1}=$$

$$\frac{u(c_1)p_1[c_2-c_1]+u(c_2)p_2[c_2-c_1]}{c_2-c_1}=$$

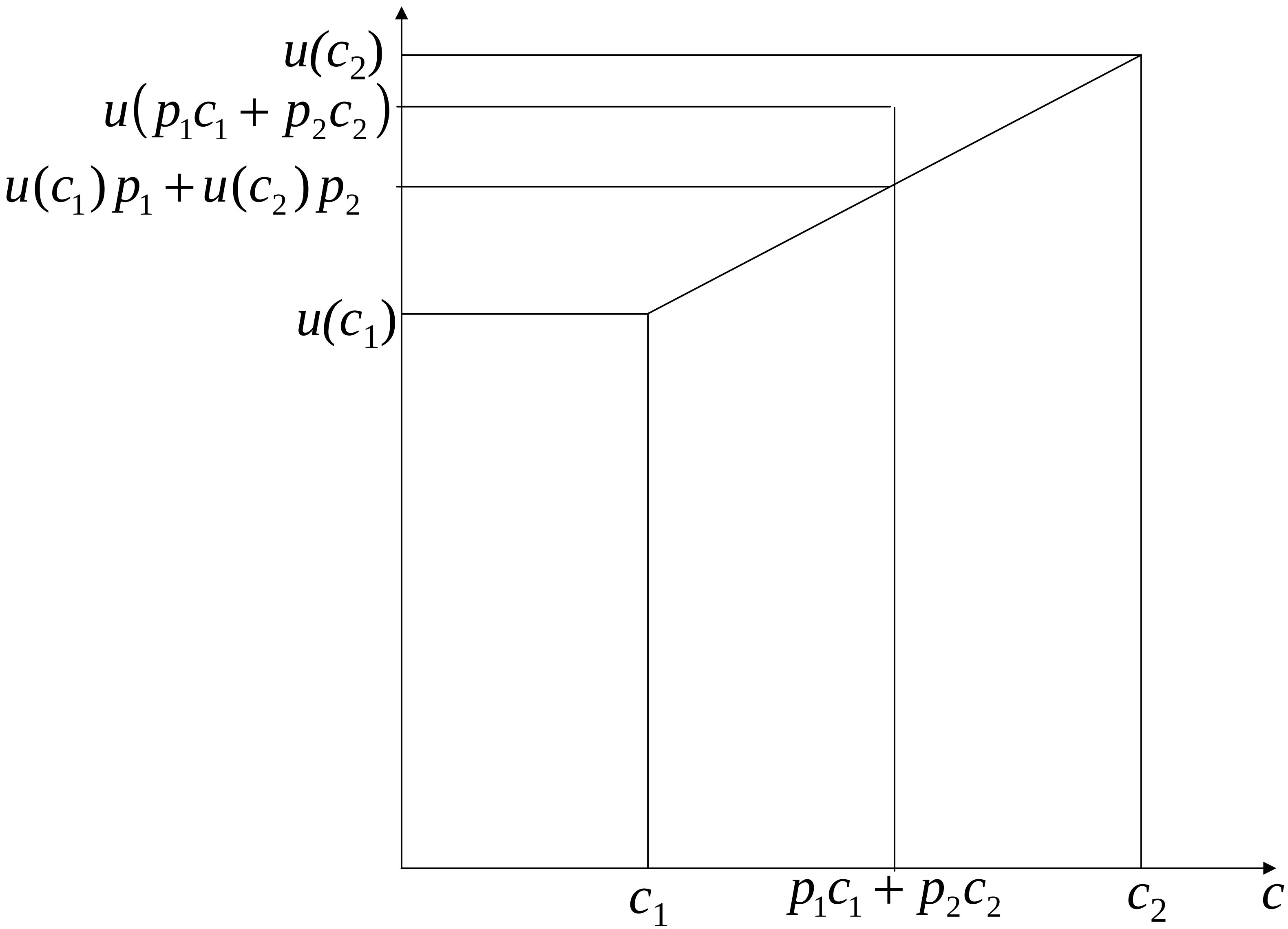
$$u(c_1)p_1+u(c_2)p_2$$

http://bit.ly/8l8DDu
Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

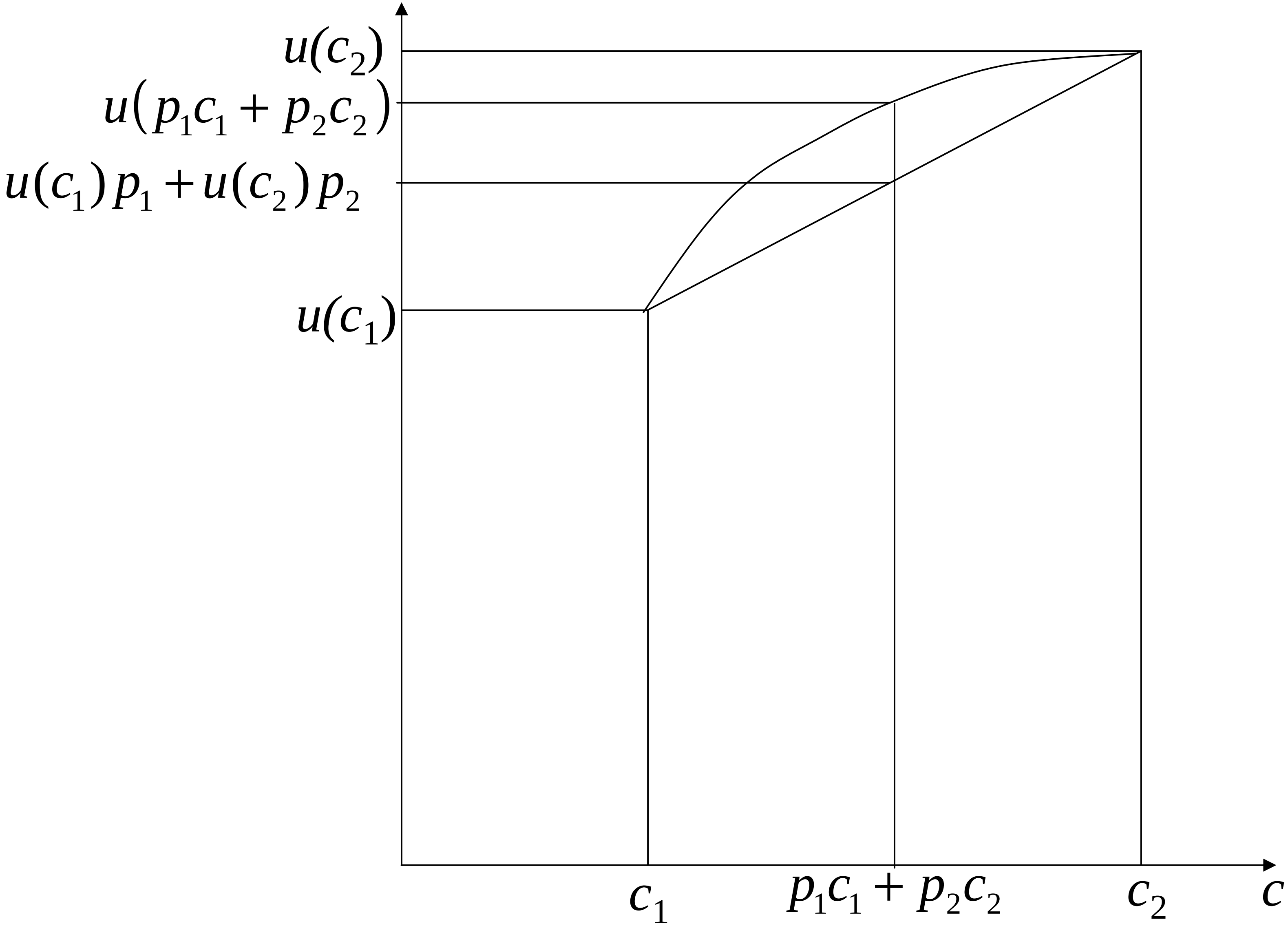
Un agente es **adverso al riesgo** si prefiere que le den el valor esperado de la lotería (con probabilidad uno) a la lotería. Por tanto la utilidad del el valor esperado de la lotería $u\left(p_1 c_1 + p_2 c_2\right)$ tiene que ser superior a la utilidad esperada de la lotería $p_1 u(c_1) + p_2 u(c_2)$. Esto significa gráficamente que la utilidad del valor esperado de la lotería tiene que estar por encima de la recta que une los puntos $(c_1, u(c_1)))$ y $(c_2, u(c_2))$, ya que como hemos visto esa recta representa el valor esperado de la lotería.

http://bit.ly/8l8DDu
Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

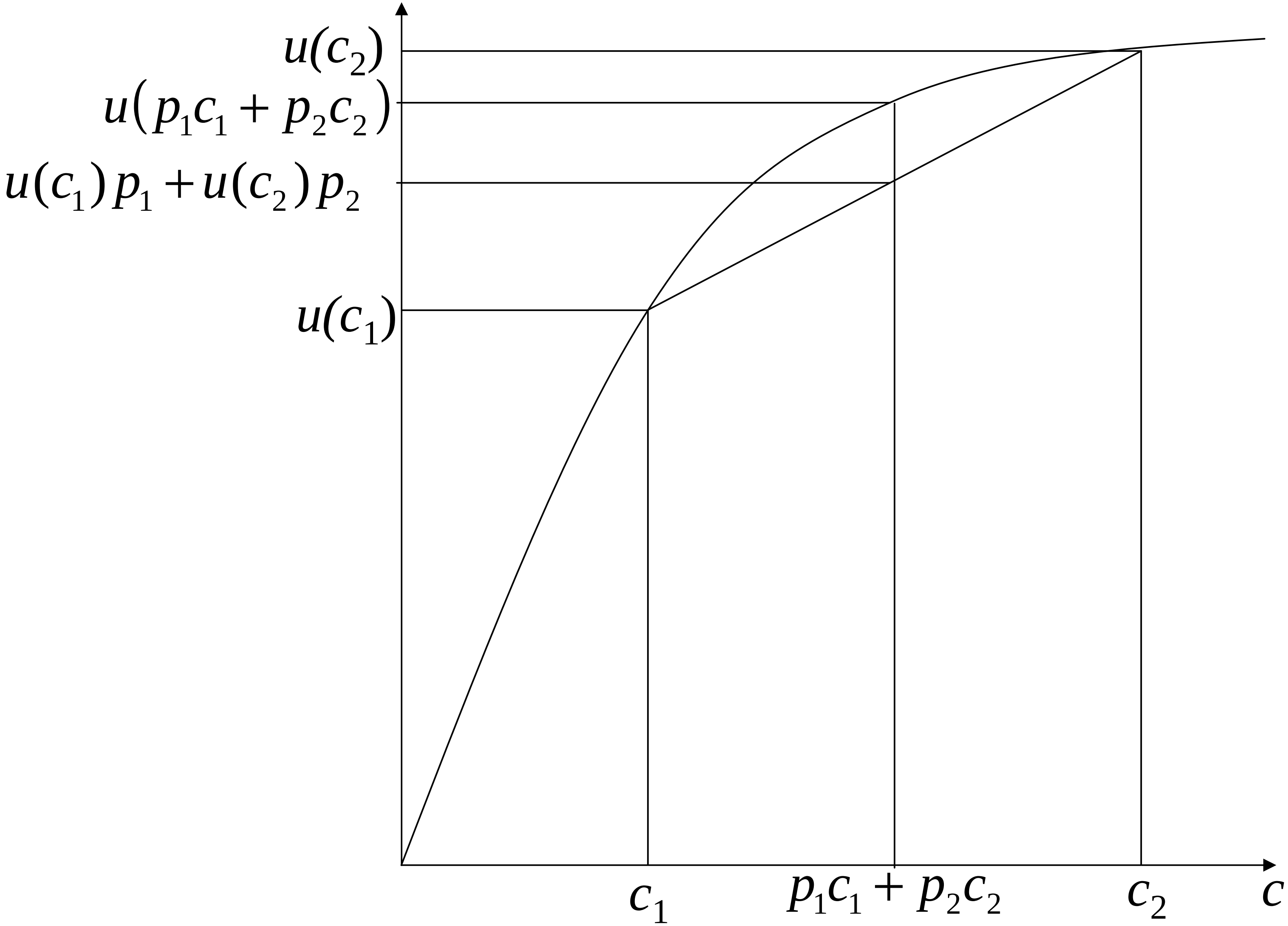
Adverso al Riesgo



Adverso al Riesgo



Adverso al Riesgo



Un agente es (estrictamente) adverso al riesgo si y sólo si su función de utilidad es estrictamente cóncava.

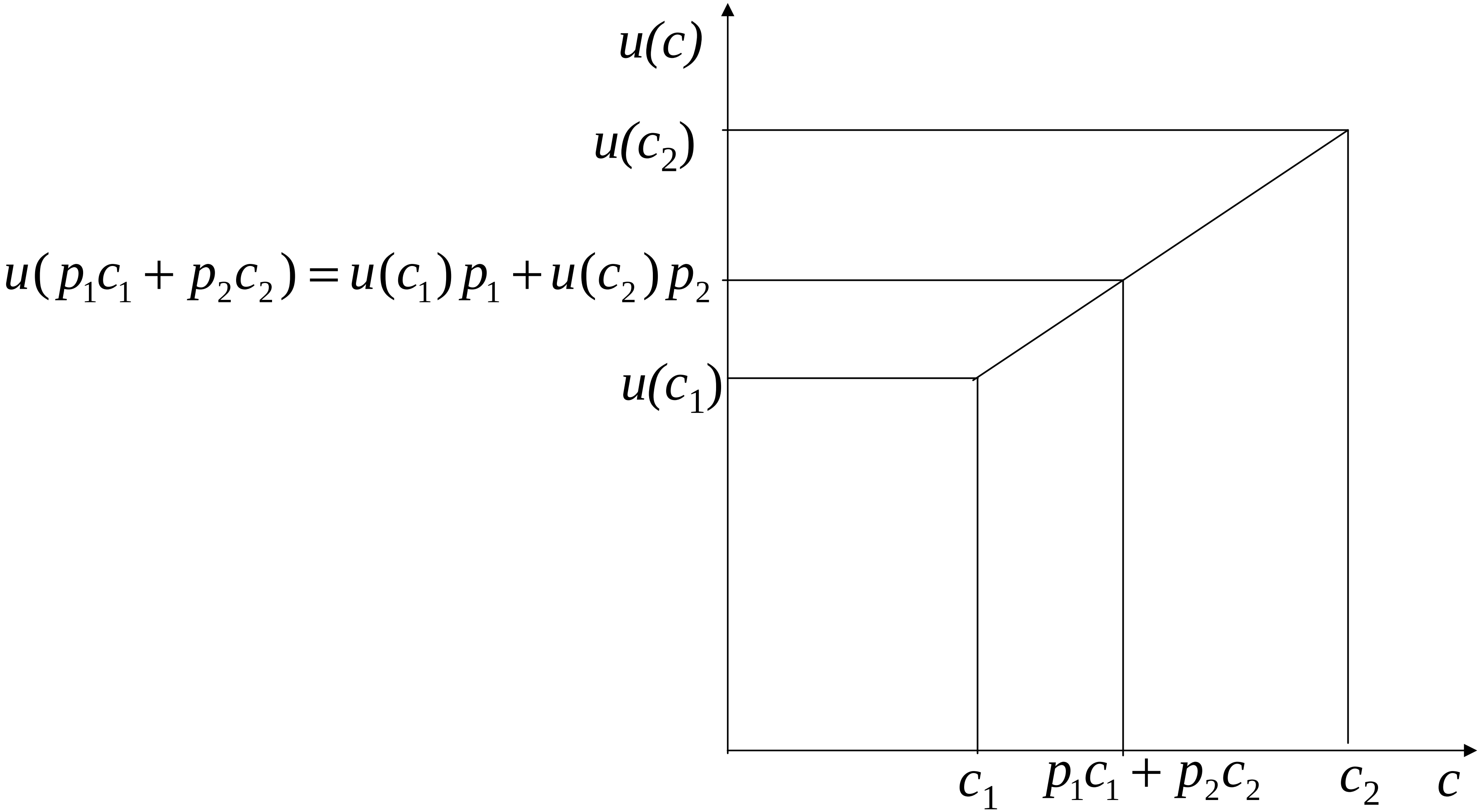
http://bit.ly/8l8DDu
Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

Un agente es **neutral al riesgo** si le da lo mismo que le den el valor esperado de la lotería (con probabilidad uno) a la lotería. Por tanto la utilidad del el valor esperado de la lotería $u(p_1c_1 + p_2c_2)$ tiene que ser igual a la utilidad esperada de la lotería $p_1u(c_1) + p_2u(c_2)$. Esto significa gráficamente que la utilidad del valor esperado de la lotería tiene que coincidir la recta que une los puntos $(c_1, u(c_1))$ y $(c_2, u(c_2))$, ya que como hemos visto esa recta representa el valor esperado de la lotería.

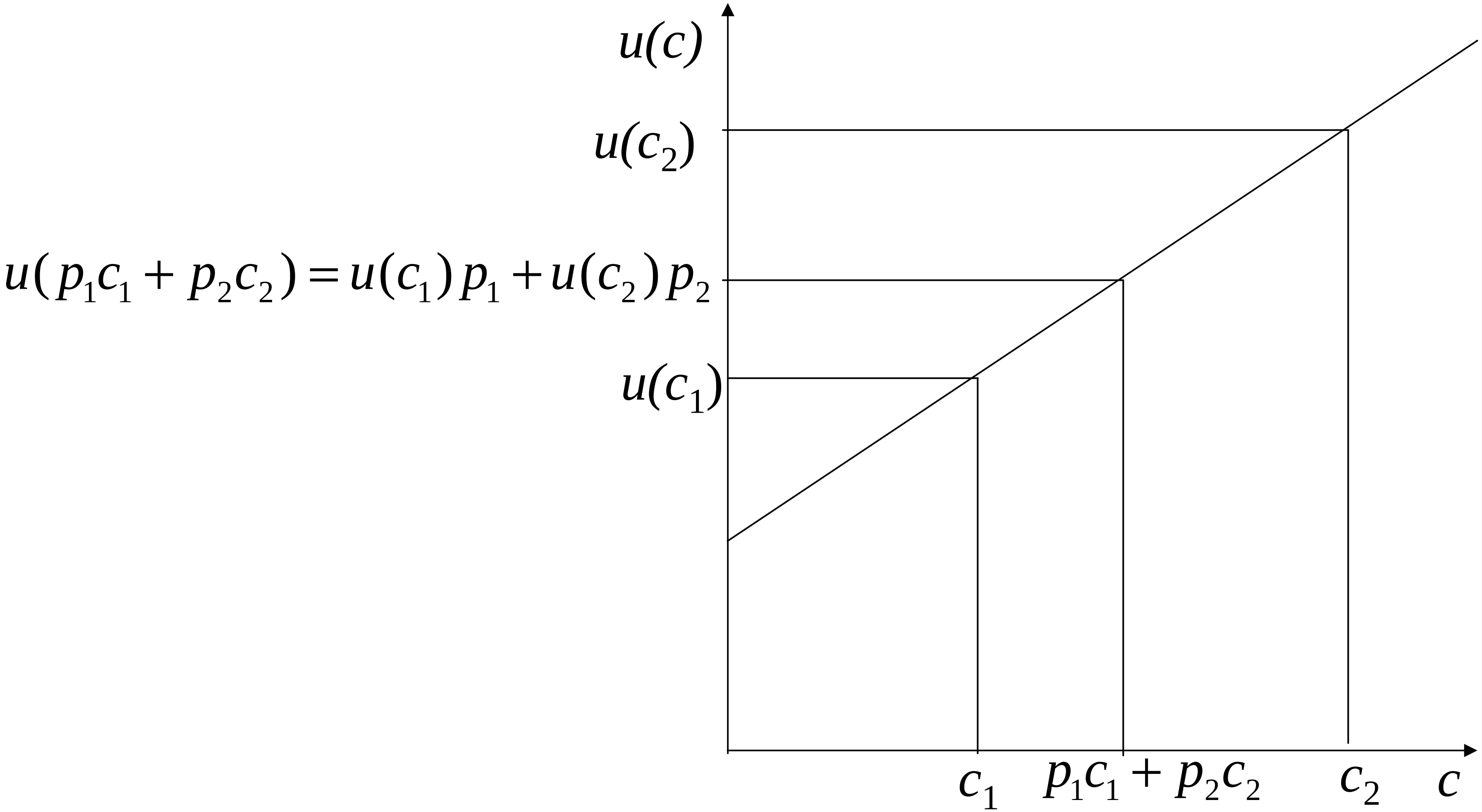
BY NC SA

http://bit.ly/8l8DDu
Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

Neutral al Riesgo



Neutral al Riesgo



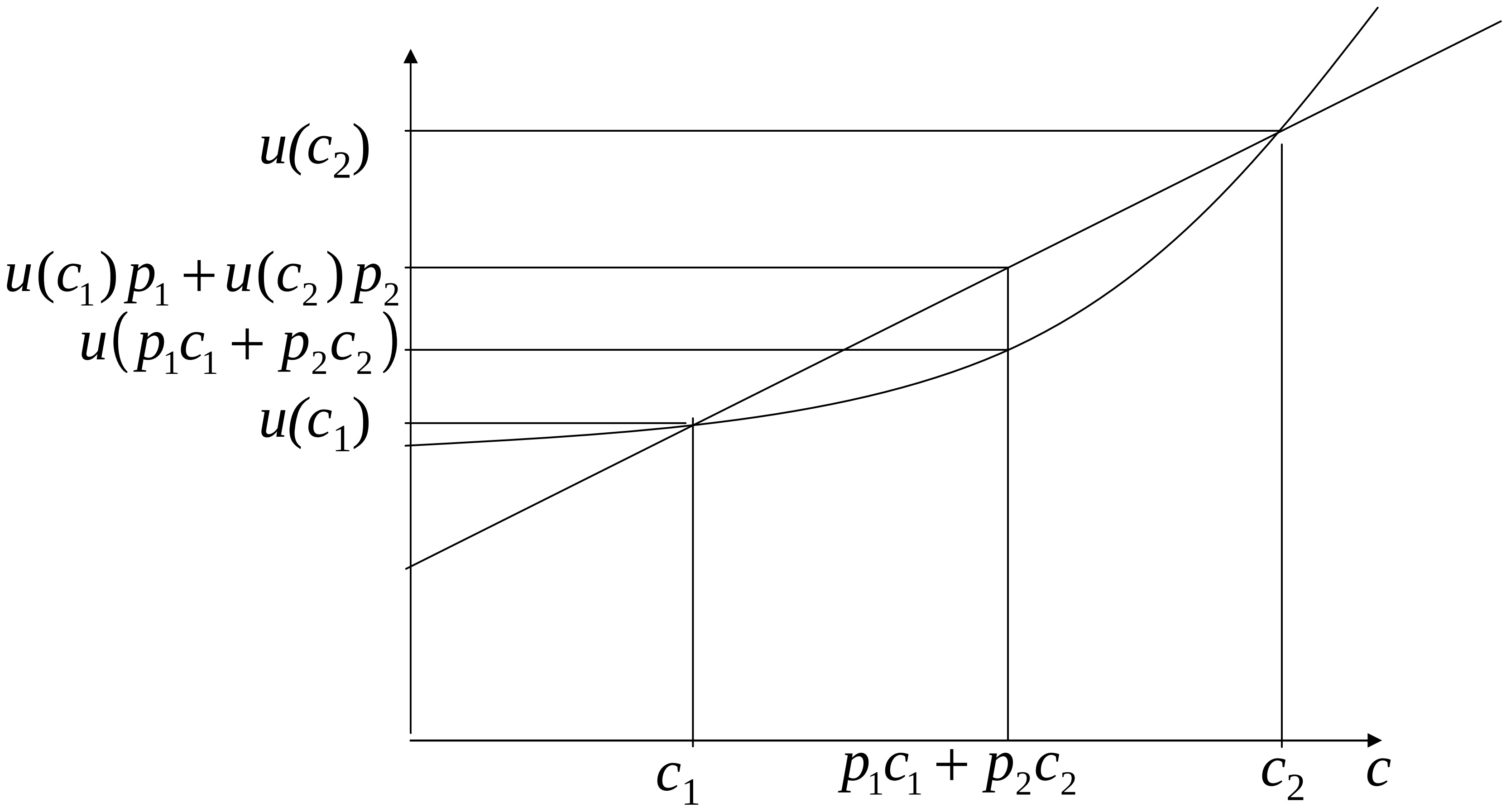
Un agente es neutral al riesgo si y sólo si su función de utilidad es lineal.

