MICROECONOMÍA. EQUILIBRIO GENERAL Y ECONOMÍA DE LA INFORMACIÓN

Tema 2

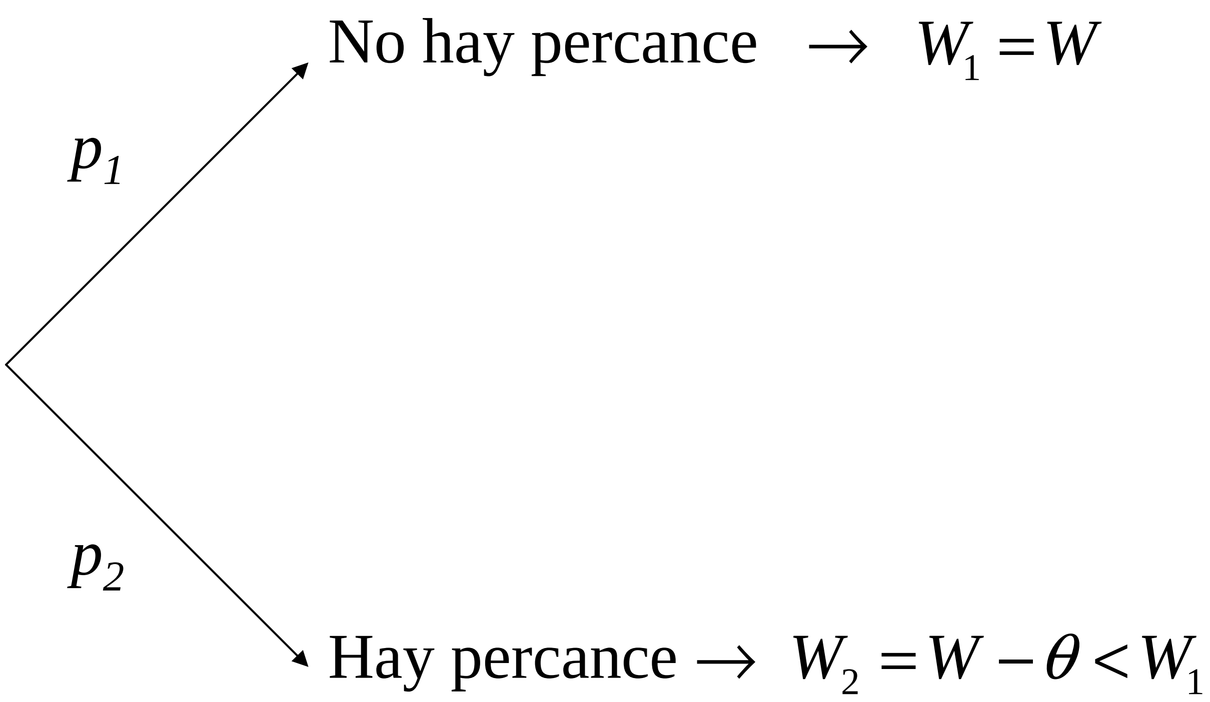
LA ELECCIÓN EN CONDICIONES DE INCERTIDUMBRE

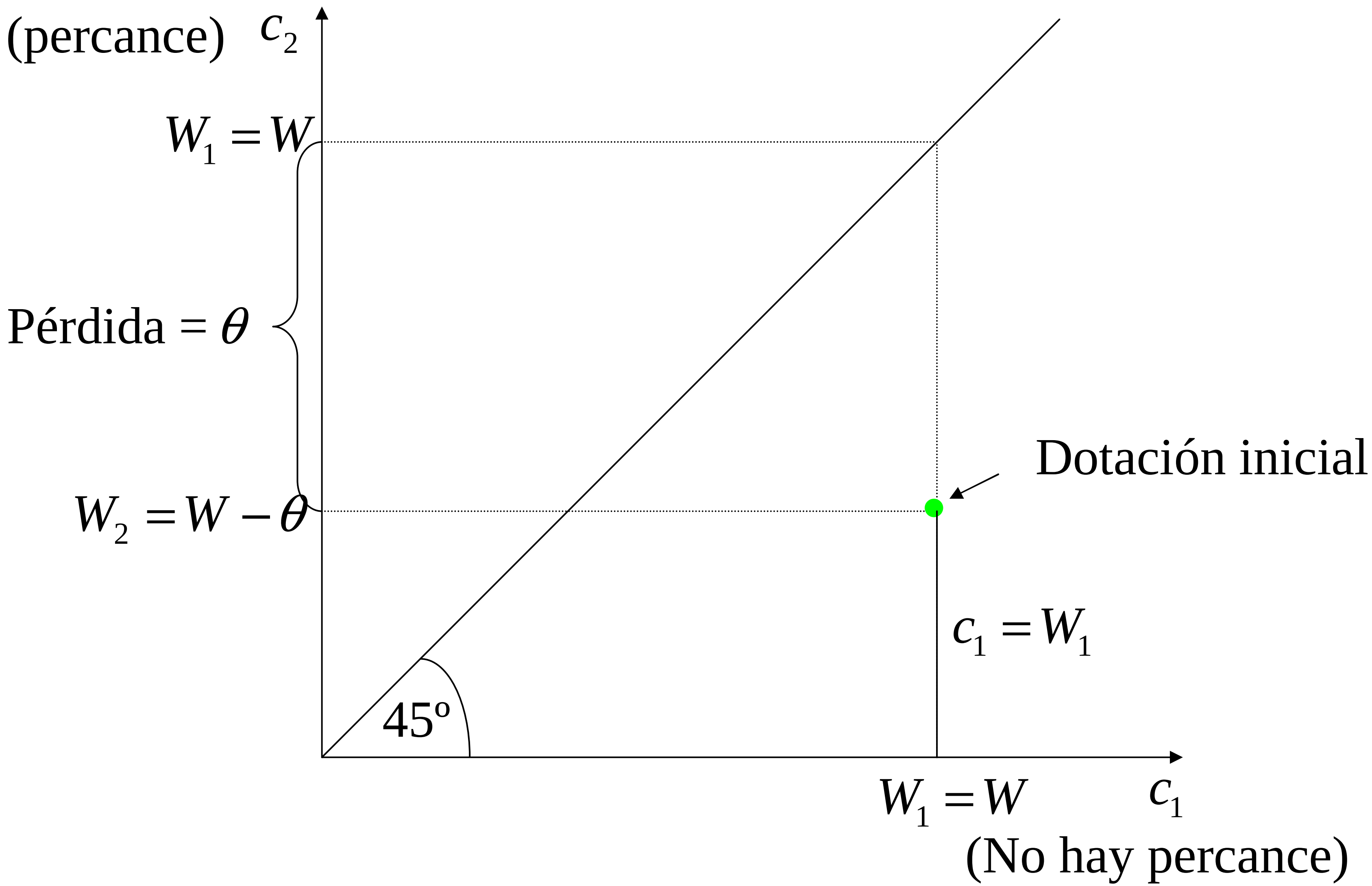
Los Seguros

Fernando Perera Tallo
Olga María Rodríguez Rodríguez
http://bit.ly/8l8DDu

2.8 Los Seguros

Considere que hay dos estados de la naturaleza 1 no tener percances y 2 tener percances (se te estropea el coche, te pones enfermo, pierdes el trabajo,…etc.), dichos estados de la naturaleza ocurren con probabilidad p_1 y p_2 respectivamente. En el estado de la naturaleza 1 el agente recibe la dotación $W_1 = W$, mientras que en el estado de la naturaleza 2 sufre una pérdida de riqueza θ debida al percance, por lo que recibe una riqueza $W_2 = W - \theta < W_1$.


No hay percance $\rightarrow$ $W_1 = W$
p_1
p_2
Hay percance $\rightarrow$ $W_2 = W - \theta < W_1$


(percance) c_2
$W_1 = W$
Pérdida = θ
$W_2 = W - \theta$
Dotación inicial
$c_1 = W_1$
45º
$W_1 = W$
c_1
(No hay percance)

Un agente adverso al riesgo estaría dispuesto a pagar por eliminar el riesgo. Se llama seguro a un contrato que te paga en caso de percance pero que hay que pagar independientemente si se tiene el percance o no.

Prima de póliza del seguro: precio "q" por unidad monetaria de indemnización que se desee recibir en caso de percance.

Prima global póliza del seguro: la cantidad total que hay que pagar por un seguro, que será igual a $q \times z$, donde z es la indemnización en caso de percance.

p_1: No hay percance $\rightarrow$ $c_1 = W_1 - qz$

p_2: Hay percance $\rightarrow$ $c_2 = W_2 - qz + z$

q = prima de póliza del seguro, es decir, precio "*q*" por unidad monetaria de indemnización que se desee recibir en caso de percance.

z = indemnización en caso de percance

p_1: No hay percance $\rightarrow$ $c_1 = W_1 - qz$

p_2: Hay percance $\rightarrow$ $c_2 = W_2 - qz + z$

La recta balance de este individuo vendría dada por las siguientes tres ecuaciones:

$$c_1 = W_1 - qz$$

$$c_2 = W_2 - qz + z$$

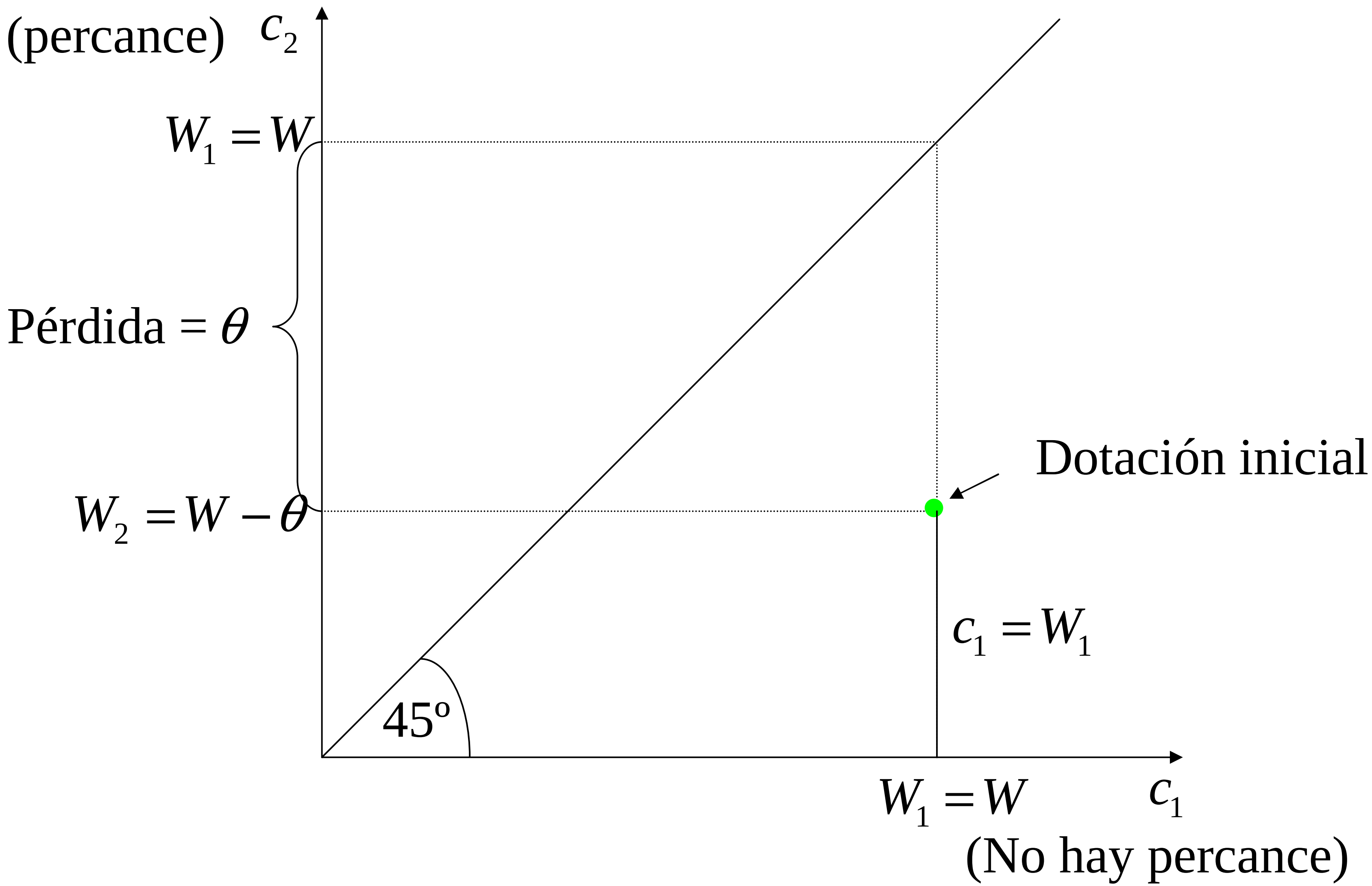
$$z \geq 0$$

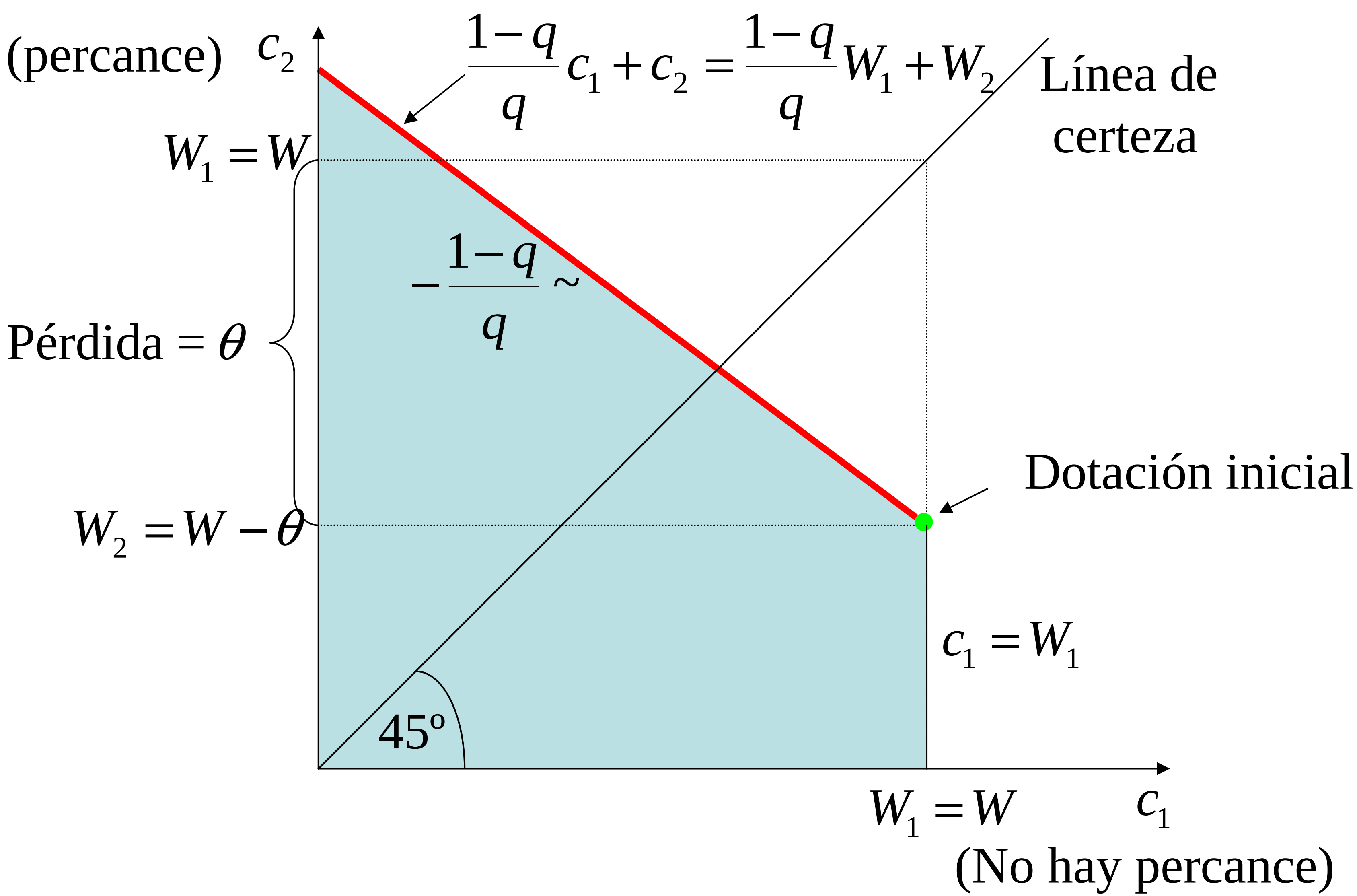
Recta Balance

$$
\begin{aligned}
c_1 &= W_1 - qz \\
c_2 &= W_2 - qz + z \\
z &\geq 0
\end{aligned}
\quad \Rightarrow \quad
\begin{aligned}
&\frac{1-q}{q} c_1 + c_2 = \frac{1-q}{q} W_1 + W_2 \\
&c_1 \leq W_1
\end{aligned}
$$