http://bit.ly/8l8DDu
Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

Un agente es **amante del riesgo** si prefiere que le den una lotería al valor esperado de esta (con probabilidad uno). Por tanto la utilidad del el valor esperado de la lotería $u(p_1c_1 + p_2c_2)$ tiene que ser inferior a la utilidad esperada de la lotería $p_1u(c_1) + p_2u(c_2)$. Esto significa gráficamente que la utilidad del valor esperado de la lotería tiene que estar por debajo de la recta que une los puntos $(c_1, u(c_1)))$ y $(c_2, u(c_2))$, ya que como hemos visto esa recta representa el valor esperado de la lotería.

BY NC SA
http://bit.ly/8l8DDu
Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

Amante del Riesgo



Un agente es amante al riesgo si y sólo si su función de utilidad es convexa.

http://bit.ly/8l8DDu
Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

Relación marginal de substitución entre el consumo en el estado de naturaleza 1 y el consumo en el estado de naturaleza 2: Máxima cantidad de consumo en el estado de naturaleza 2 que el consumidor esta dispuesto a renunciar para consumir una unidad adicional en el estado de la naturaleza 1:

$$RMS_{1,2}(c_1,c_2)=\frac{\dfrac{\partial\left[p_1u(c_1)+p_2u'(c_2)\right]}{\partial c_1}}{\dfrac{\partial\left[p_1u(c_1)+p_2u'(c_2)\right]}{\partial c_2}}=\frac{p_1u'(c_1)}{p_2u'(c_2)}$$

http://bit.ly/8l8DDu
Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

Pendiente de la Curva de indiferencia: La pendiente de la curva de indiferencia es igual a la RMS entre el consumo en el estado de naturaleza 1 y 2 en negativo:

$$p_1 u(c_1) + p_2 u(c_2) = \bar{u}\,.$$

Diferenciando:

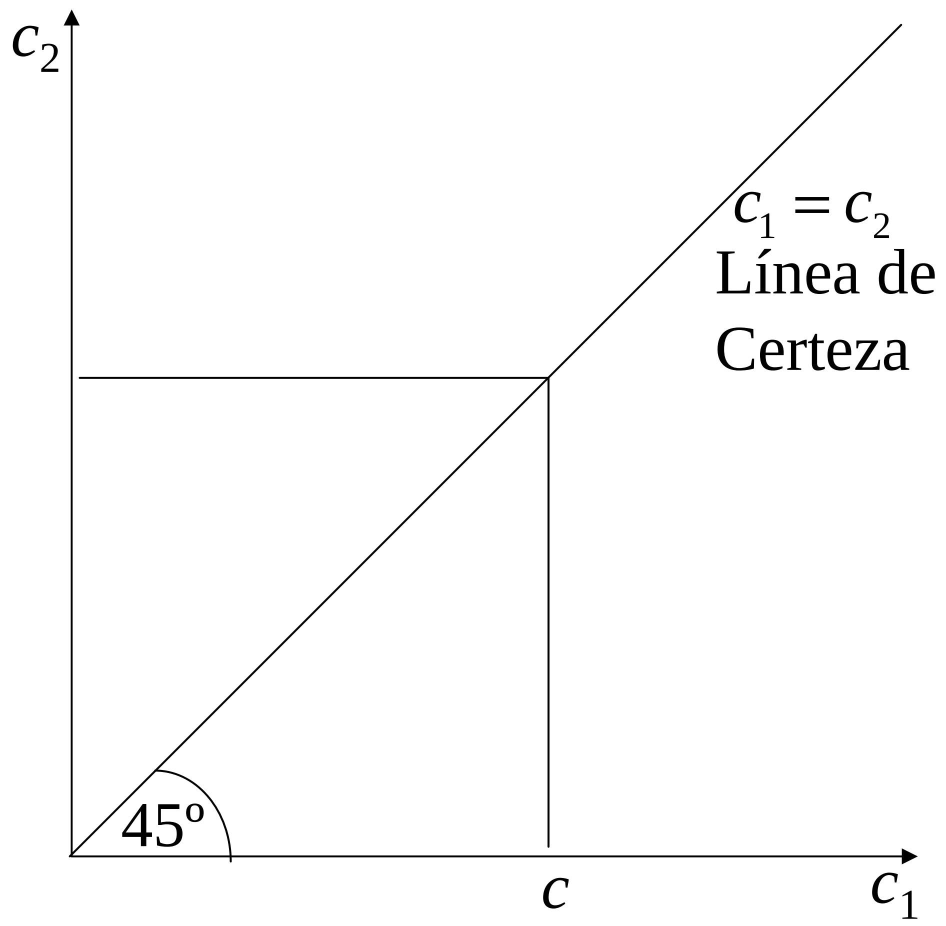
$$p_1 u'(c_1) dc_1 + p_2 u'(c_2) dc_2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$p_2 u'(c_2) dc_2 = -p_1 u'(c_1) dc_1$$

$$\left.\frac{dc_2}{dc_1}\right|_{p_1 u(c_1) + p_2 u(c_2) = \bar{u}} = -\frac{p_1 u'(c_1) dc_1}{p_2 u'(c_2) dc_2} = -RMS_{1,2}(c_1, c_2)$$

http://bit.ly/8l8DDu
Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

Línea de certeza: puntos en el que no hay incertidumbre, es decir, el consumo en el estado de la naturaleza 1 es igual al consumo en el estado de la naturaleza 2:



Pendiente de la curva de indiferencia en la línea de certeza:

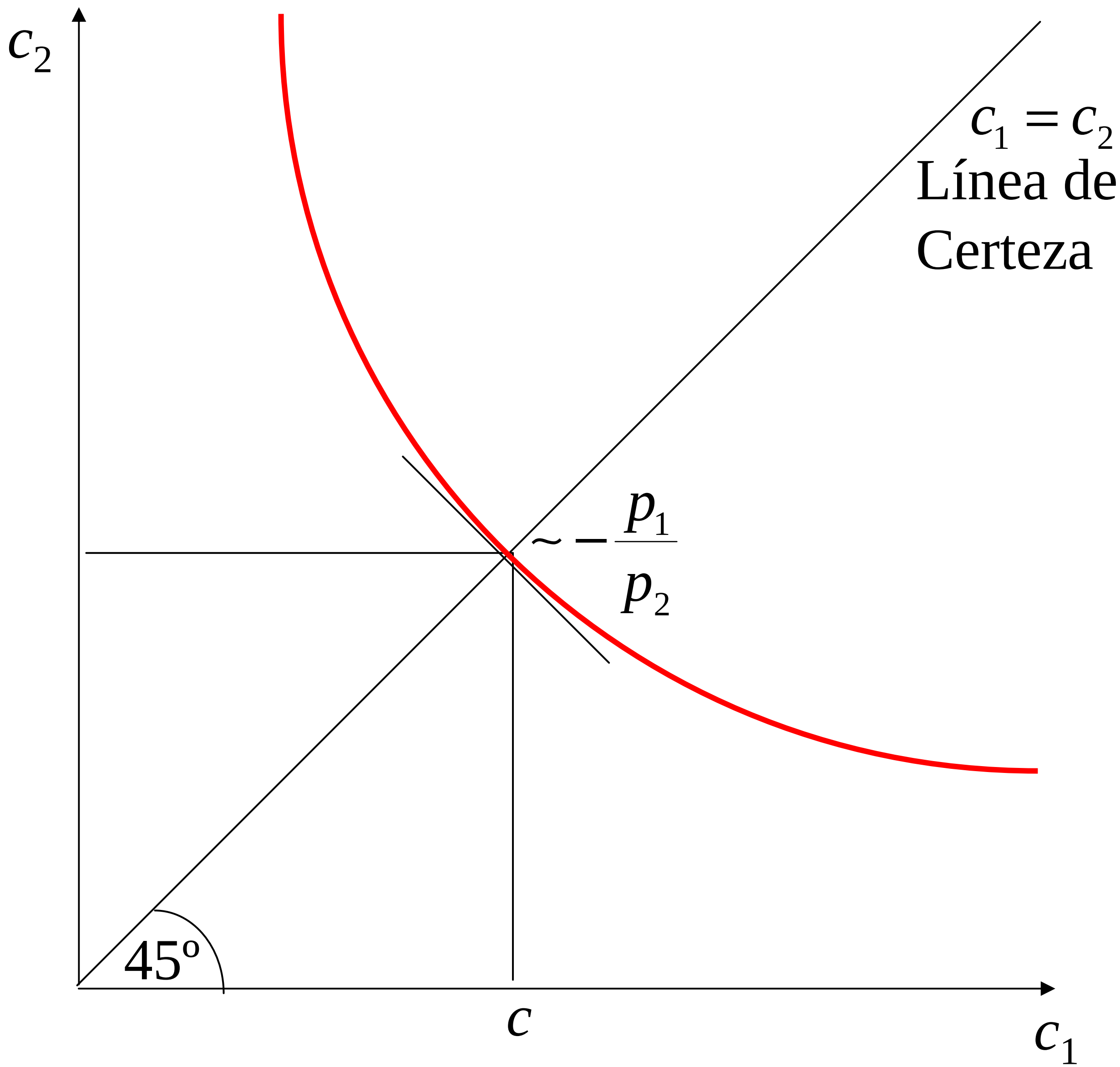
Cuando no hay incertidumbre, la RMS entre el consumo en el estado de la naturaleza 1 y el consumo en el estado de la naturaleza 2 es igual al cociente de probabilidades:

Si $c_1 = c_2 = c$:

$$RMS_{1,2}(c_1, c_2) = \frac{p_1 u'(c_1)}{p_2 u'(c_2)} = \frac{p_1 u'(c)}{p_2 u'(c)} = \frac{p_1}{p_2}$$

Esto ocurre siempre, independientemente de que el individuo sea adverso, neutral o amante al riesgo.

BY NC SA
http://bit.ly/8l8DDu
Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez



c_2
$c_1 = c_2$
Línea de
Certeza
$\sim -\frac{p_1}{p_2}$
45º
c
c_1

Recta Isovaloresperado: combinaciones de consumo en los dos estado de la naturaleza que tienen el mismo valor esperado:

$$p_1c_1 + p_2c_2 = VE_1$$

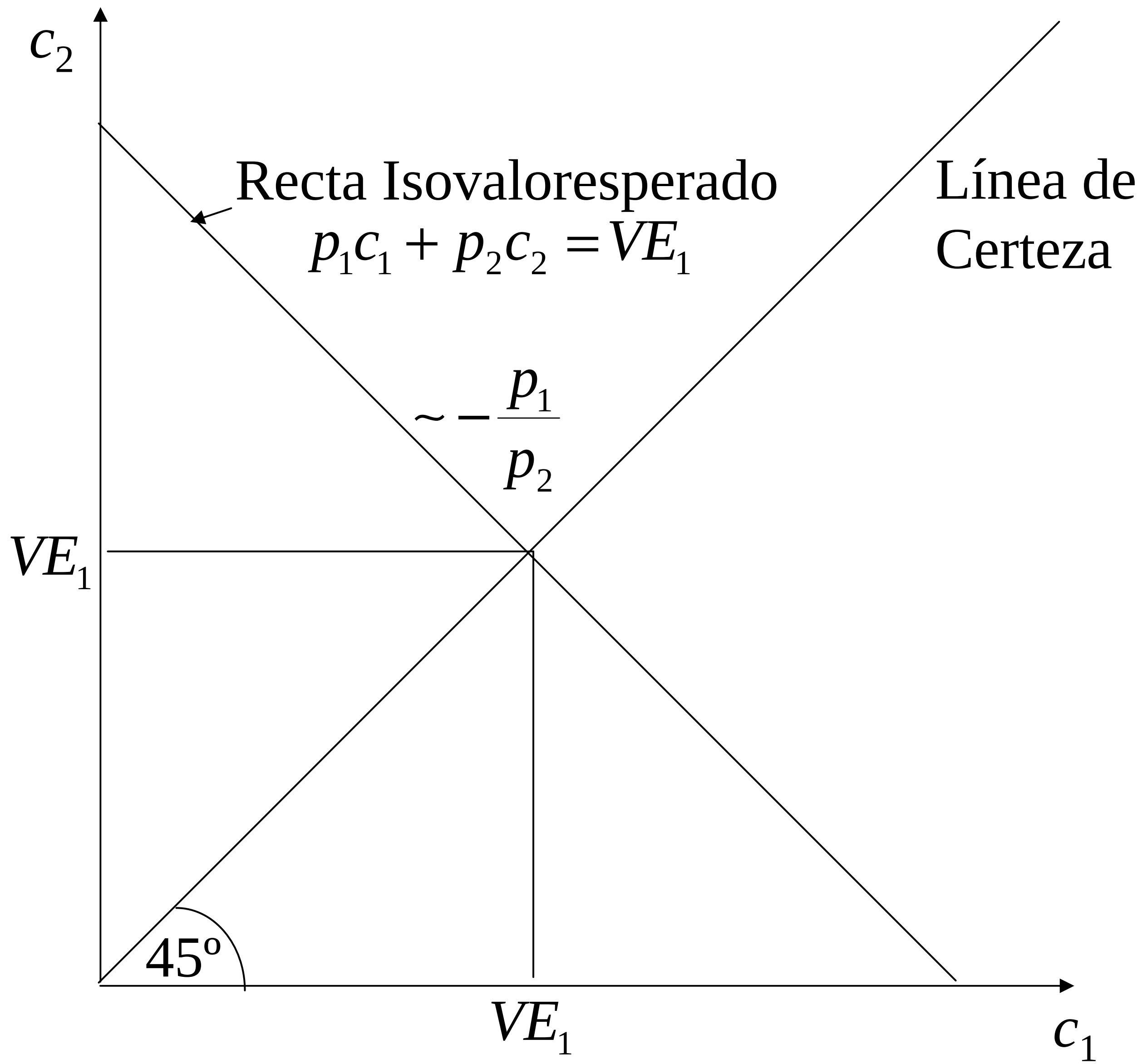
La **pendiente de la recta isovaloresperado** es igual al cociente de probabilidades en negativo:

$$c_2 = \frac{VE_1}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}c_1$$

El valor esperado del consumo a lo largo de una recta isovaloresperado es igual al consumo de la **línea de certeza** que corta con la recta isovaloresperado. Si $c_1 = c_2 = c$:

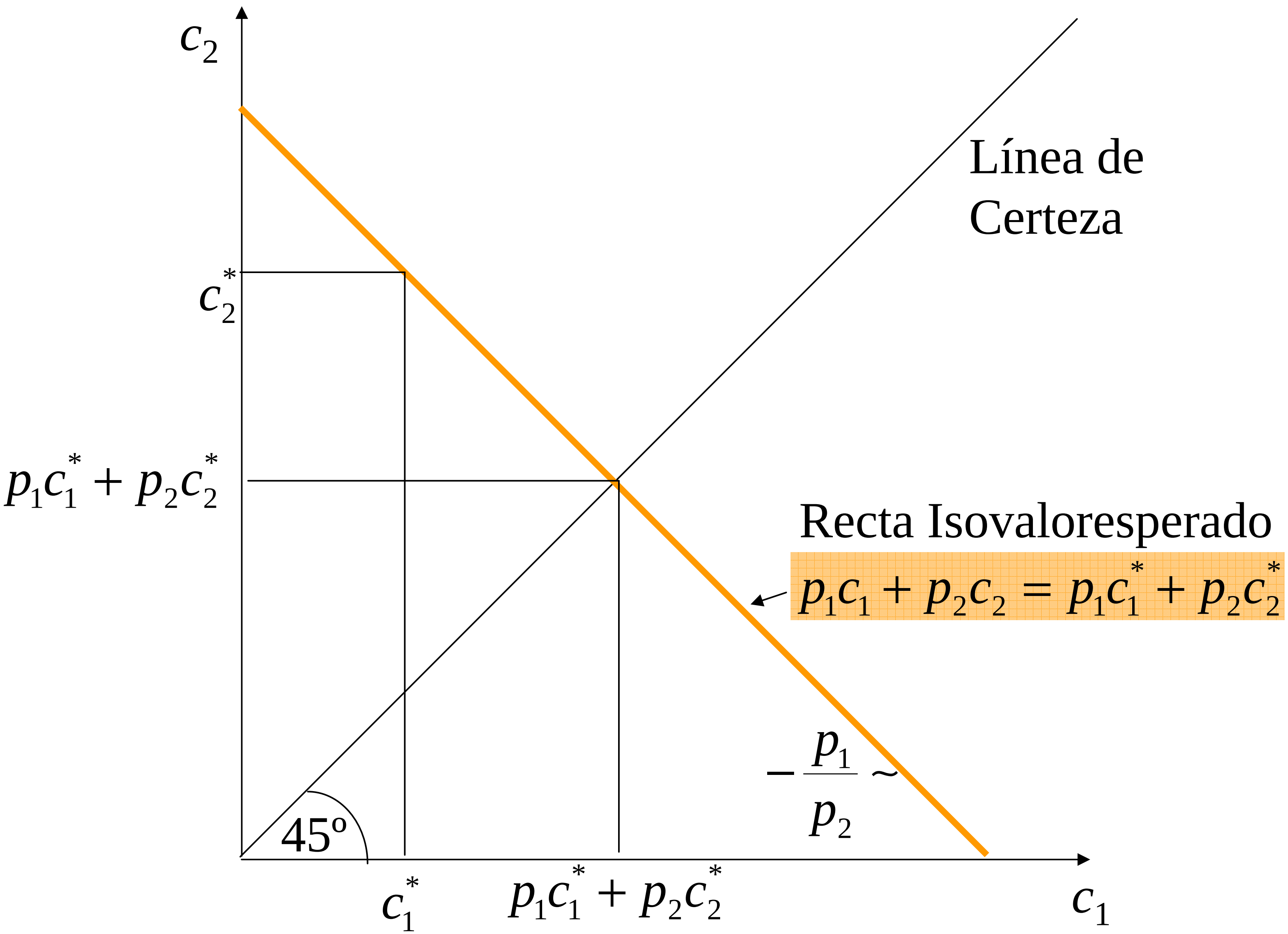
$$VE_1 = p_1c_1 + p_2c_2 = p_1c + p_2c = \underbrace{(p_1 + p_2)}_{1}c = c$$

Recta Isovaloresperado



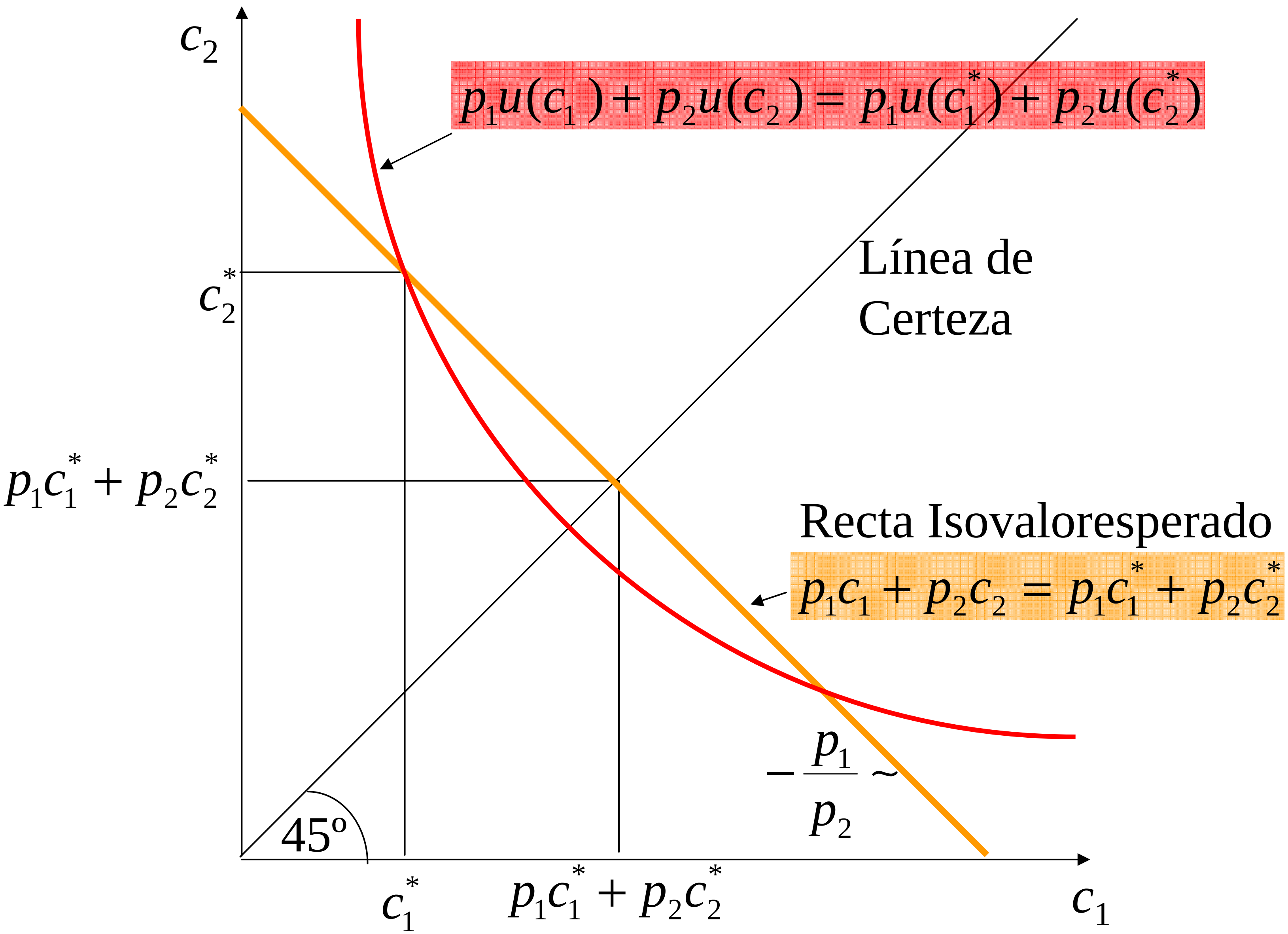
Agente Adverso al Riesgo

$$p_1 u(c_1) + p_2 u(c_2) < u(p_1 c_1 + p_2 c_2)$$



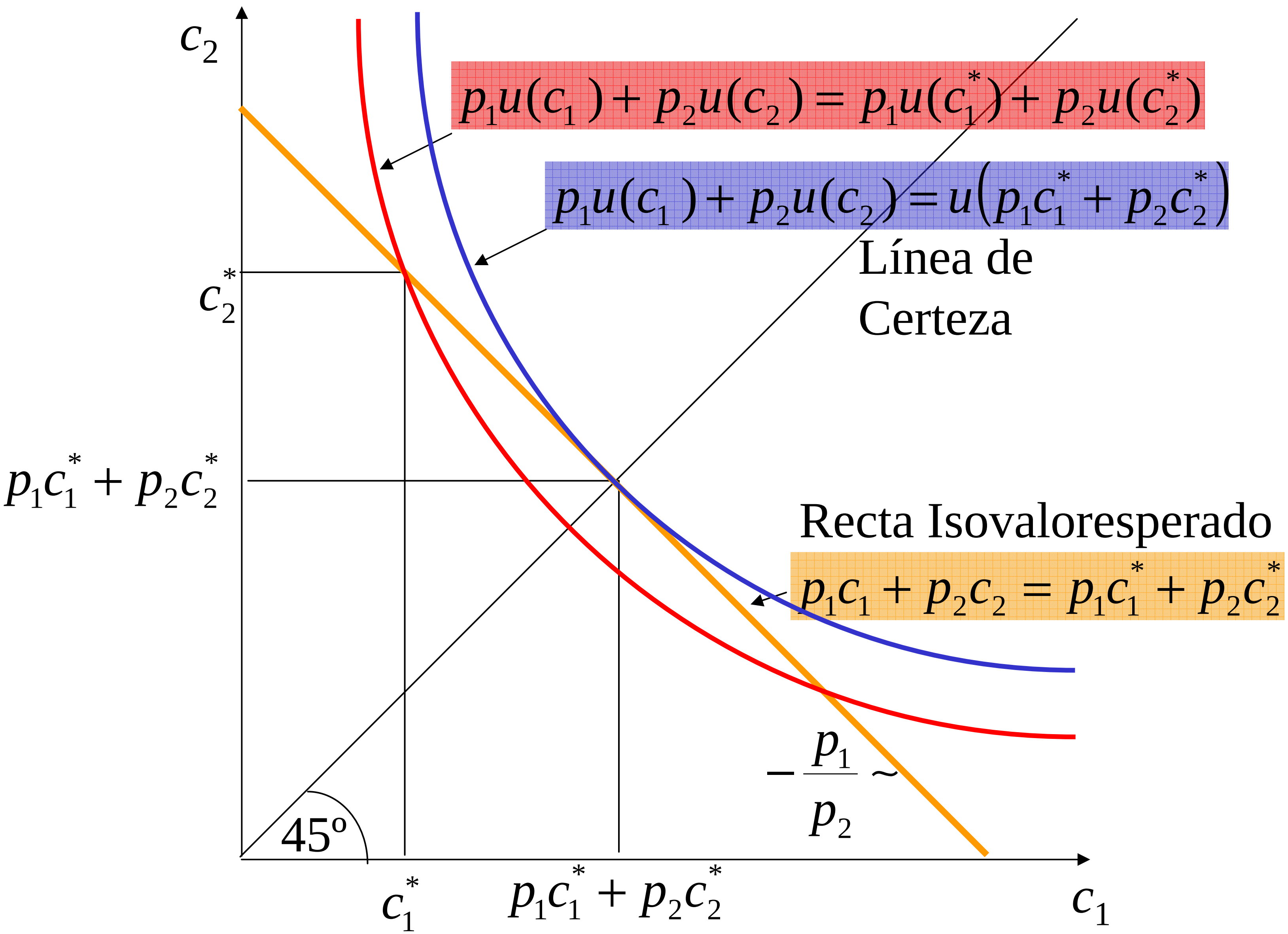
Agente Adverso al Riesgo

$$p_1u(c_1)+p_2u(c_2)<u(p_1c_1+p_2c_2)$$



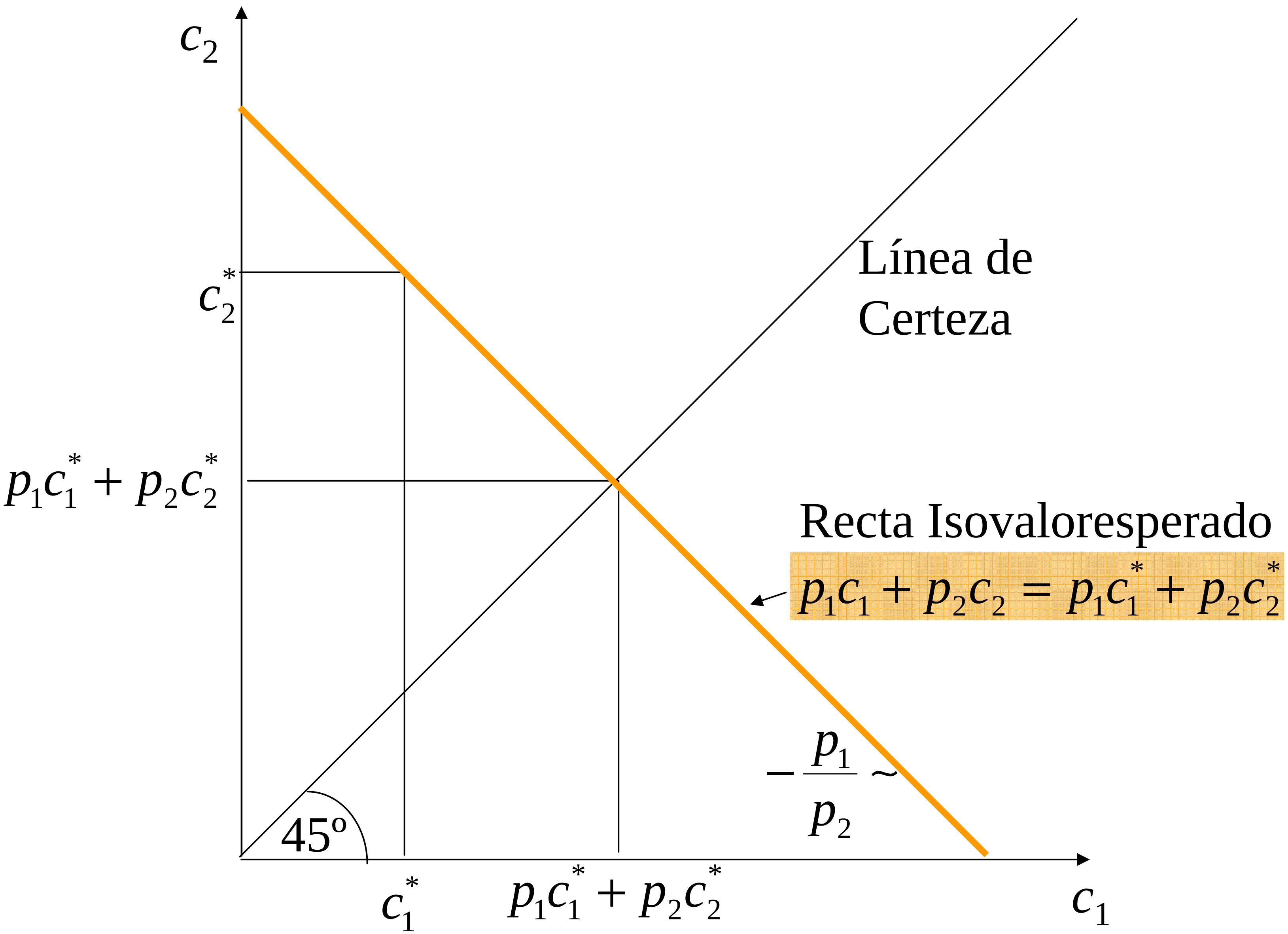
Agente Adverso al Riesgo

$$p_1u(c_1)+p_2u(c_2)<u(p_1c_1+p_2c_2)$$



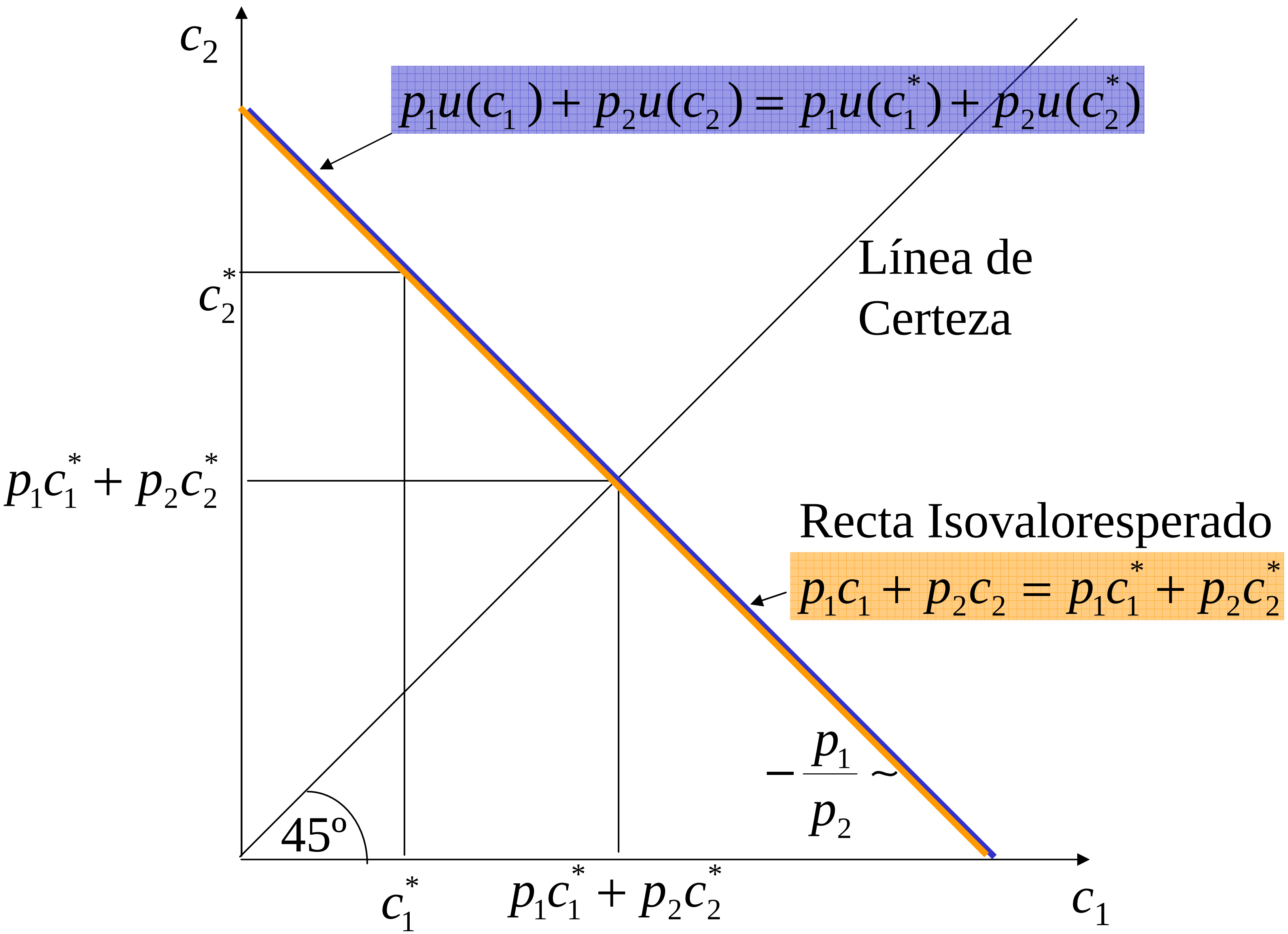
Agente Neutral al Riesgo

$$p_1 u(c_1) + p_2 u(c_2) = u(p_1 c_1 + p_2 c_2)$$



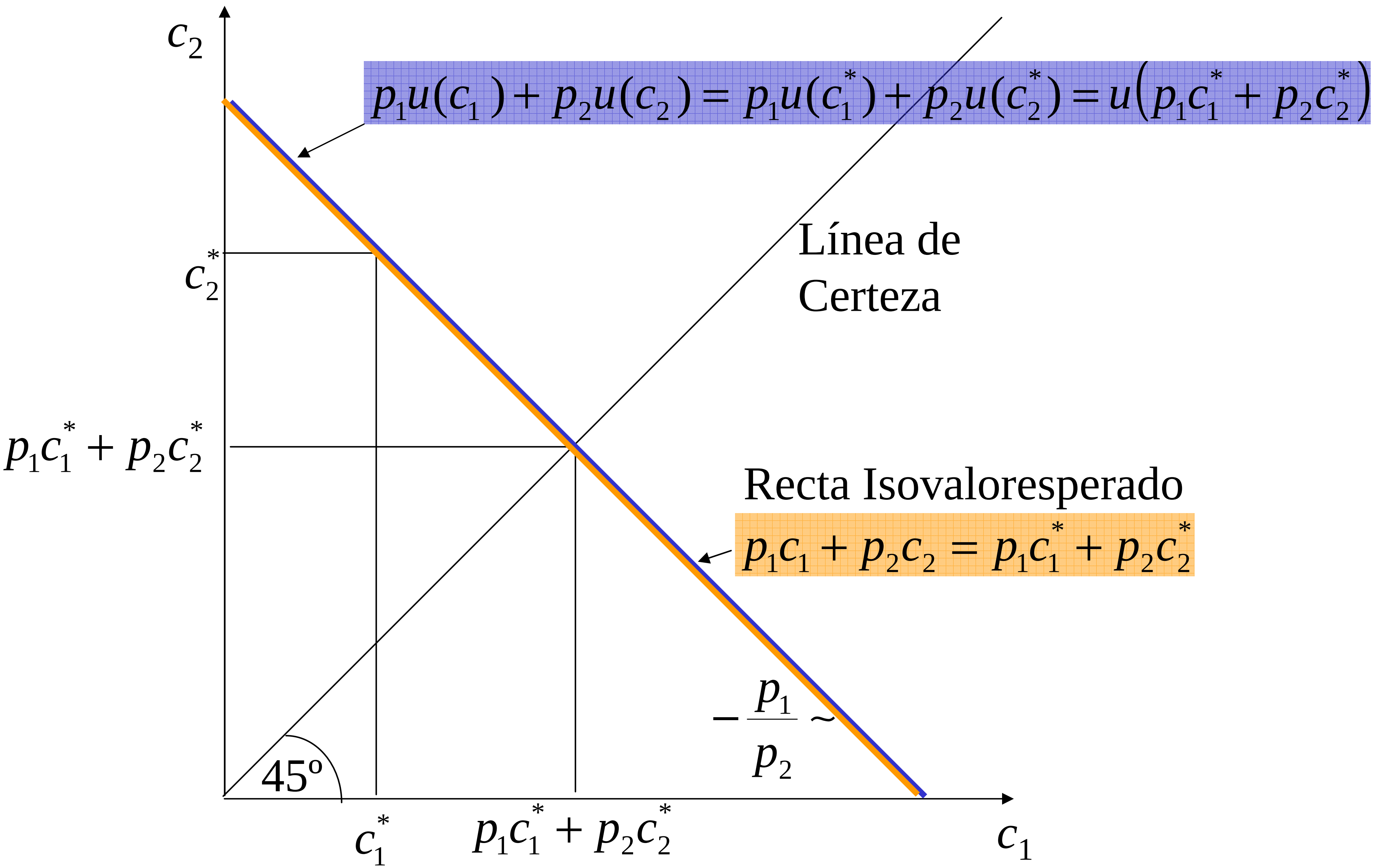
Agente Neutral al Riesgo

$$p_1 u(c_1) + p_2 u(c_2) = u(p_1 c_1 + p_2 c_2)$$



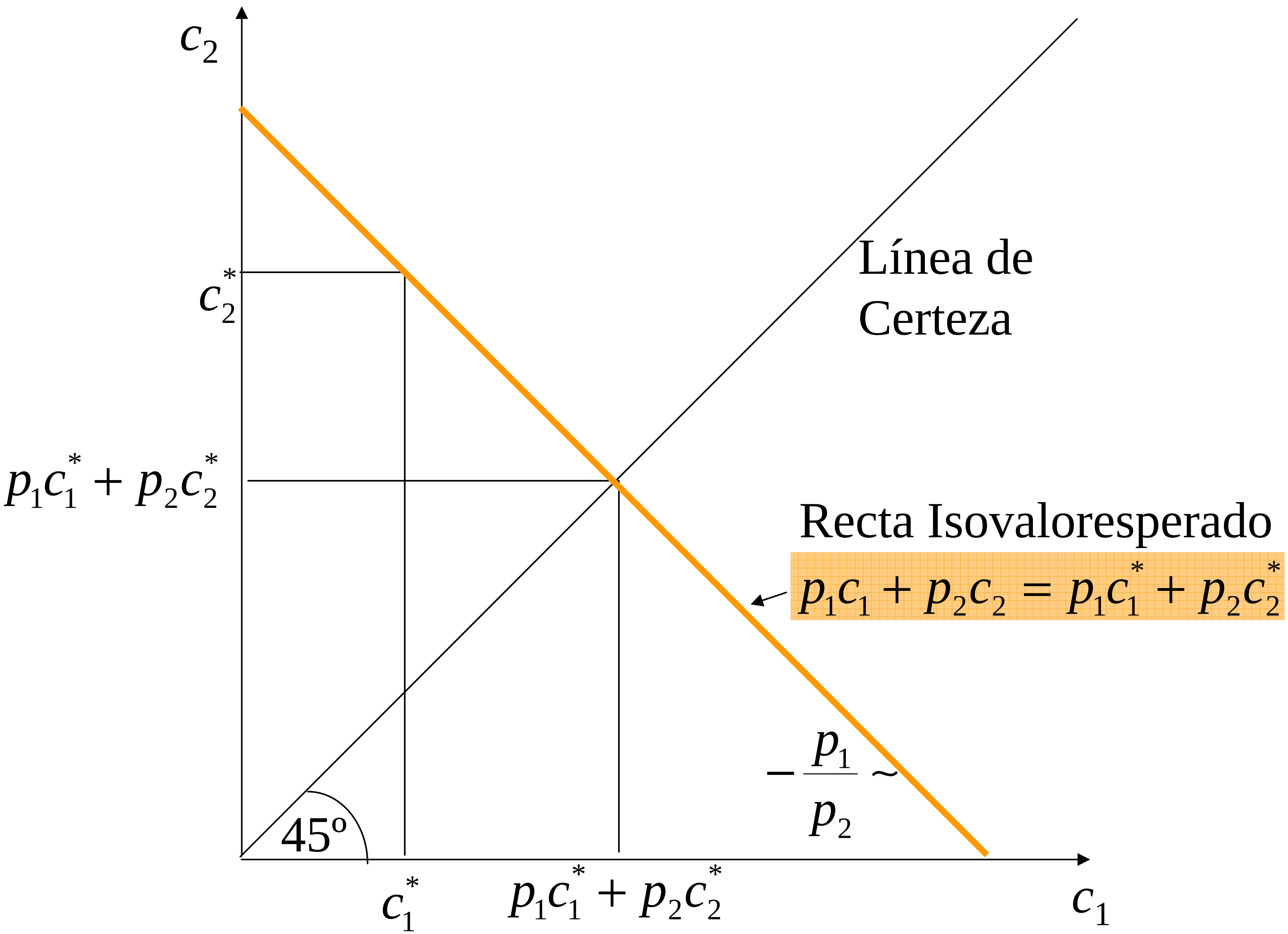
Agente Neutral al Riesgo

$$p_1 u(c_1) + p_2 u(c_2) = u(p_1 c_1 + p_2 c_2)$$



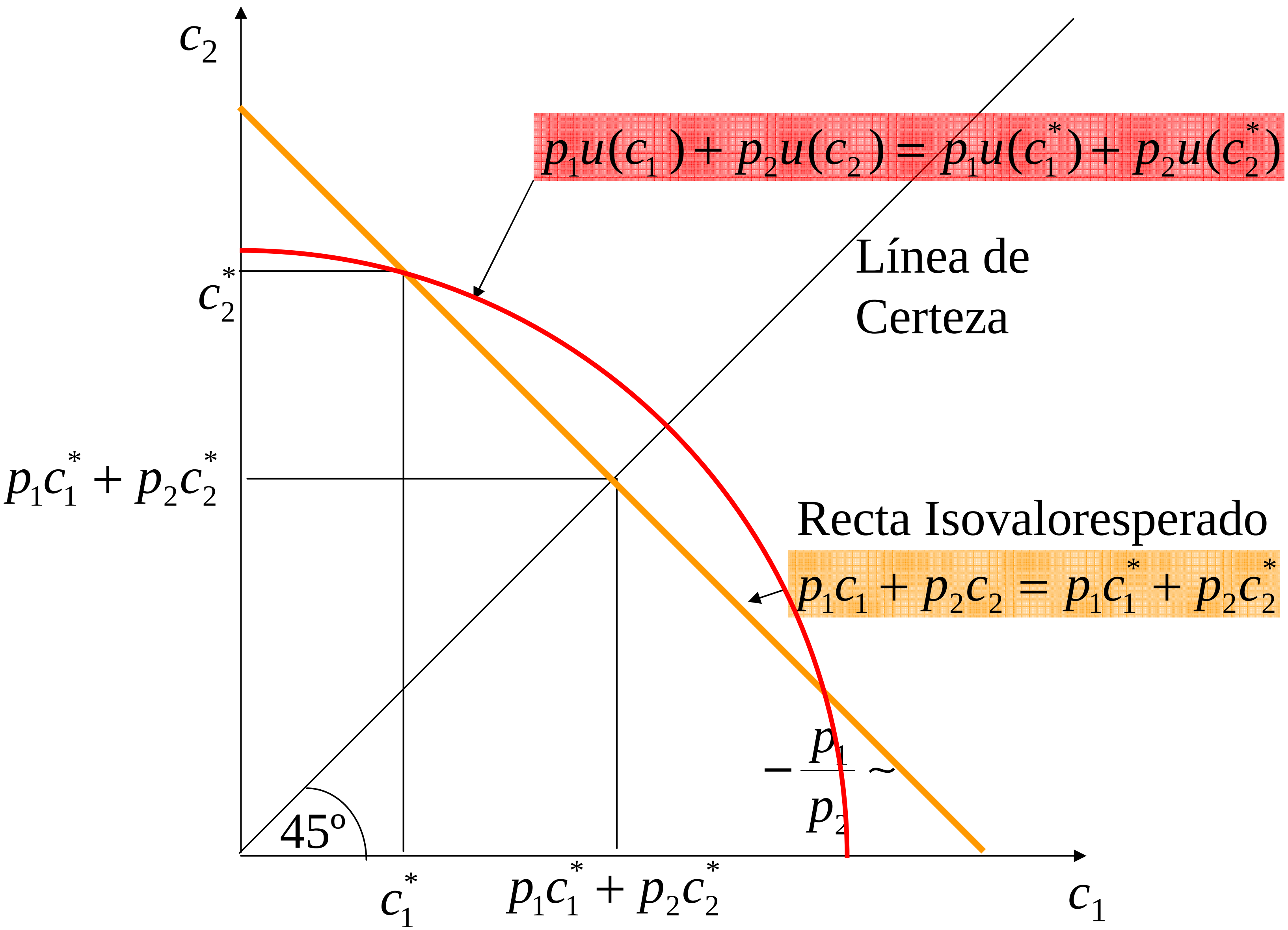
Agente Amante del Riesgo