Restricción presupuestaria:

$$
\begin{aligned}
&\frac{1-q}{q} c_1 + c_2 \leq \frac{1-q}{q} W_1 + W_2 \\
&c_1 \leq W_1
\end{aligned}
$$


(percance)
c_2
$W_1 = W$
Pérdida = θ
$W_2 = W - \theta$
Dotación inicial
$c_1 = W_1$
45º
$W_1 = W$
c_1
(No hay percance)



(percance)
c_2
$\frac{1-q}{q}c_1 + c_2 = \frac{1-q}{q}W_1 + W_2$
Línea de certeza
$W_1 = W$
$-\frac{1-q}{q}$ ~
Pérdida = θ
Dotación inicial
$W_2 = W - \theta$
$c_1 = W_1$
45º
$W_1 = W$
c_1
(No hay percance)

Precio relativo del consumo en caso de no tener percance con respecto al consumo en caso de tener percance: es el número de unidades de consumo en caso de tener percance (estado de la naturaleza 2) a las que renunciamos si queremos consumir una unidad adicional en caso de no tener percance (estado de la naturaleza 1). Si queremos consumir una unidad más en caso de no tener percance, tendremos que reducir el gasto en el seguro en una u.m. y por tanto reducir la indemnización en $1/q$, lo que implica que en caso de tener percance dejaremos de percibir $(1-q)\times(1/q)$ u.m.. Por tanto, el precio relativo del consumo en caso de no tener percance con respecto al consumo en caso de tener percance es igual a $1-q/q$.

$$\frac{1-q}{q}c_1 + c_2 \leq \frac{1-q}{q}W_1 + W_2$$

Un individuo al que se le ofrece un seguro tiene varias opciones:

- **No asegurarse:** no comprar el seguro:

$z = 0 \Rightarrow (c_1, c_2) = (W_1, W_2)$

- **Asegurarse parcialmente:** compra un seguro, pero la indemnización es menor que la pérdida en caso de percance, y por tanto, el consumo en caso de percance sigue siendo menor que en caso de no tener percance:

$z < \theta = W_1 - W_2 \Rightarrow$

$$c_1 = W_1 - qz > W_1 - q(W_1 - W_2) = W_1 - (W_1 - W_2) + (1-q)(W_1 - W_2)$$

$$> W_2 + (1-q)z = c_2 \Rightarrow$$

$c_1 > c_2$

- **Asegurarse totalmente:** la indemnización es igual a la pérdida en caso de percance, lo que hace que el consumo en caso de percance sea igual que en caso de que no lo haya:

$$z = \theta = W_1 - W_2 \Rightarrow$$

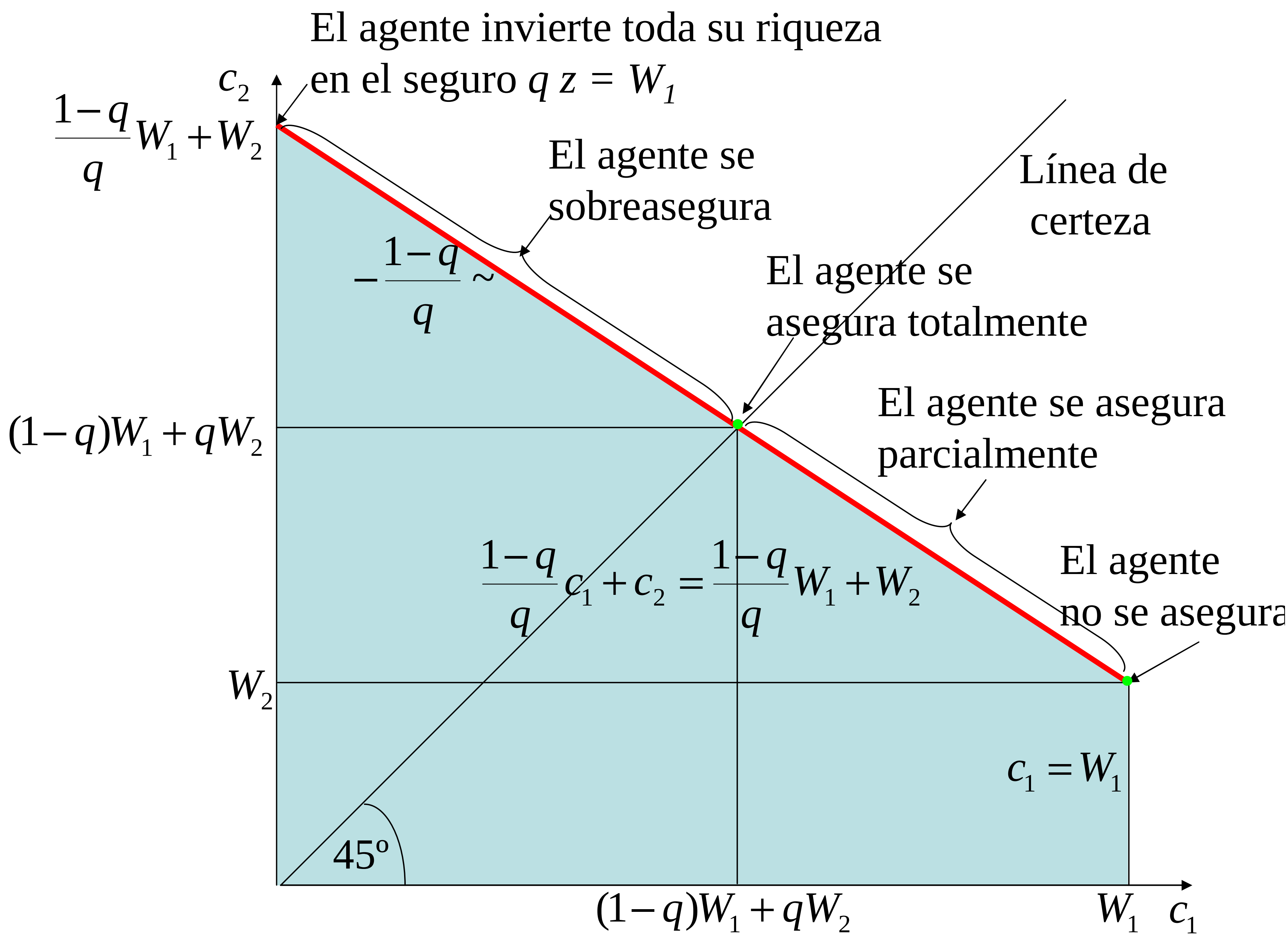
$$c_1 = W_1 - qz = W_1 - q(W_1 - W_2) = W_1 - \left(W_1 - W_2\right) + (1-q)(W_1 - W_2)$$