$$p_1 u(c_1) + p_2 u(c_2) > u(p_1 c_1 + p_2 c_2)$$



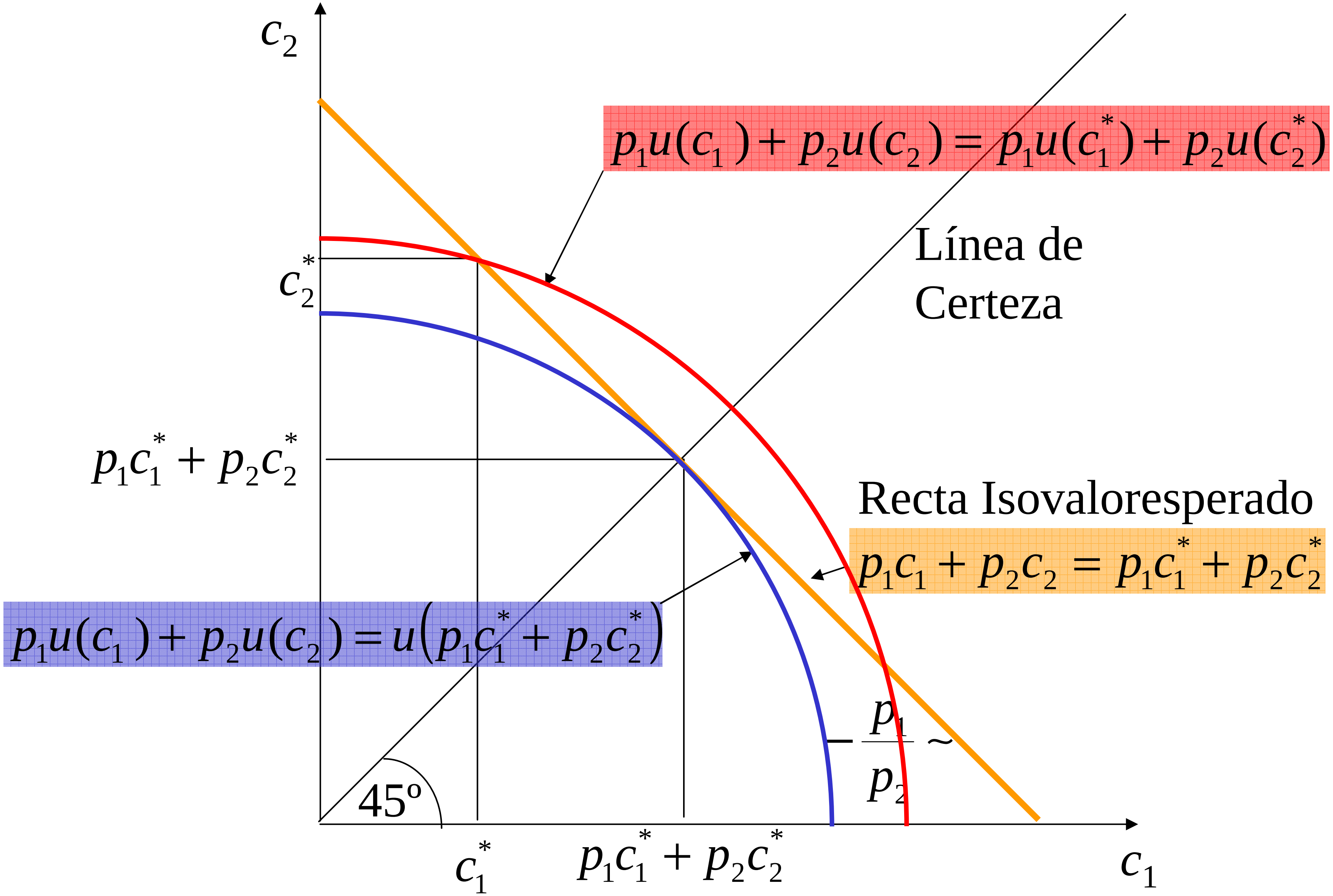
Agente Amante del Riesgo

$$p_1 u(c_1) + p_2 u(c_2) > u(p_1 c_1 + p_2 c_2)$$



Agente Amante del Riesgo

$$p_1u(c_1)+p_2u(c_2)>u(p_1c_1+p_2c_2)$$

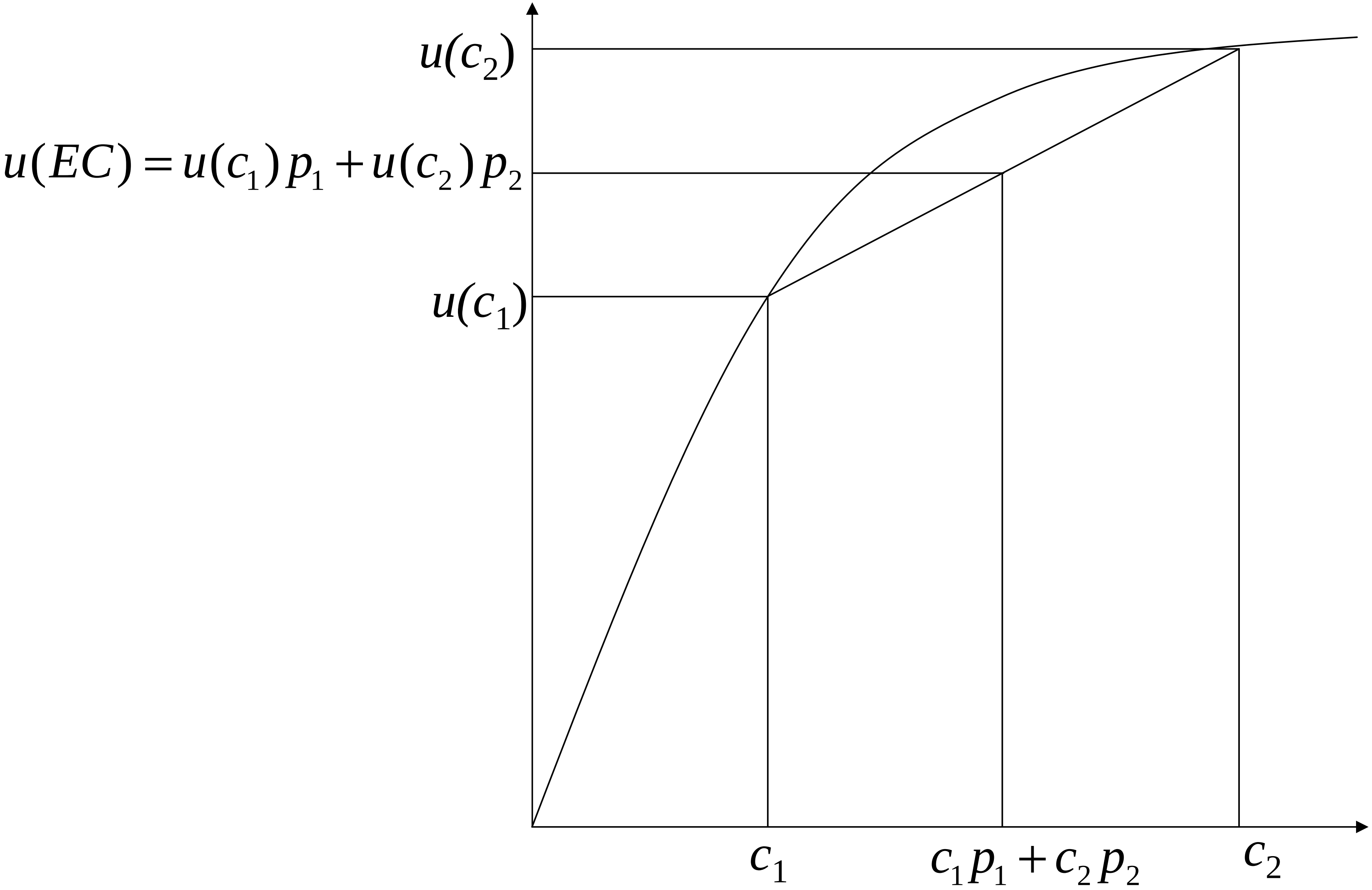


Definición: el equivalente a la certeza de una lotería $(c_1, c_2, ..., c_N; p_1, p_2, ..., p_N)$ es el nivel de consumo que se le tendría que dar a un consumidor para que sea indiferente entre ese nivel de consumo con certidumbre $(EC(c_1, c_2, ..., c_N; p_1, p_2, ..., p_N);1)$ y la lotería $(c_1, c_2, ..., c_N; p_1, p_2, ..., p_N)$:

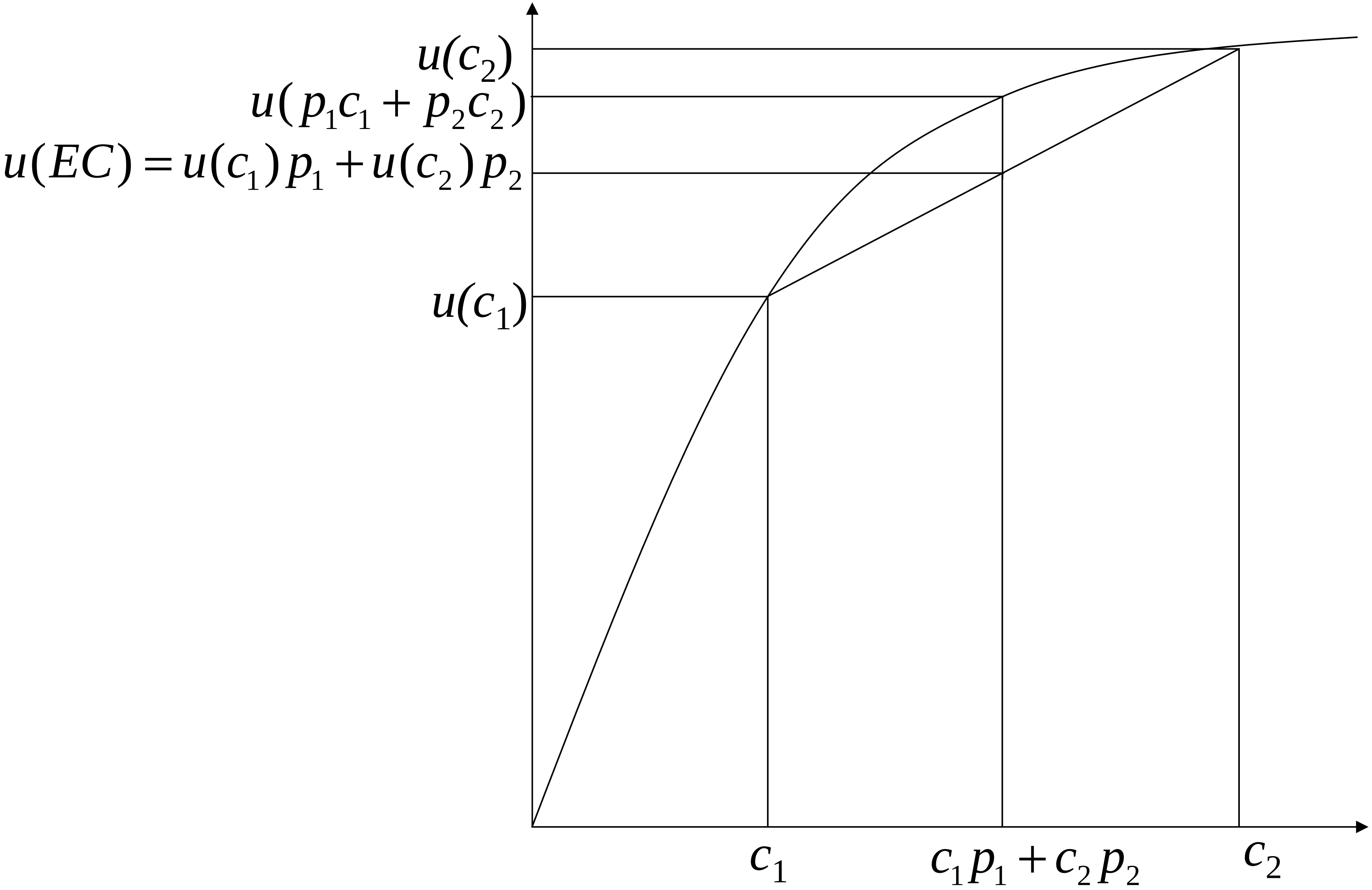
$$EC(c_1, c_2, ..., c_N; p_1, p_2, ..., p_N) \overset{Def}{\Leftrightarrow}$$

$$\sum_{j=1}^{N} p_j u(c_j) = u\left(EC(c_1, c_2, ..., c_N; p_1, p_2, ..., p_N)\right)$$

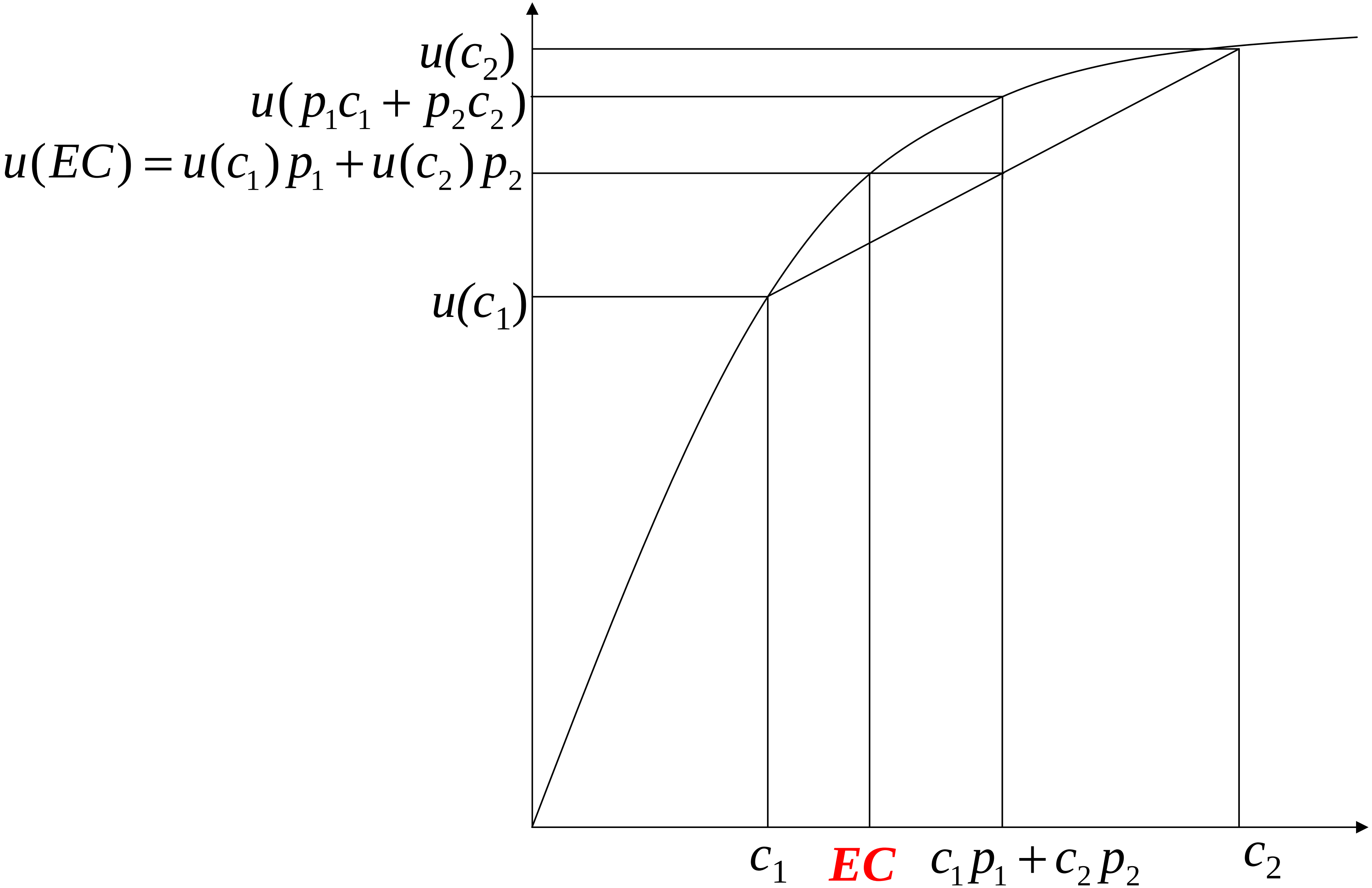
Agente Adverso al Riesgo

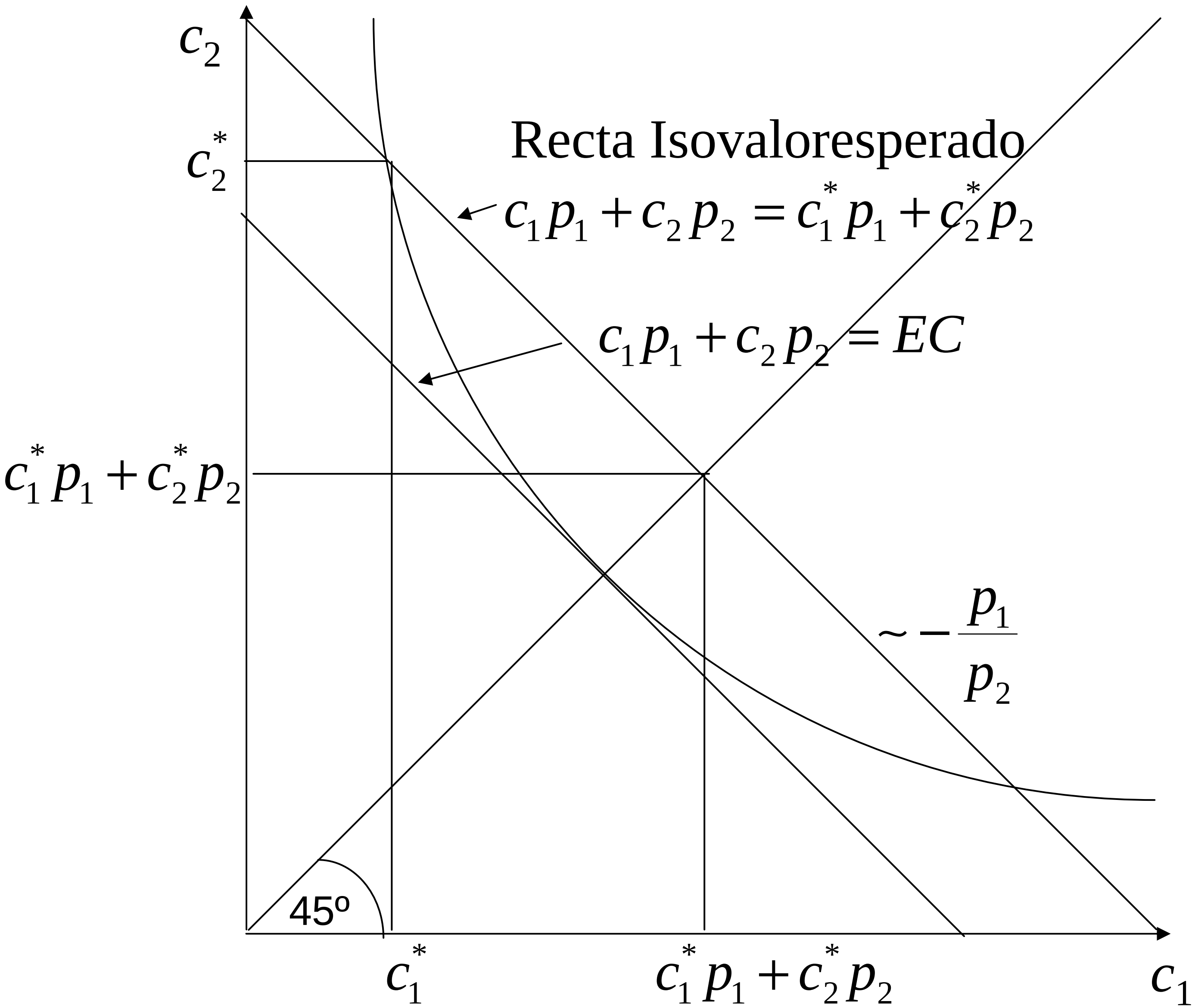


Agente Adverso al Riesgo

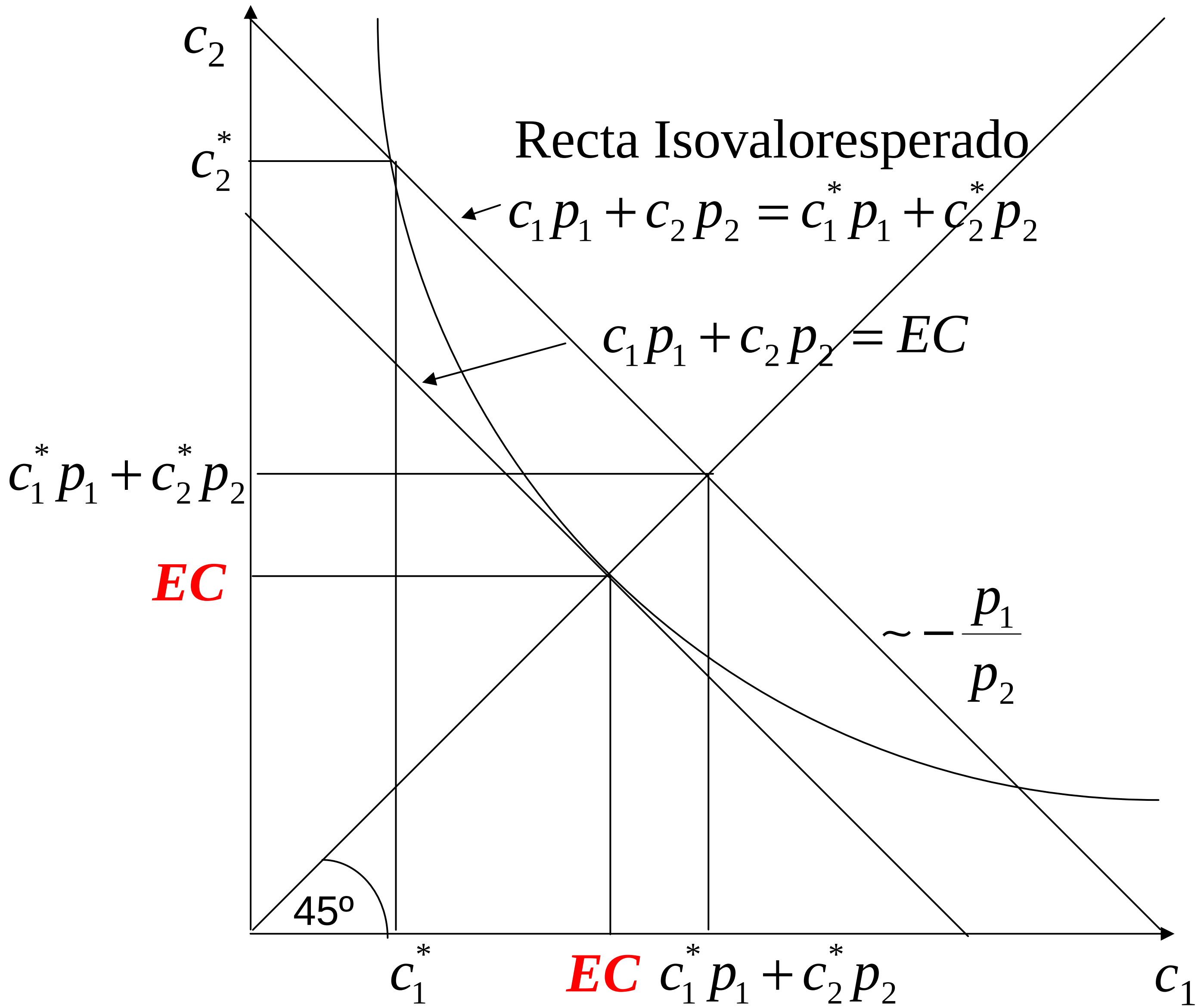


Agente Adverso al Riesgo





c_2
c_2^*
Recta Isovaloresperado
$c_1 p_1 + c_2 p_2 = c_1^* p_1 + c_2^* p_2$
$c_1 p_1 + c_2 p_2 = EC$
$c_1^* p_1 + c_2^* p_2$
$\sim -\frac{p_1}{p_2}$
45º
c_1^*
$c_1^* p_1 + c_2^* p_2$
c_1



c_2
c_2^*
Recta Isovaloresperado
$c_1 p_1 + c_2 p_2 = c_1^* p_1 + c_2^* p_2$
$c_1 p_1 + c_2 p_2 = EC$
$c_1^* p_1 + c_2^* p_2$
EC
$\sim -\frac{p_1}{p_2}$
45º
c_1^*
EC
$c_1^* p_1 + c_2^* p_2$
c_1

Un agente es (estrictamente) adverso al riesgo si y solo si para cualquier lotería no degenerada $(c_1, c_2, ..., c_N; p_1, p_2, ..., p_N)$ el equivalente certeza de esa lotería es (estrictamente) menor que el valor esperado de la lotería:

$$EC(c_1, c_2, ..., c_N; p_1, p_2, ..., p_N) < \sum_{j=1}^{N} p_j c_j \,.$$

CC BY NC SA
http://bit.ly/8l8DDu
Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

Un agente es neutral al riesgo si y solo si para cualquier lotería $(c_1, c_2, ..., c_N; p_1, p_2, ..., p_N)$ el equivalente certeza de esa lotería es igual al valor esperado de la lotería:

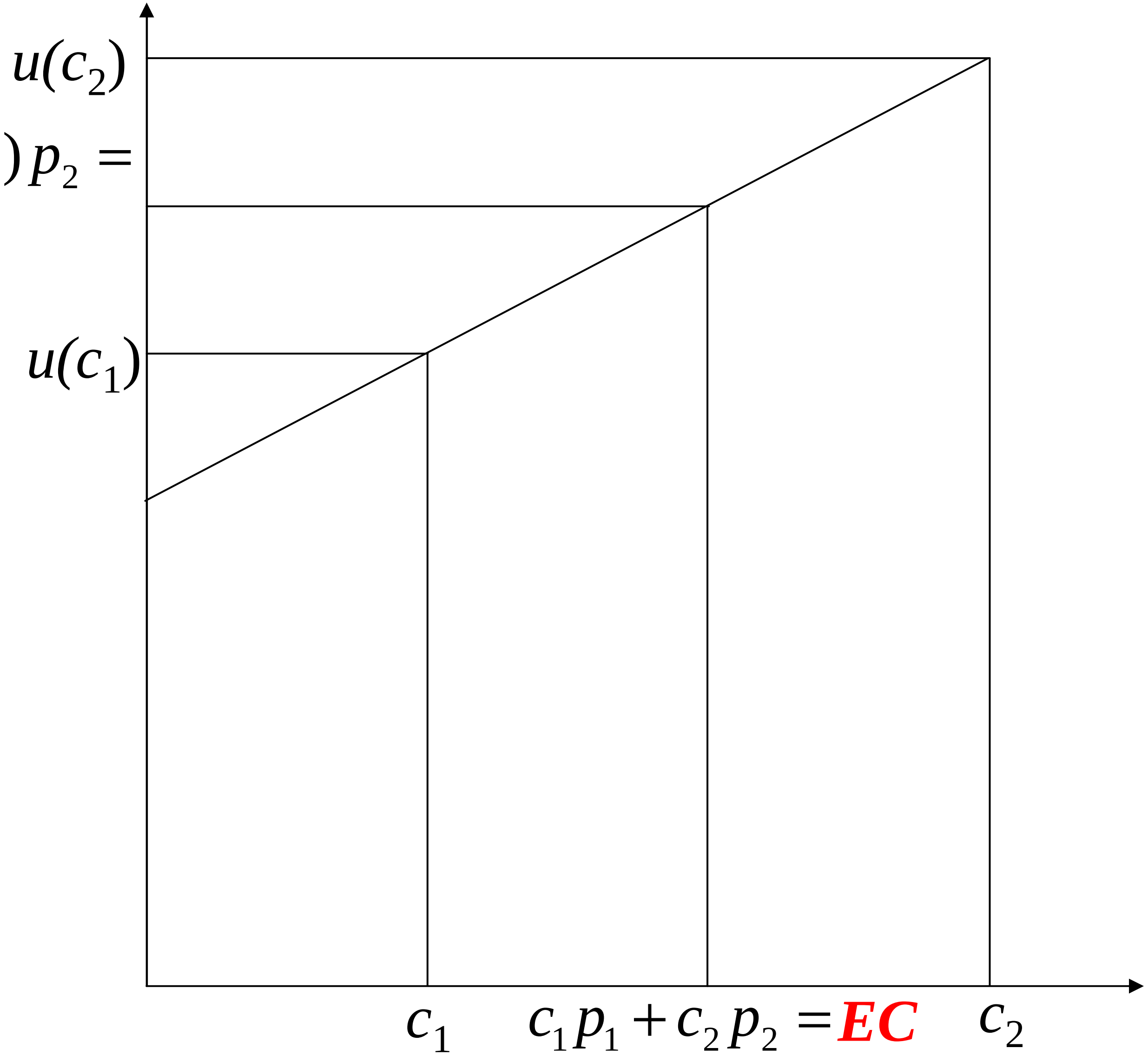
$$EC(c_1, c_2, ..., c_N; p_1, p_2, ..., p_N) = \sum_{j=1}^{N} p_j c_j \, .$$

http://bit.ly/8l8DDu
Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

Neutral al Riesgo

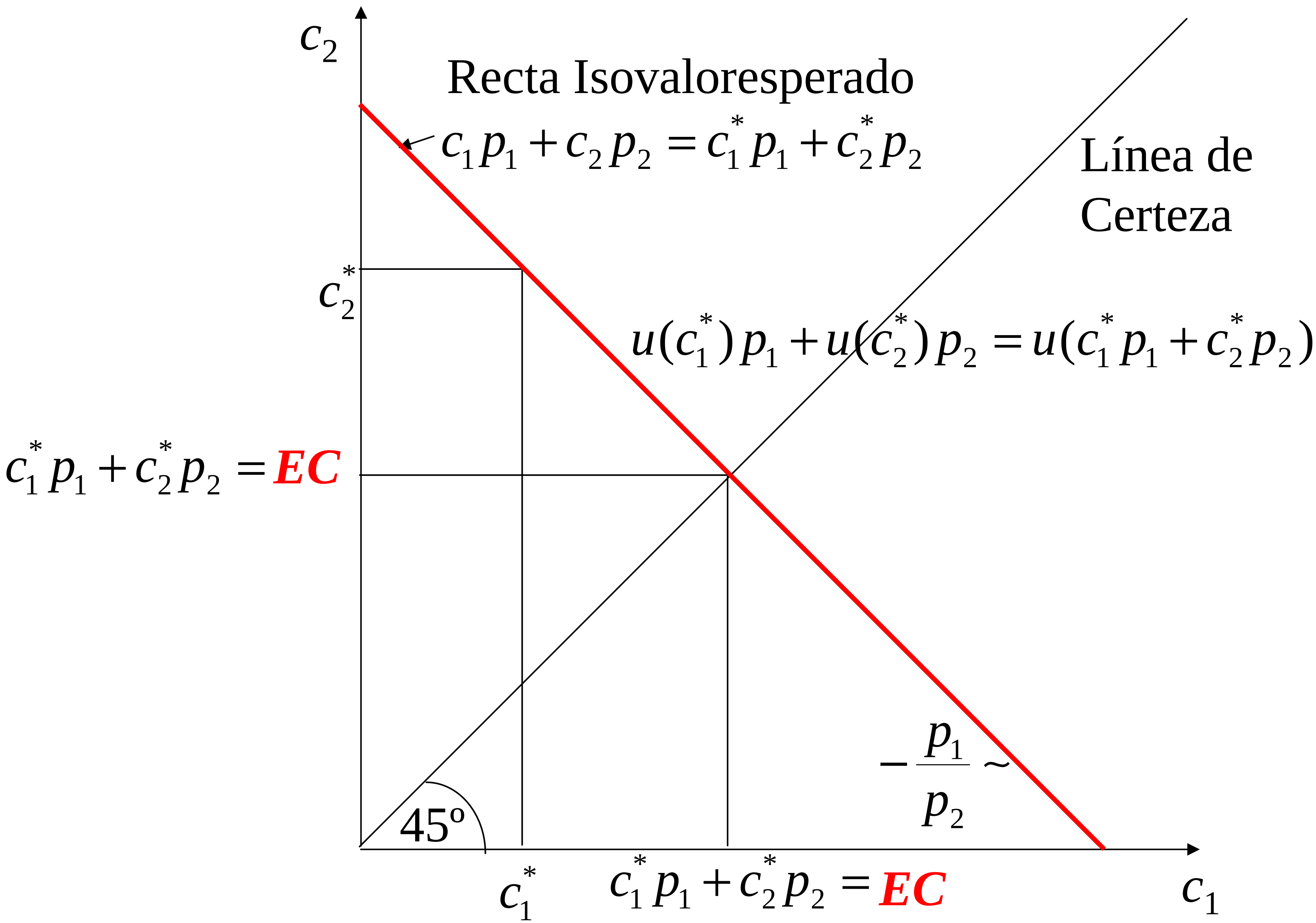
$$u(EC) = u(c_1)\,p_1 + u(c_2)\,p_2 =$$

$$u(c_1 p_1 + c_2 p_2)$$



Agente Neutral al Riesgo

$$u(c_1)p_1 + u(c_2)p_2 = u(c_1 p_1 + c_2 p_2)$$

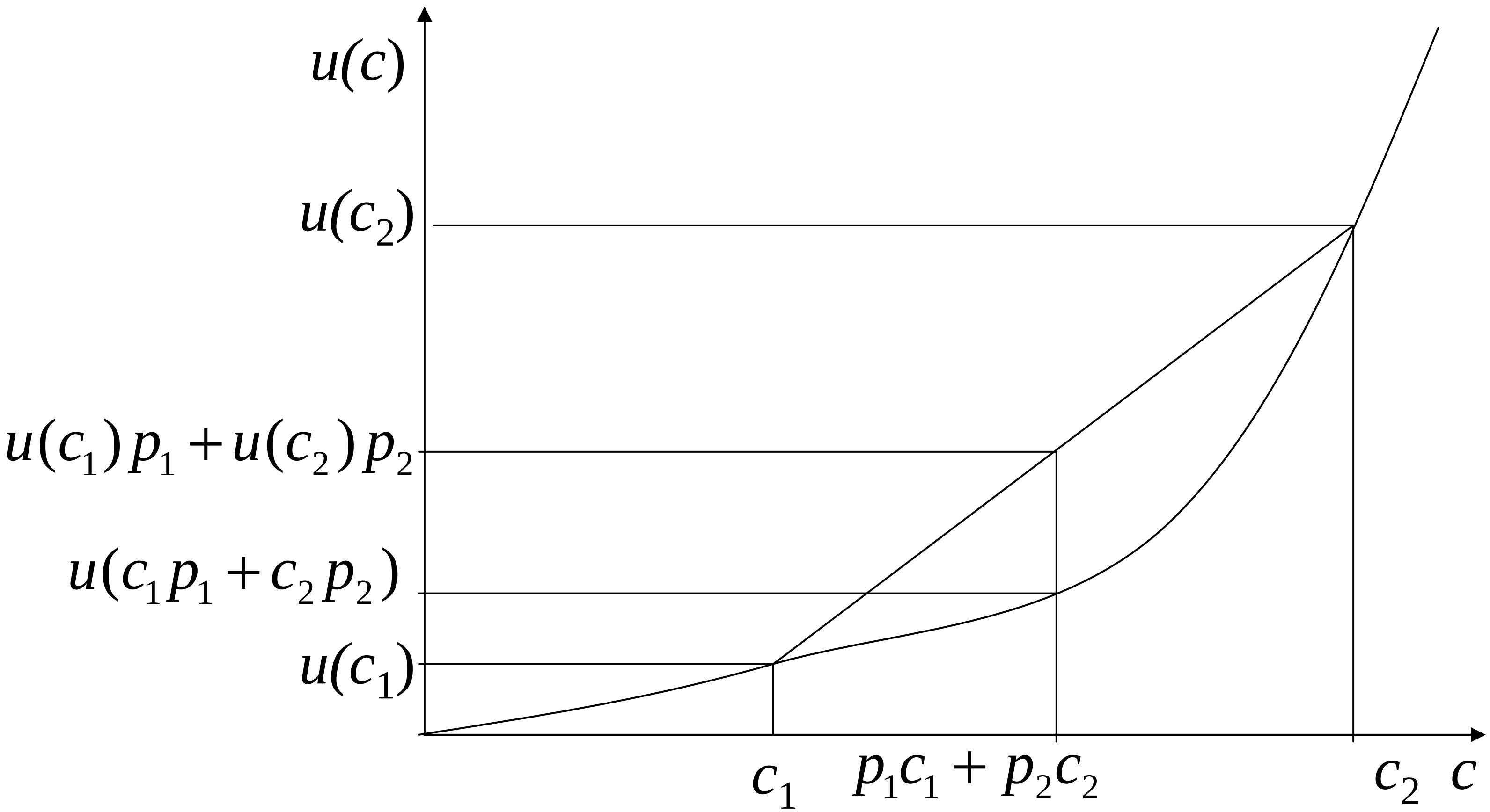


Un agente es (estrictamente) amante del riesgo si y solo si para cualquier lotería no degenerada $(c_1, c_2, ..., c_N; p_1, p_2, ..., p_N)$ el equivalente certeza de esa lotería es (estrictamente) mayor que el valor esperado de la lotería:

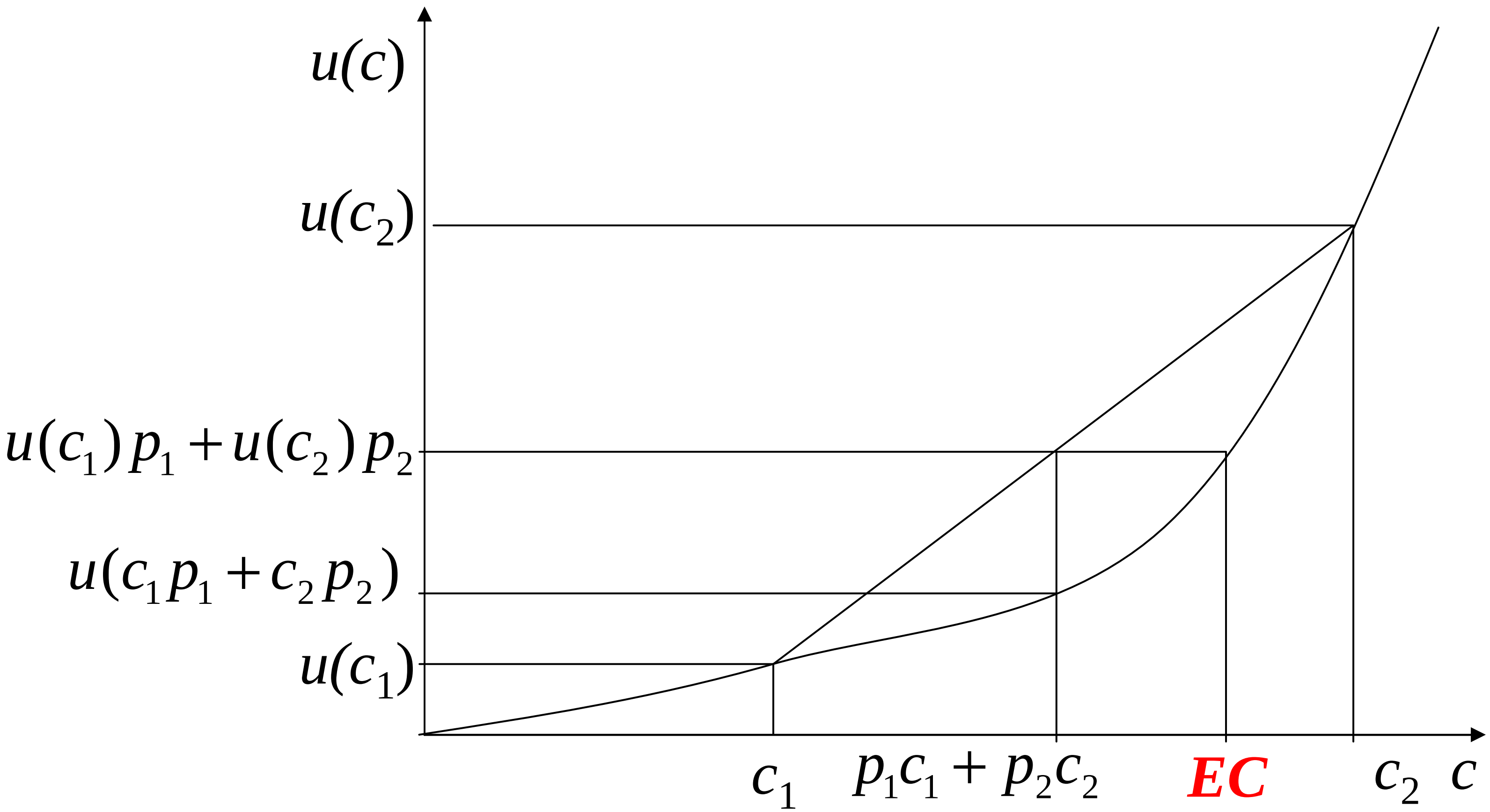
$$EC(c_1, c_2, ..., c_N; p_1, p_2, ..., p_N) > \sum_{j=1}^{N} p_j c_j .$$

http://bit.ly/8l8DDu
Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

Amante del Riesgo

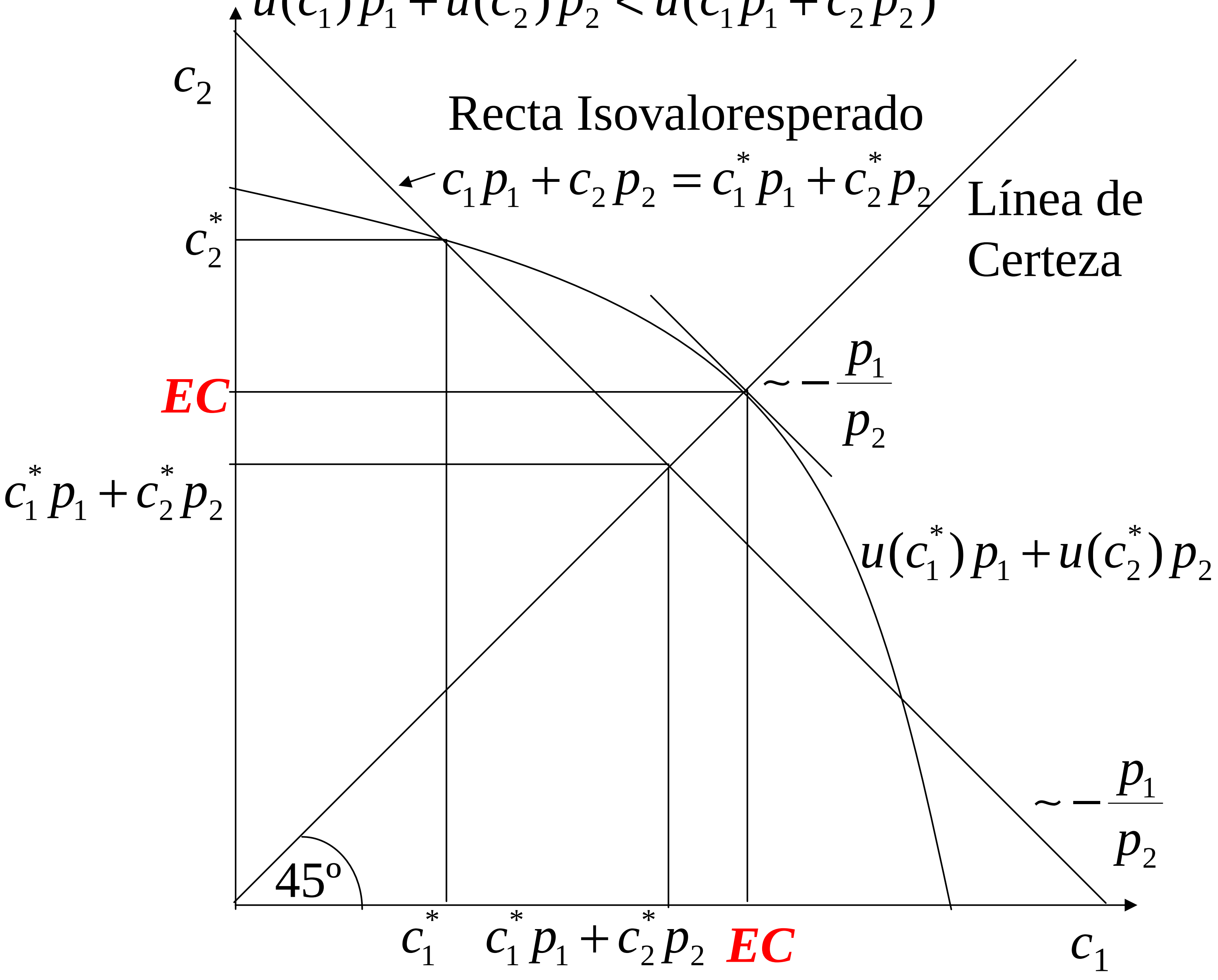


Amante del Riesgo



Agente Amante del Riesgo

$$u(c_1)p_1 + u(c_2)p_2 < u(c_1 p_1 + c_2 p_2)$$



Prima de riesgo: de una lotería $PR(c_1, c_2, ..., c_N; p_1, p_2, ..., p_N)$ es la cantidad máxima que un agente estaría dispuesto a pagar por no tener riesgo:

$$PR(c_1, c_2, ..., c_N; p_1, p_2, ..., p_N) \overset{def}{\Leftrightarrow}$$

$$\sum_{j=1}^{N} p_j u(c_j) = u\left(\sum_{j=1}^{N} p_j c_j - PR(c_1, c_2, ..., c_N; p_1, p_2, ..., p_N)\right)$$

http://bit.ly/8l8DDu
Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

Equivalente Certeza y Prima de Riesgo

$$\left.\begin{aligned}\sum_{j=1}^{N} p_j u(c_j) &= u\big(EC(c_1,\ldots,c_N; p_1,\ldots,p_N)\big)\\ \sum_{j=1}^{N} p_j u(c_j) &= u\left(\sum_{j=1}^{N} p_j c_j - PR(c_1,\ldots,c_N; p_1,\ldots,p_N)\right)\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

$$EC(c_1,\ldots,c_N; p_1,\ldots,p_N) = \sum_{j=1}^{N} p_j c_j - PR(c_1,\ldots,c_N; p_1,\ldots,p_N)$$

$$PR(c_1,\ldots,c_N; p_1,\ldots,p_N) = \sum_{j=1}^{N} p_j c_j - EC(c_1,\ldots,c_N; p_1\ldots,p_N)$$

BY NC SA

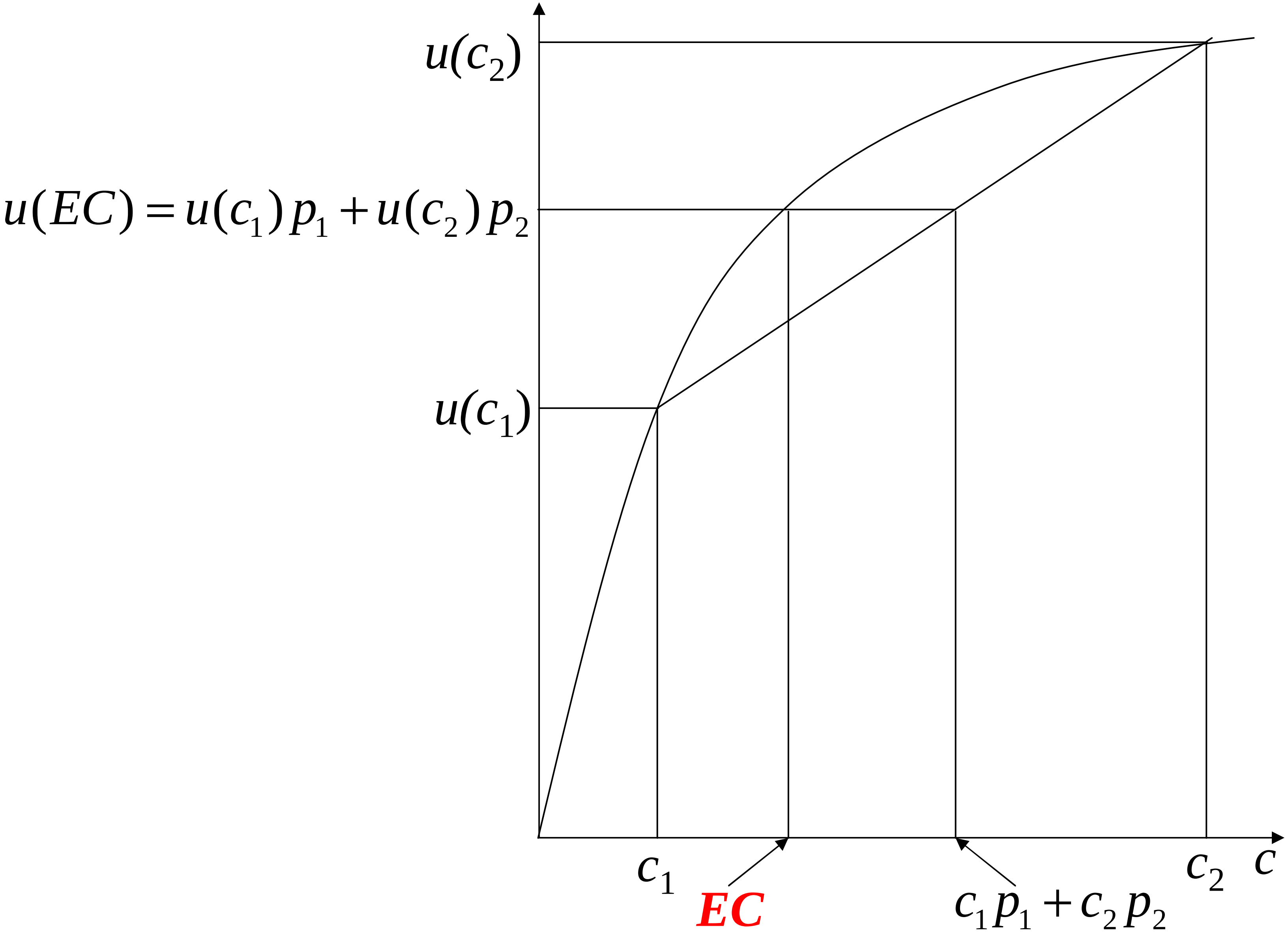
http://bit.ly/8l8DDu

Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

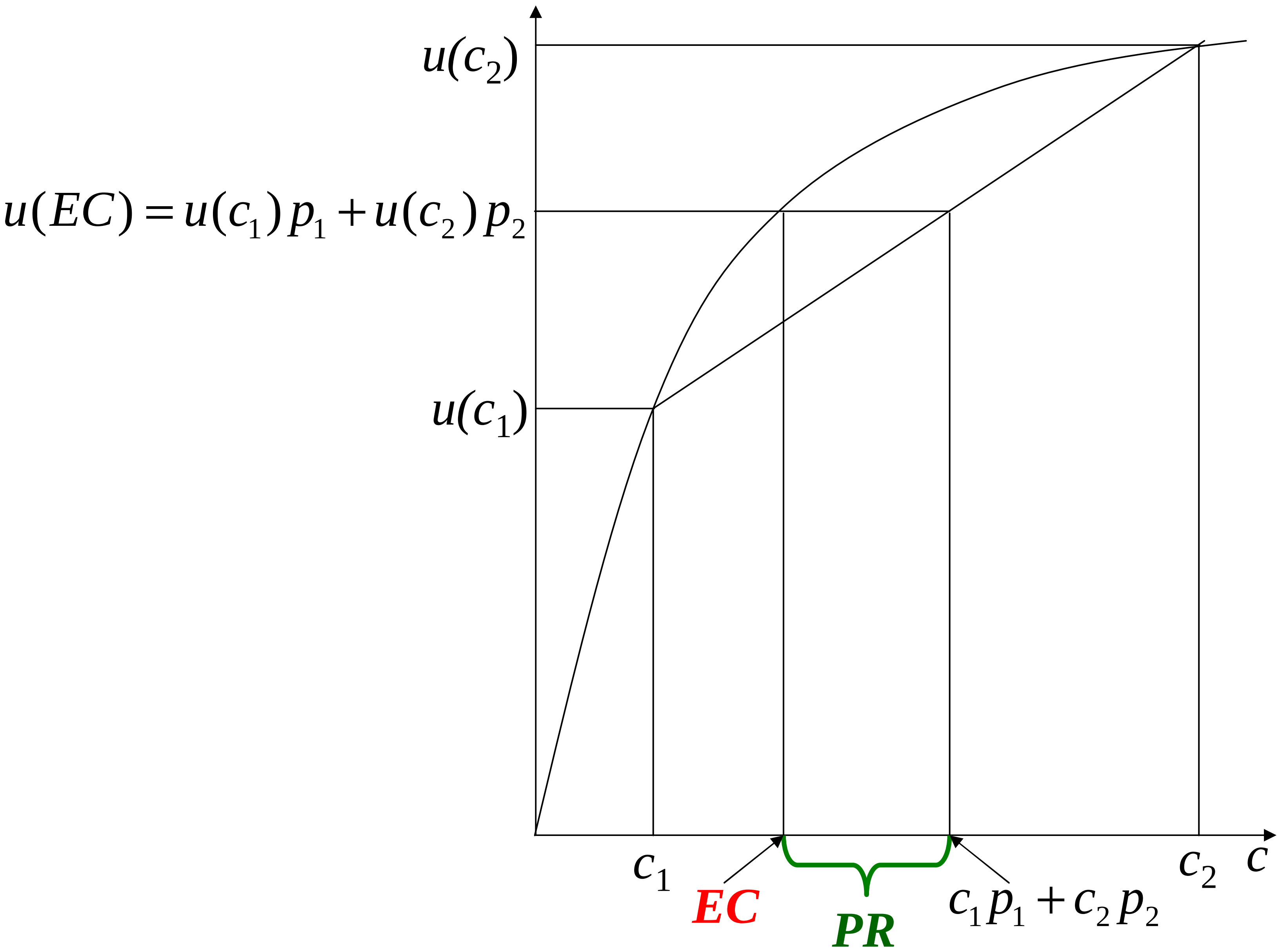
La prima de riesgo es la diferencia entre el valor esperado de la lotería y el equivalente certeza de dicha lotería. Por tanto, otra posible definición de prima de riesgo es: la máxima reducción del valor esperado del consumo que el agente aceptaría con tal de no tener riesgo.

BY NC SA
http://bit.ly/8l8DDu
Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