$$= W_2 + (1-q)z = c_2 \Rightarrow$$

$$c_1 = c_2 = (1-q)W_1 + qW_2$$

- **Sobreasegurarse:** la indemnización es mayor que la pérdida en caso de percance, lo que hace que el consumo en caso de percance sea mayor que en caso de que no lo haya:

$$z > \theta = W_1 - W_2 \Rightarrow c_1 < c_2$$


El agente invierte toda su riqueza
en el seguro $q\,z = W_1$
c_2
$\frac{1-q}{q}W_1 + W_2$
El agente se
sobreasegura
Línea de
certeza
$-\frac{1-q}{q}$ ~
El agente se
asegura totalmente
$(1-q)W_1 + qW_2$
El agente se asegura
parcialmente
$\frac{1-q}{q}c_1 + c_2 = \frac{1-q}{q}W_1 + W_2$
El agente
no se asegura
W_2
$c_1 = W_1$
45º
$(1-q)W_1 + qW_2$
W_1
c_1

El valor esperado del seguro es la esperanza matemática del pago neto del seguro:

$$VE_{seguro} = E(\text{pago neto}) = p_1(-q)z + p_2(1-q)z = [p_2 - q]z$$

- Un seguro está **actuarialmente equilibrado** si el valor esperado del seguro es cero $VE_{seguro} = E(\text{pago neto}) = 0 \Leftrightarrow q = p_2$.

- Esta **actuarialmente desequilibrado a favor** del individuo si $VE_{seguro} = E(\text{pago neto}) > 0 \Leftrightarrow q < p_2$

- Esta **actuarialmente desequilibrado en contra** del individuo si $VE_{seguro} = E(\text{pago neto}) < 0 \Leftrightarrow q > p_2$.

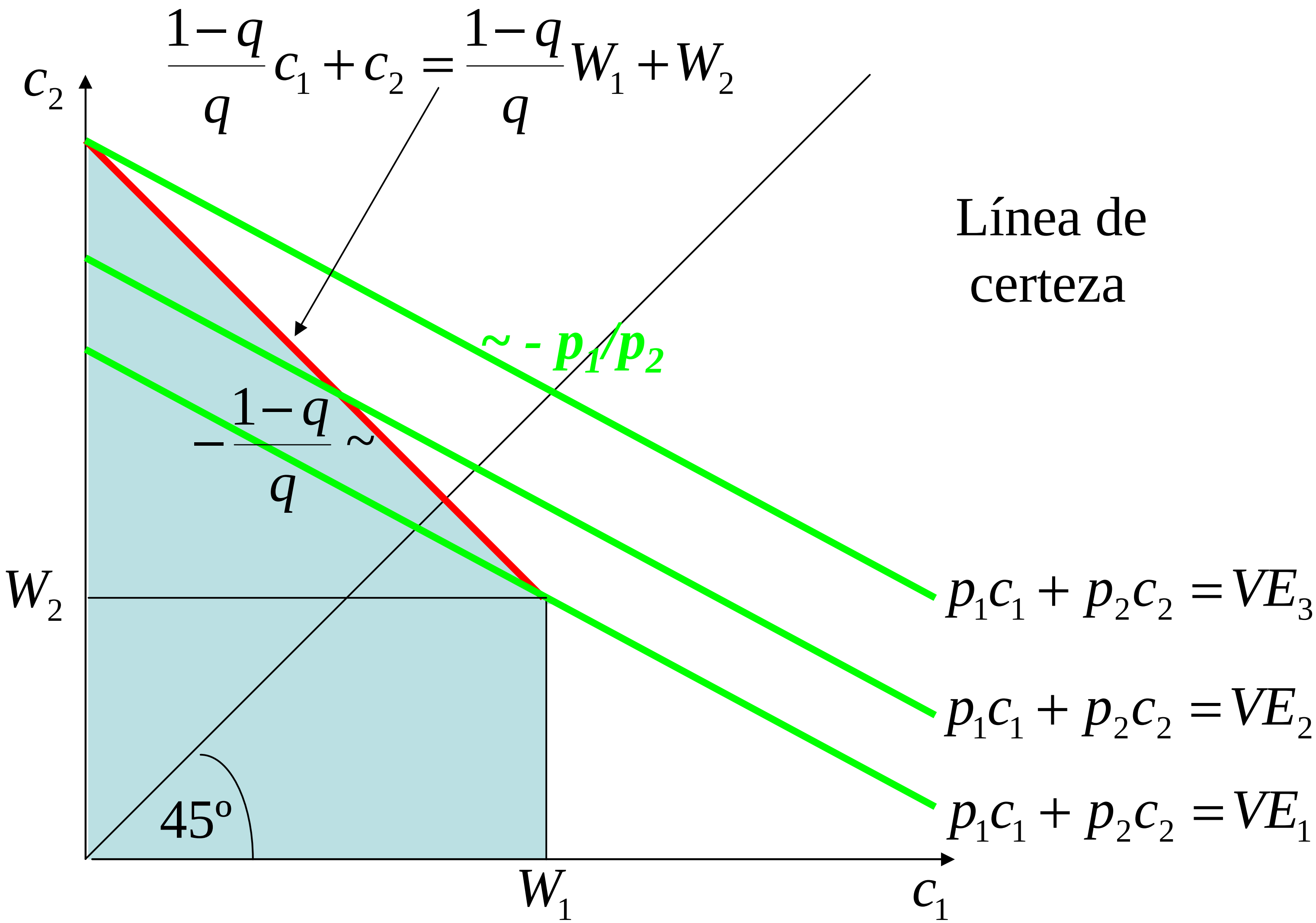
El valor esperado del consumo:

$$VE_{seguro} = p_1(-q)z + p_2(1-q)z = [p_2 - q]z$$

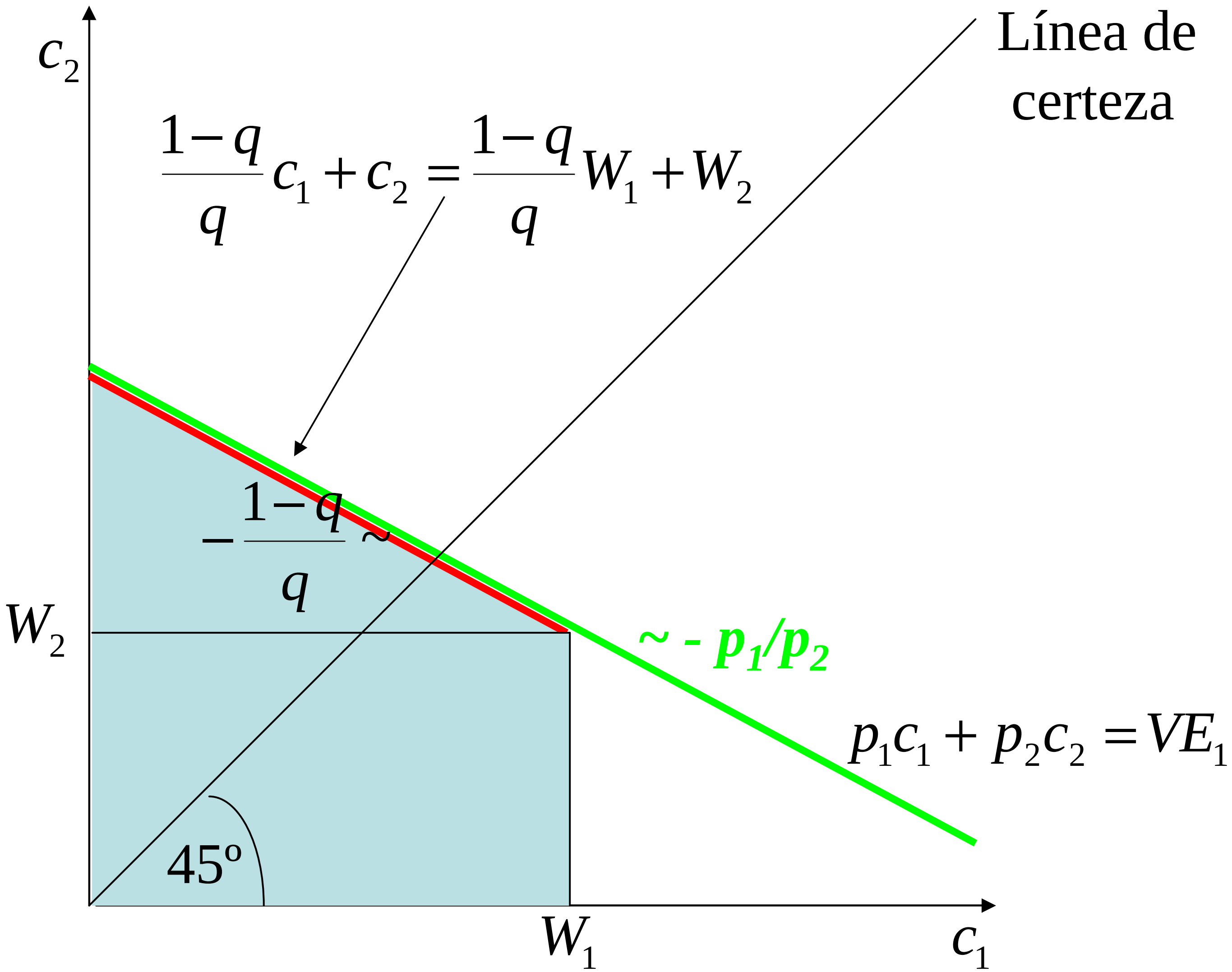
$$E(c) = p_1[W_1 - qz] + p_2[W_2(1-q)z] = \underbrace{p_1W_1 + p_2W_2}_{\text{Valor esperado riqueza}} + \underbrace{[p_2 - q]z}_{\text{Valor esperado seguro}}$$