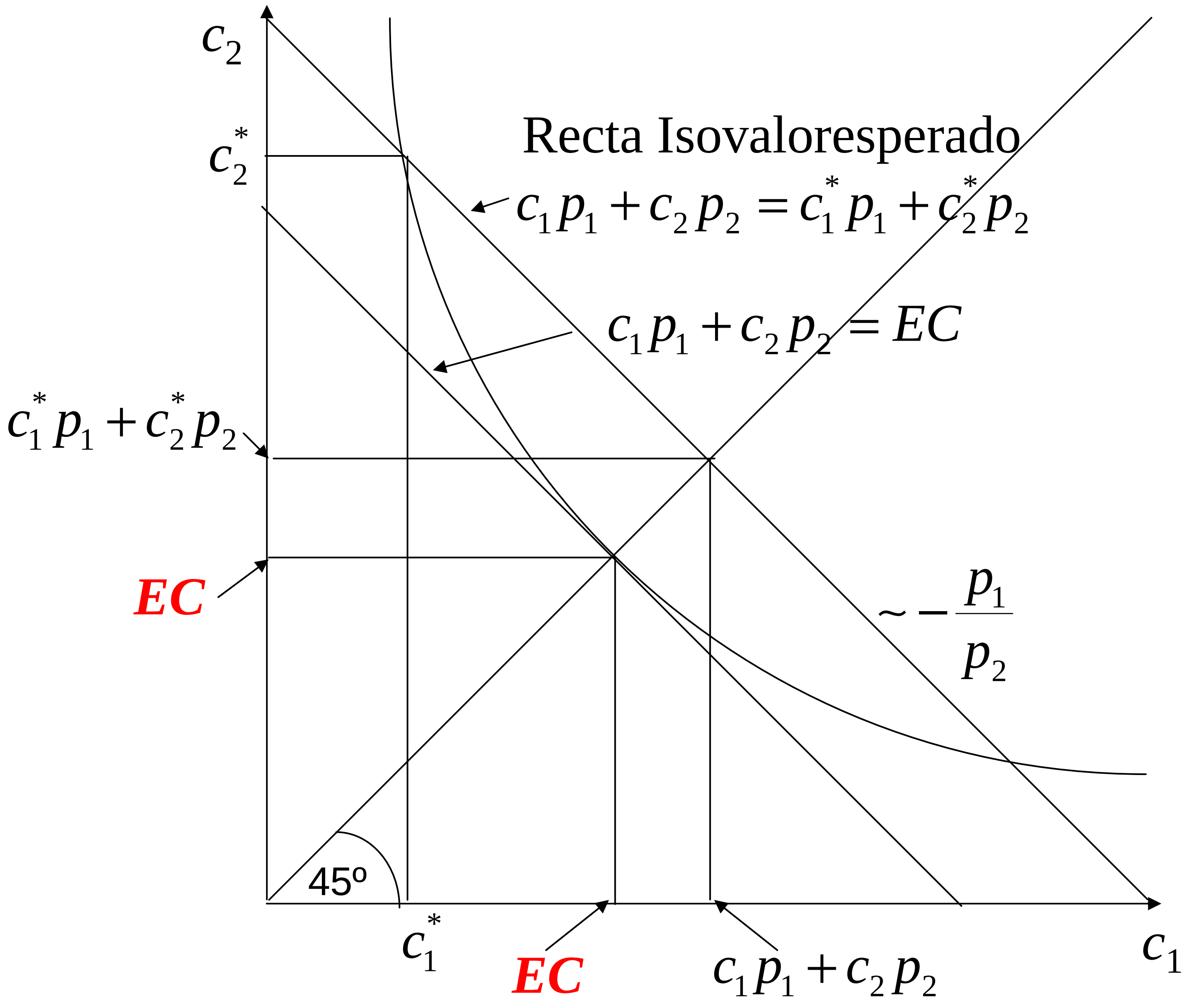
Prima de Riesgo



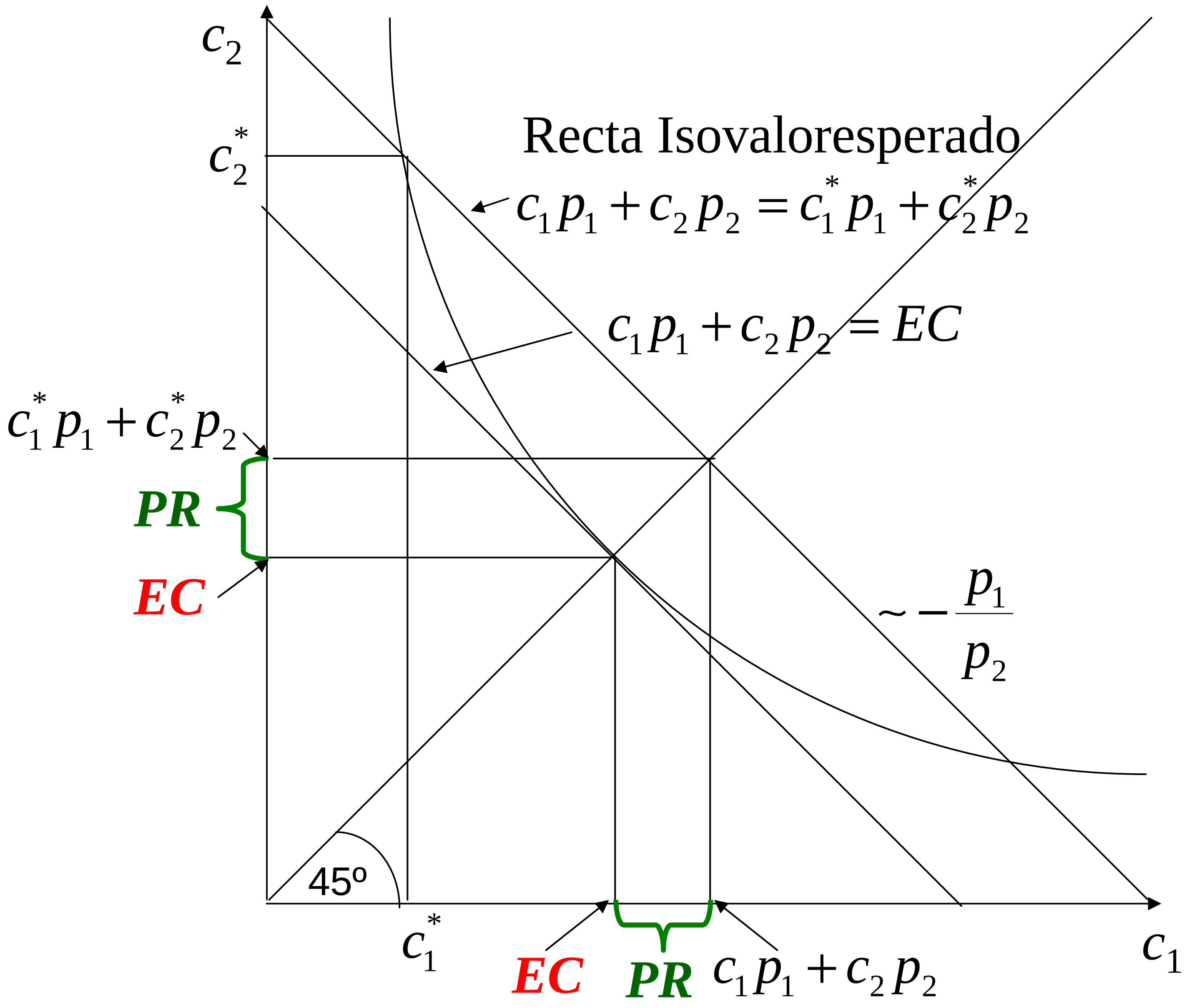
Prima de Riesgo



Prima de Riesgo



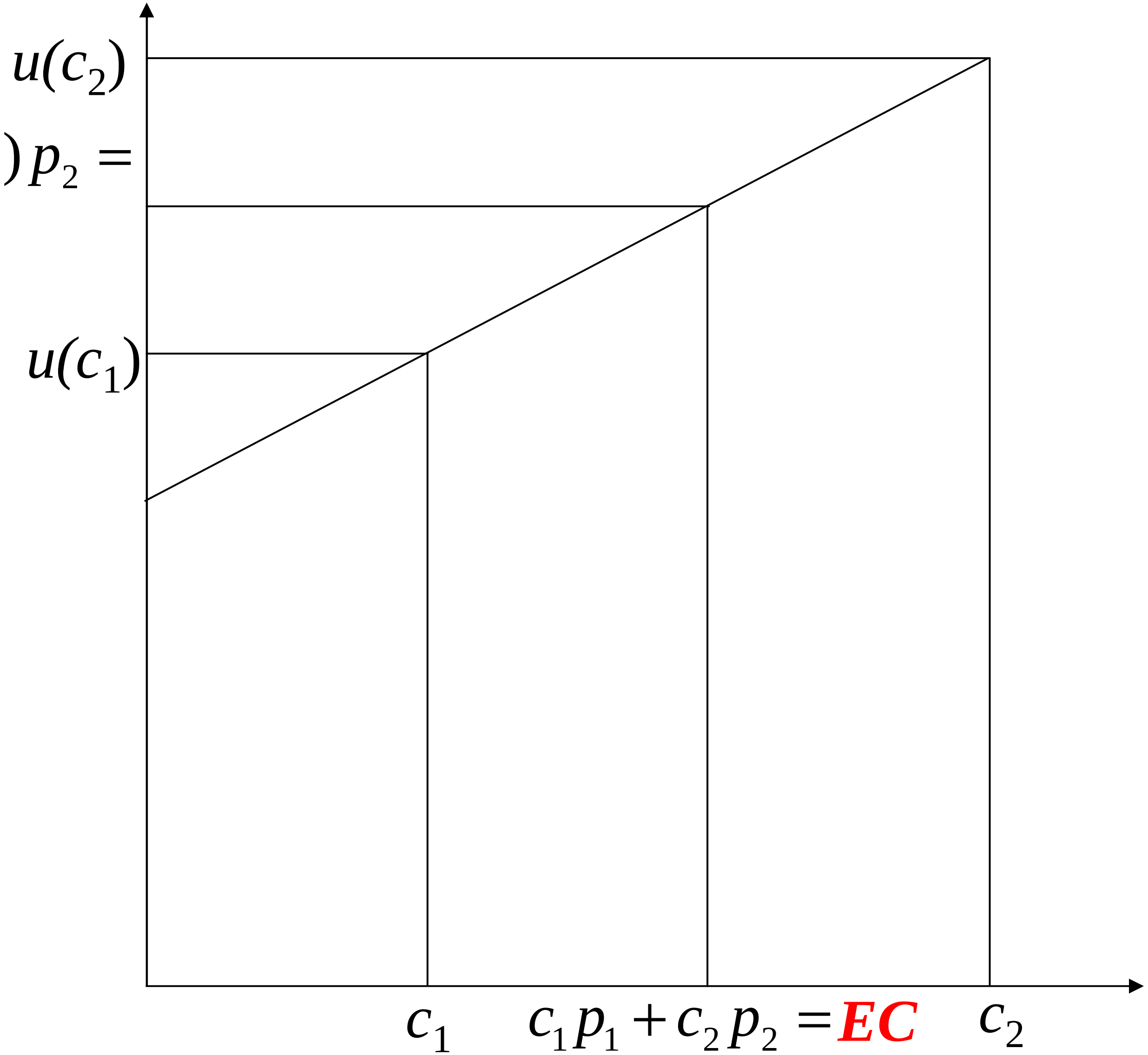
Prima de Riesgo



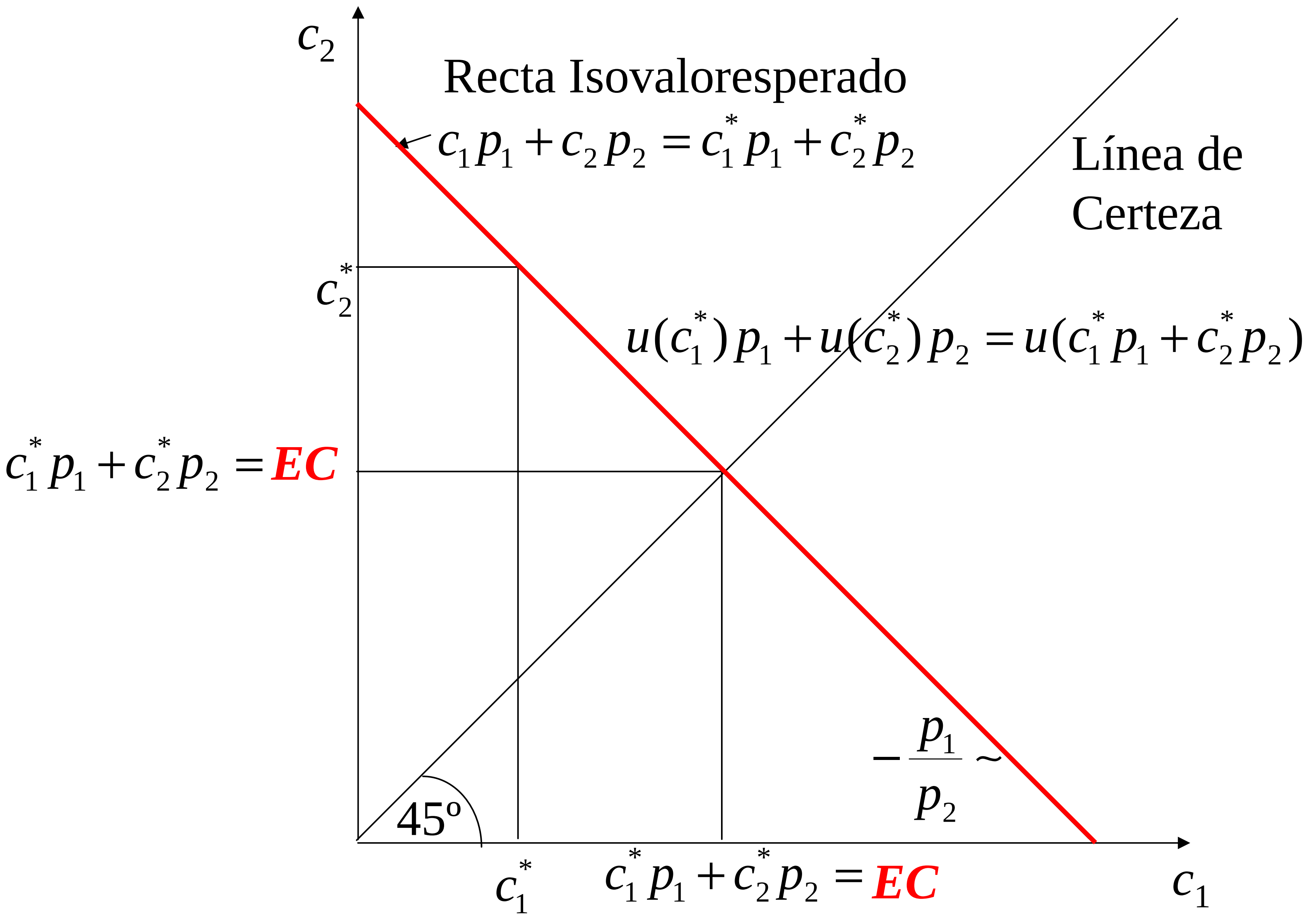
La prima de riesgo para un agente neutral al riesgo es cero

$$u(EC) = u(c_1)p_1 + u(c_2)p_2 =$$

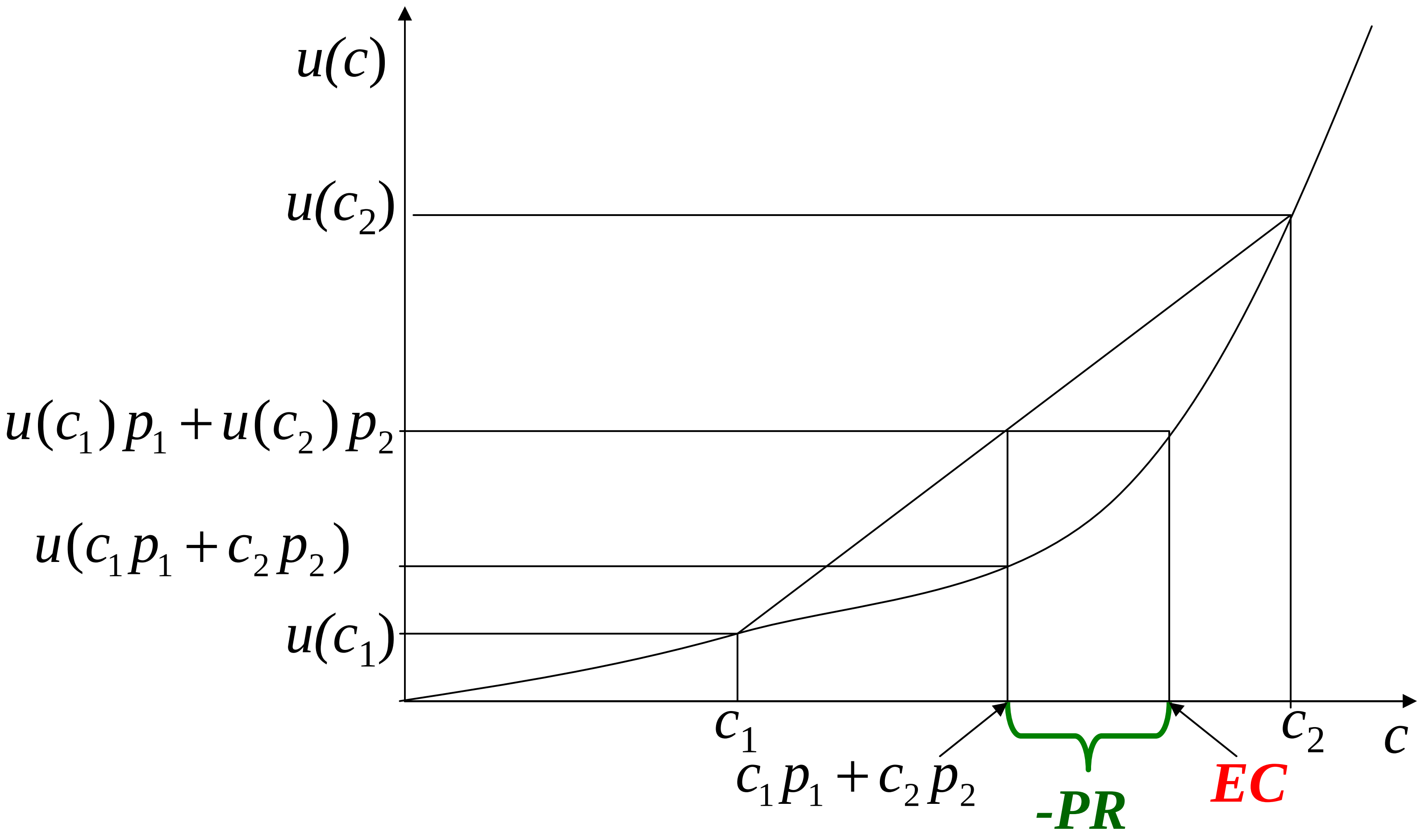
$$u(c_1 p_1 + c_2 p_2)$$



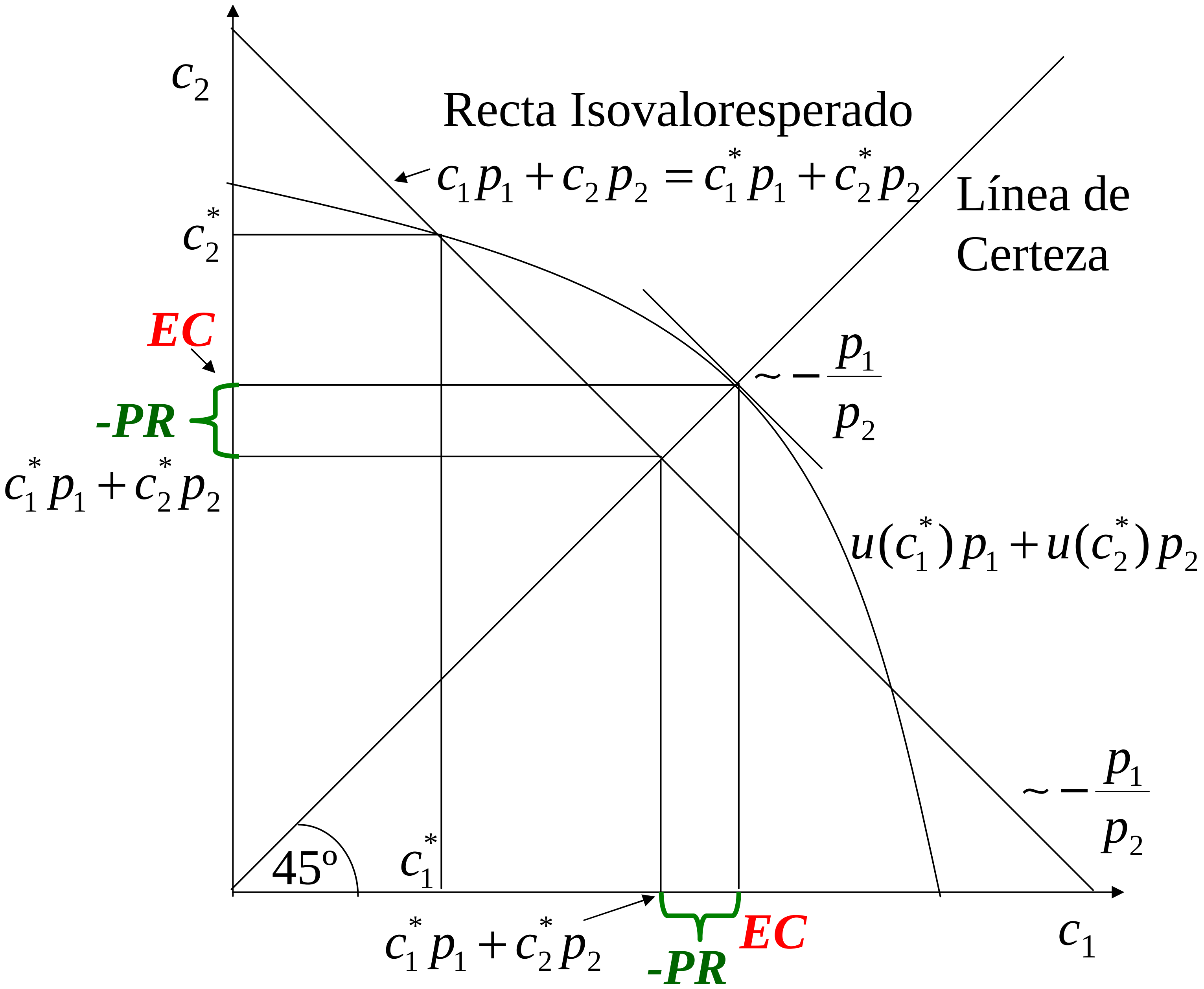
La prima de riesgo para un agente neutral al riesgo es cero



Amante del Riesgo



La prima de riesgo para un agente amante al riesgo es negativa



2.6 Medidas de Aversión al Riesgo:

Índice de aversión al riesgo absoluta o índice Arrow-Pratt: $AAR = -\frac{u''(c)}{u'(c)}$. Esta índice es una medida local de la aversión al riesgo, ahora bien se puede decir que el agente 1 es más adverso que otro agente 2 en el sentido de Arrow-Pratt si para todo $c \in \Re_+$ el agente 1 tiene un mayor índice aversión absoluta al riesgo: $\forall c \in \Re_+ \quad -\frac{u^1{}''(c)}{u^1{}'(c)} > -\frac{u^2{}''(c)}{u^2{}'(c)}$

El índice AAR está muy relacionado con la manera en que la RMS decrece a lo largo de una curva de indiferencia:

$$\left.\begin{array}{l} RMS_{1,2}(c_1,c_2)=\dfrac{p_1u'(c_1)}{p_2u'(c_2)} \\ p_1u(c_1)+p_2u(c_2)=\bar{u} \end{array}\right\}\Rightarrow$$

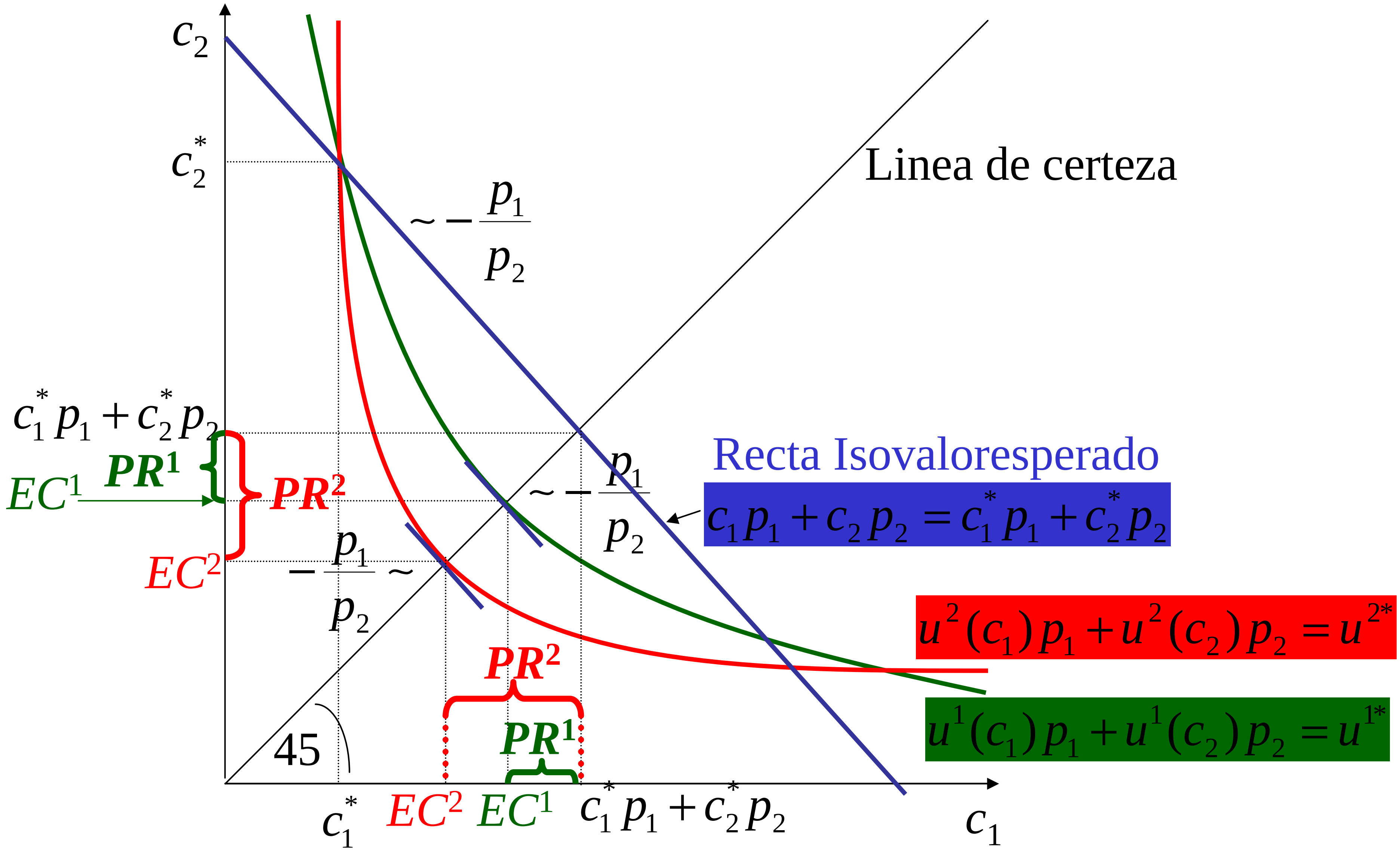
$$\left.\begin{array}{l} dRMS_{1,2}(c_1,c_2)=\dfrac{p_1u'(c_1)}{p_2u'(c_2)}\left[\dfrac{u''(c_1)}{u'(c_1)}dc_1-\dfrac{u''(c_2)}{u'(c_2)}dc_2\right] \\ p_1u'(c_1)dc_1+p_2u'(c_2)dc_2=d\bar{u}=0 \end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\left.\frac{dRMS_{1,2}(c_1,c_2)}{dc_1}\right|_{p_1u(c_1)+p_2u(c_2)=\bar{u}}=\frac{p_1u'(c_1)}{p_2u'(c_2)}\left[\frac{u''(c_1)}{u'(c_1)}+\frac{u''(c_2)}{u'(c_2)}\frac{p_1u'(c_1)}{p_2u'(c_2)}\right]$$

$$\left.\frac{dRMS_{1,2}(c_1,c_2)}{dc_1}\right|_{p_1u(c_1)+p_2u(c_2)=\bar{u}}=-RMS_{1,2}(c_1,c_2)\left[AAR(c_1)+AAR(c_2)RMS_{1,2}(c_1,c_2)\right]$$

Si un agente el agente 2 tiene un mayor índice AAR que el agente 1 para todo $c \in \Re_+$, entonces la RMS decrece más rápidamente para el agente 2 que para el agente 1. Dado que la RMS es igual para los dos agentes en la línea de certeza (la RMS en la línea de certeza se iguala al conciente de probabilidades), esto implica que si cogemos cualquier punto por encima de la línea de certeza, la RMS del agente 2 será mayor que la del agente 1. Es decir, la curva de indiferencia del agente 2 cortará la curva de indiferencia del agente 1 desde arriba. Esto implica que para cualquier lotería no degenerada, el agente 2 tiene una prima de riesgo mayor que el agente 1.

El agente 2 tiene un mayor AAR para todo $c \in \Re_+$, lo que implica una mayor prima de riesgo para cualquier lotería.



Si un agente el agente 2 tiene un mayor índice AAR que el agente 1 en un punto c entonces la RMS en el punto (c,c) decrece más rápidamente para el agente 2 que para el agente 1:

$$\left.\frac{dRMS(c,c)}{dc_1}\right|_{p_1u(c_1)+p_2u(c_2)=\bar{u}} = \frac{p_1u'(c)}{p_2u'(c)}\left[\frac{u''(c)}{u'(c)}+\frac{u''(c)}{u'(c)}\frac{p_1u'(c)}{p_2u'(c)}\right]=$$

$$\frac{p_1}{p_2}\left[1+\frac{p_1}{p_2}\right]\frac{u''(c)}{u'(c)}=-\frac{p_1}{p_2}\left[1+\frac{p_1}{p_2}\right]\left(-\frac{u''(c)}{u'(c)}\right)=$$

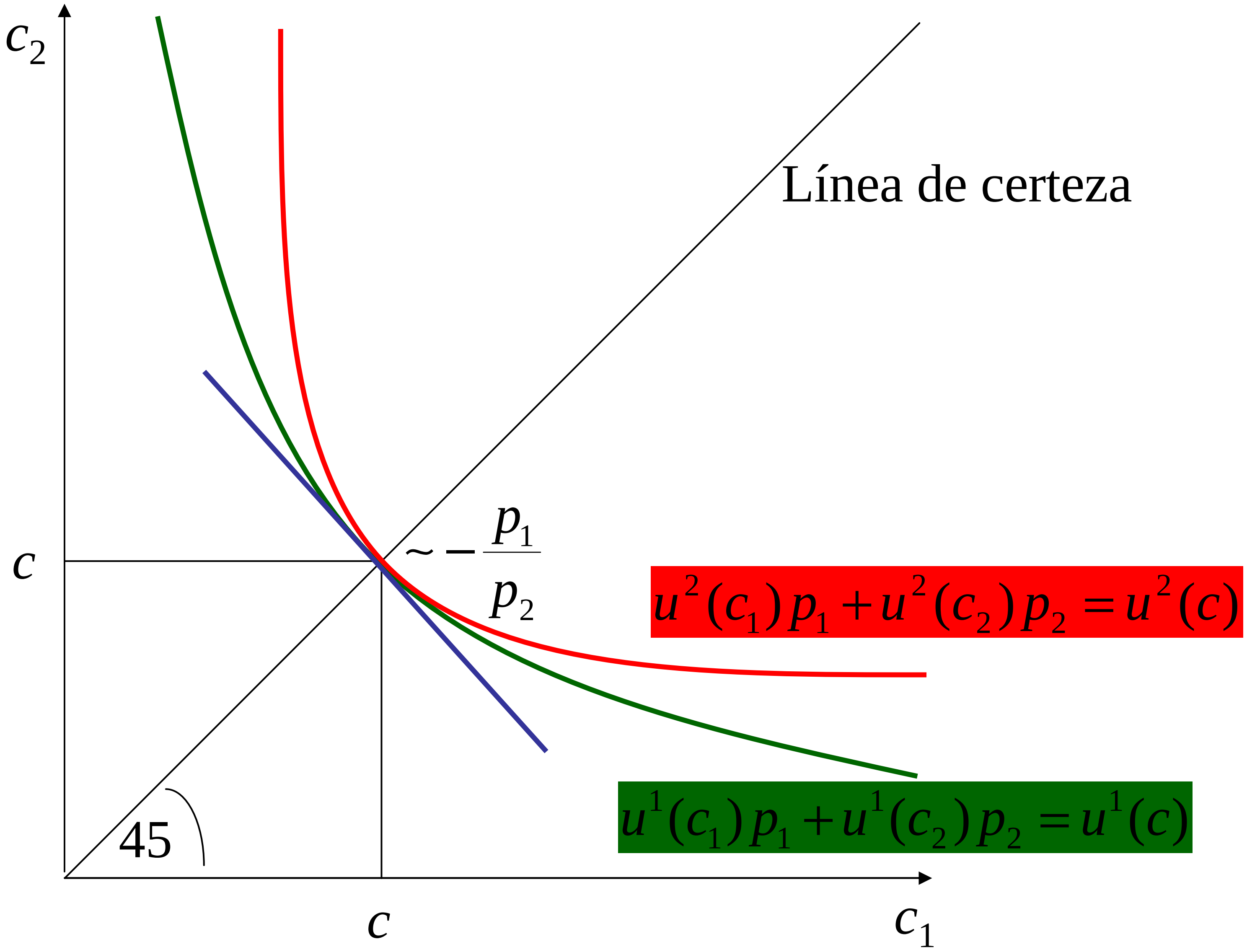
$$=-\frac{p_1}{p_2}\left[1+\frac{p_1}{p_2}\right]AAR(c)$$

BY NC SA

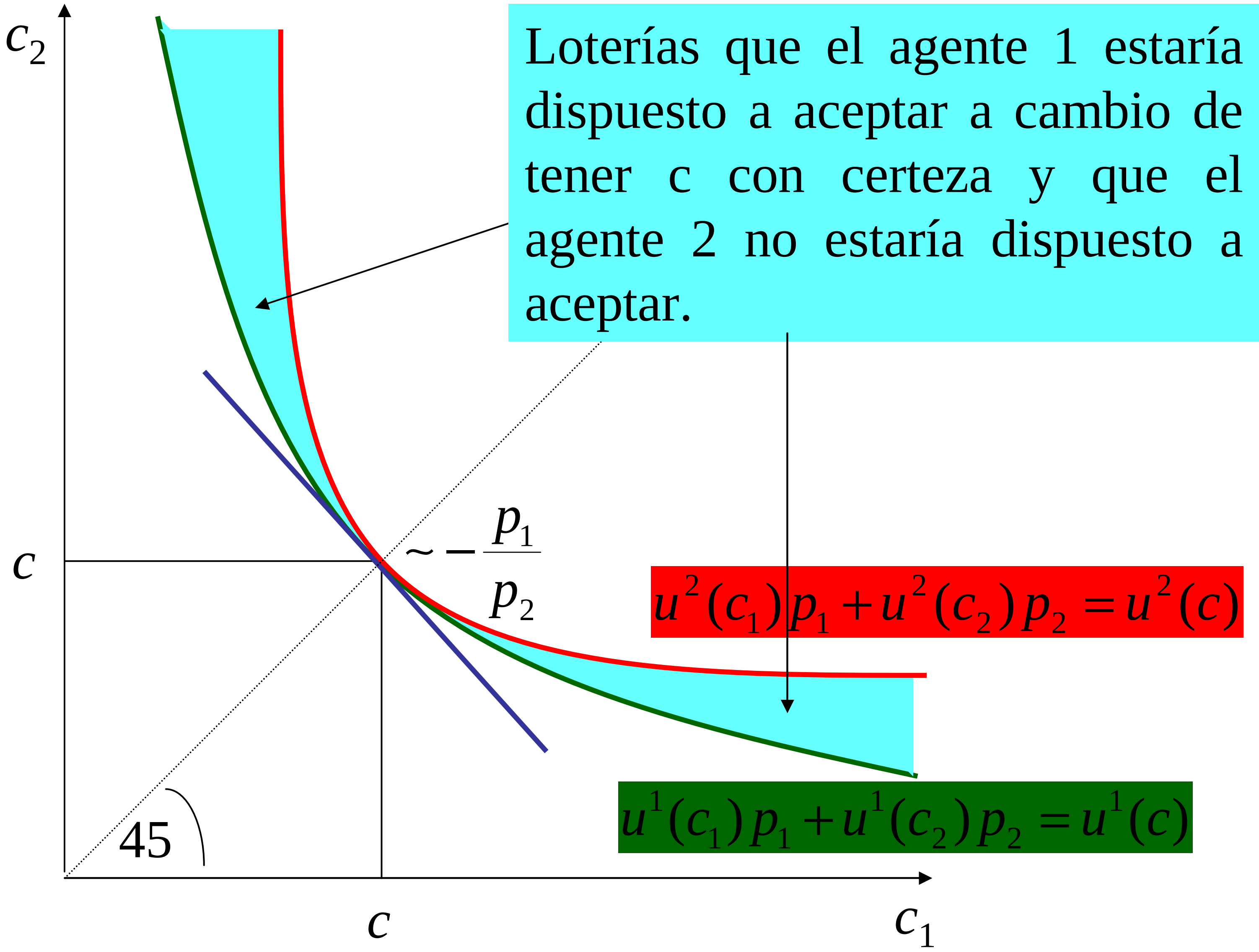
http://bit.ly/8l8DDu

Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

El agente 2 tiene un mayor AAR que el 1 en un punto c



El agente 2 tiene un mayor AAR que el 1 en un punto c



Índice de aversión al riesgo relativo:

$$ARR = -\frac{u''(c)c}{u'(c)}$$

Es la elasticidad de la utilidad marginal y es muy parecido al *AAR*. Es una medida <u>local</u> y está muy relacionado con la manera en que la RMS decrece cuando disminuye el ratio c_2/c_1. Más concretamente, con la elasticidad de la RMS con respecto al ratio c_2/c_1 (la inversa de la elasticidad de substitución):

BY NC SA

http://bit.ly/8l8DDu

Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez

Elasticidad de la RMS con respecto al ratio c_2/c_1:

$$\frac{\partial RMS_{1,2}(c_1,c_2)}{\partial(c_2/c_1)}=\frac{\partial RMS_{1,2}(c_1,c_2)}{\partial c_1}\frac{\partial c_1}{\partial(c_2/c_1)}+\frac{\partial RMS_{1,2}(c_1,c_2)}{\partial c_2}\frac{\partial c_2}{\partial(c_2/c_1)}=$$

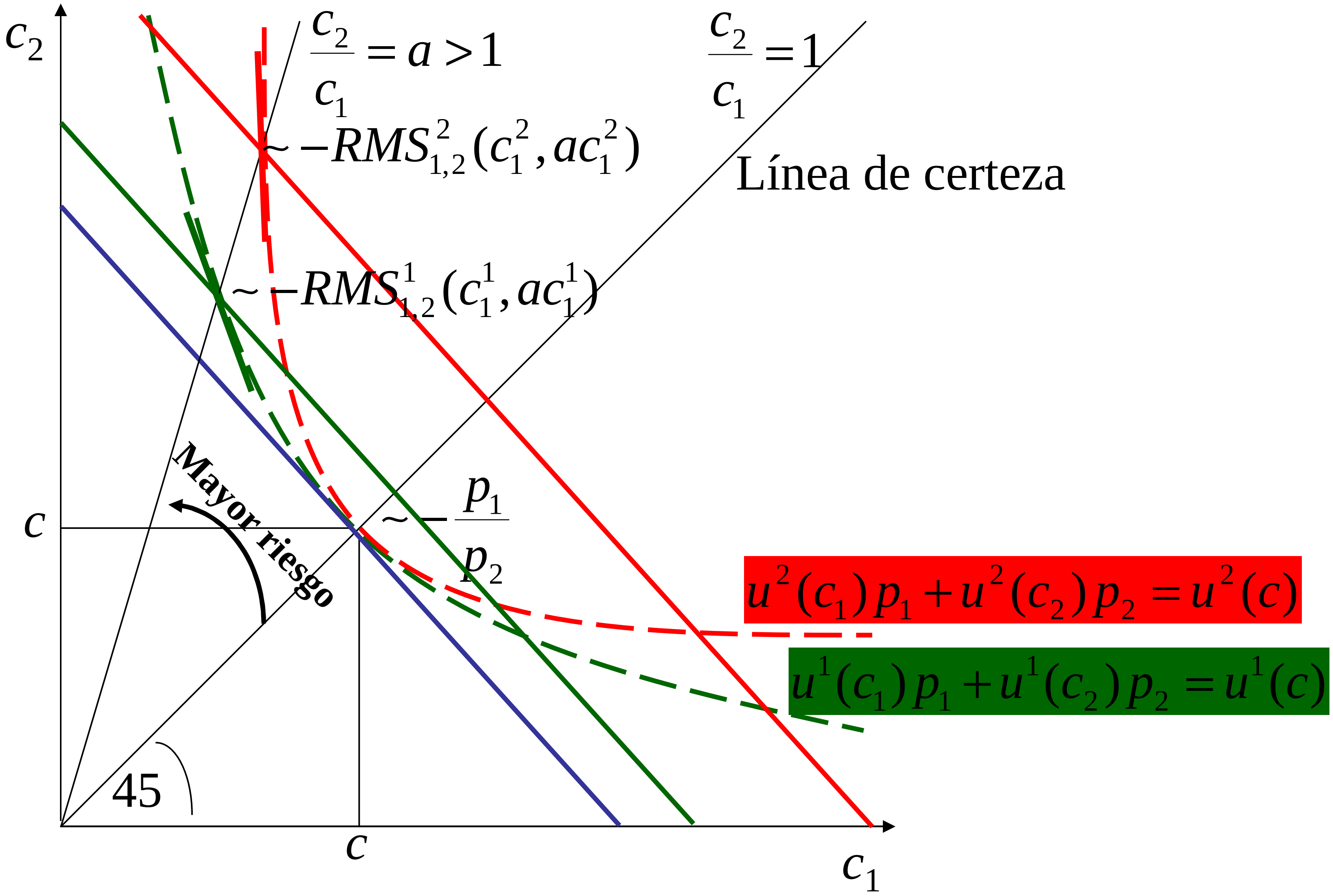
$$\frac{\partial RMS_{1,2}(c_1,c_2)}{\partial c_1}\frac{1}{\frac{\partial(c_2/c_1)}{\partial c_1}}+\frac{\partial RMS_{1,2}(c_1,c_2)}{\partial c_2}\frac{1}{\frac{\partial(c_2/c_1)}{\partial c_2}}=$$

$$-\frac{p_1u''(c_1)}{p_2u'(c_2)}\frac{1}{c_2/(c_1)^2}-\frac{p_1u'(c_1)u''(c_2)}{p_2\left(u'(c_2)\right)^2}\frac{1}{1/c_1}=$$

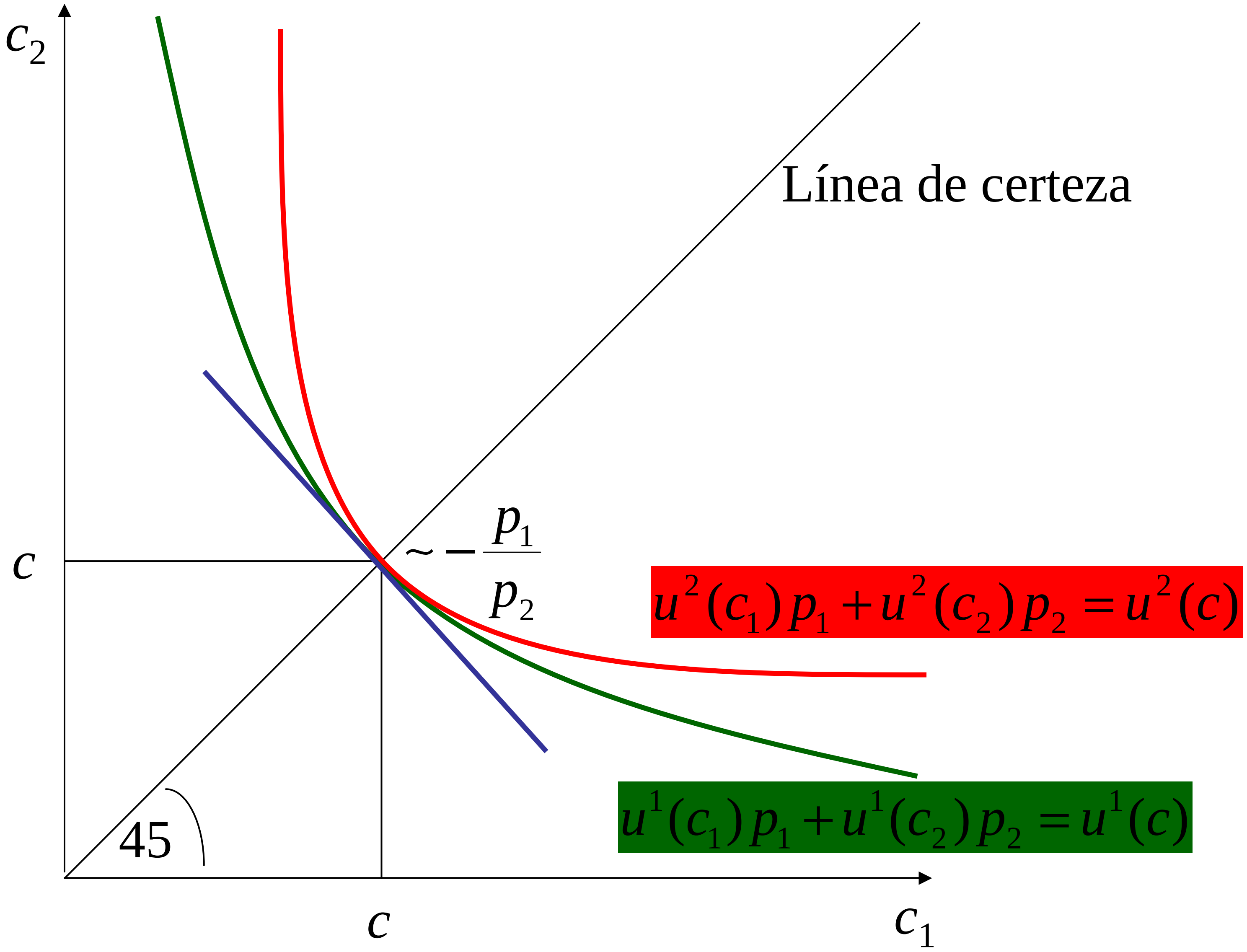
$$\frac{p_1u'(c_1)}{p_2u'(c_2)}\frac{c_1}{c_2}\left[-\frac{u''(c_1)c_1}{u'(c_1)}-\frac{u''(c_2)c_2}{u'(c_2)}\right]=\frac{RMS_{1,2}(c_1,c_2)}{c_2/c_1}\left[RRA(c_1)+RRA(c_2)\right]$$

$$\frac{\partial RMS_{1,2}(c_1,c_2)}{\partial(c_2/c_1)}\frac{c_2/c_1}{RMS_{1,2}(c_1,c_2)}=RRA(c_1)+RRA(c_2)$$

El agente 2 tiene un mayor ARR que el 1 en un punto c $\Rightarrow$ Al agente 2 se le tiene que dar un valor esperado mayor para que acepte un ratio c_2/c_1 distinto de uno, es decir, para que acepte riesgos:



El agente 2 tiene un mayor ARR que el 1 en un punto c



El agente 2 tiene un mayor ARR que el 1 en un punto c