- Si el seguro está **actuarialmente equilibrado** ($q = p_2$) el valor esperado del consumo es igual para cualquier la cantidad de indemnización contratada z.
- Si es **actuarialmente desequilibrado a favor** el valor esperado del consumo es creciente de la cantidad de indemnización contratada z.
- Esta **actuarialmente desequilibrado en contra** el valor esperado del consumo es decreciente en z.

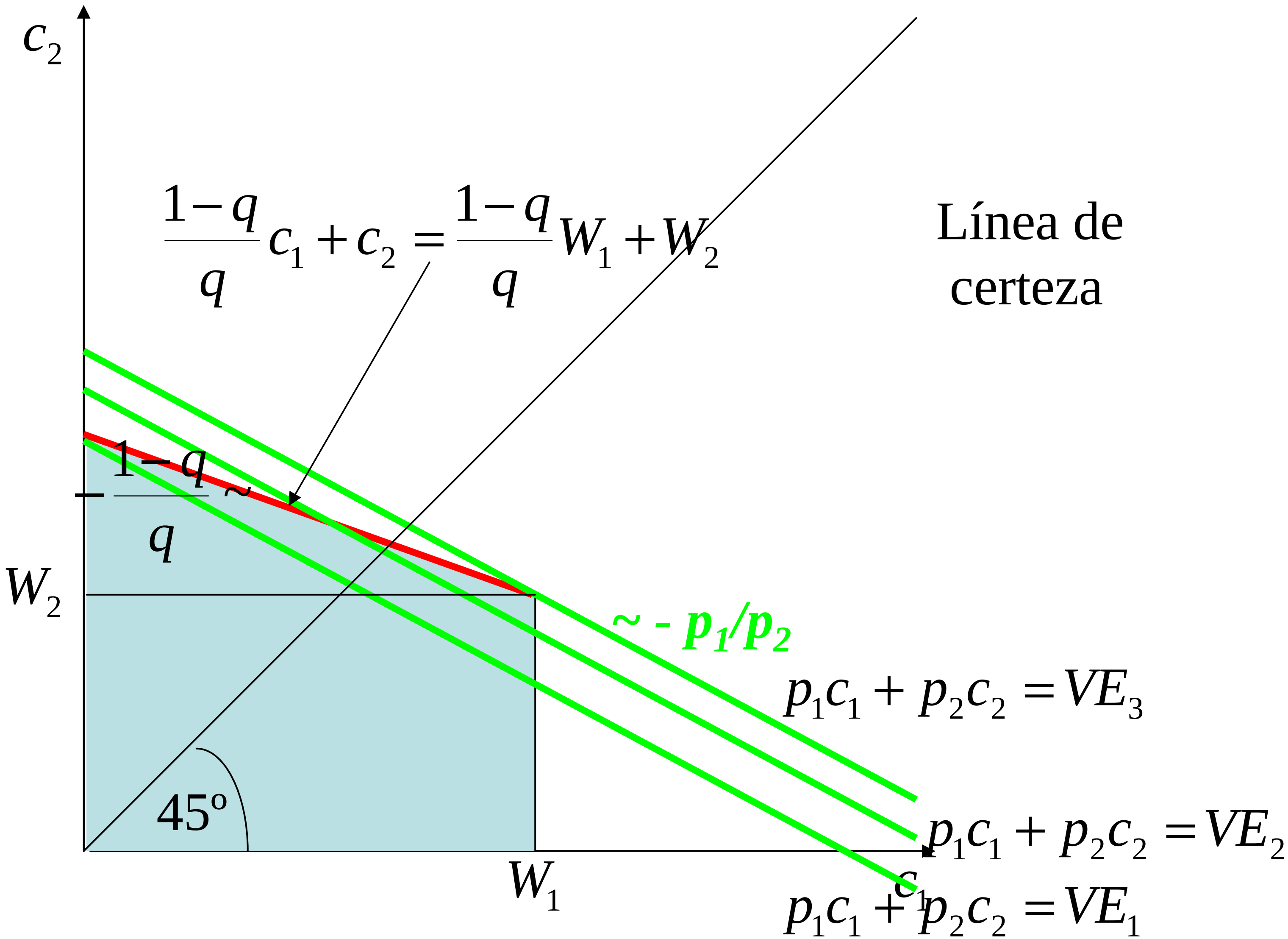
Seguro actuarialmente desequilibrada a favor ($q < p_2$): cuanto más se asegura mayor es el valor esperado del consumo



Apuesta actuarialmente equilibrada ($q = p_2$): el valor esperado del consumo es igual para cualquier apuesta



Seguro actuarialmente desequilibrada en contra ($q>p_2$): cuanto más se asegura menor es el valor esperado del consumo



Un agente se **asegura totalmente** cuando elimina el riesgo, es decir cuando $c_1 = c_2$. Para conseguirlo tiene que contratar un indemnización igual a la pérdida en caso de percance: $z = \theta = W_1 - W_2$.

Usando la restricción presupuestaria $c_1 = c_2 = c$:

$$\frac{1-q}{q}c + c = \frac{1-q}{q}W_1 + W_2$$

$$(1-q)c + qc = (1-q)W_1 + qW_2$$

$$c = c_1 = c_2 = (1-q)W_1 + qW_2$$

El problema de maximización del individuo:

$$\max_{c_1,c_2} p_1 u(c_1) + p_2 u(c_2)$$

$$\frac{1-q}{q} c_1 + c_2 \leq \frac{1-q}{q} W_1 + W_2$$

$$c_1 \leq W_1$$

Lagrangiano

$$\mathrm{L} = p_1 u(c_1) + p_2 u(c_2) + \lambda\left[\frac{1-q}{q}W_1 + W_2 - \frac{1-q}{q}c_1 - c_2\right] + \mu[W_1 - c_1]$$

Condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial c_1} = p_1 u'(c_1) - \lambda\frac{1-q}{q} - \mu = 0$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial c_2} = p_2 u'(c_2) - \lambda = 0$$

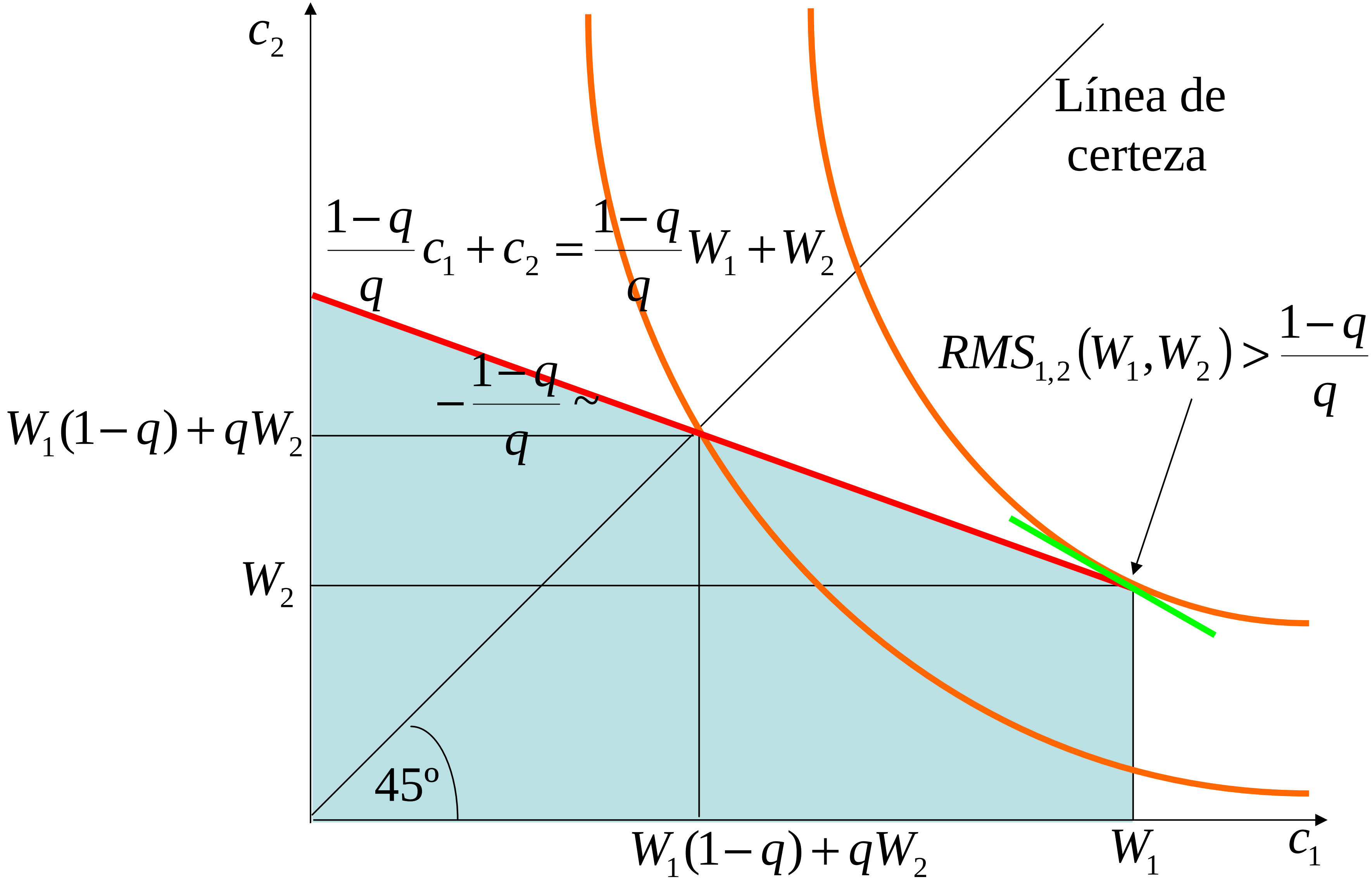
$$\mu[W_1 - c_1] = 0$$

i) el individuo no se asegura $c_1 = W_1 \Rightarrow \mu \geq 0$:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial L}{\partial c_1} = p_1 u'(c_1) - \lambda \dfrac{1-q}{q} - \mu = 0 \\ \mu \geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow p_1 u'(c_1) - \lambda \dfrac{1-q}{q} = \mu \geq 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial c_2} = p_2 u'(c_2) - \lambda = 0$$

$$\Rightarrow RMS_{1,2}(c_1, c_2) = \frac{p_1 u'(c_1)}{p_2 u'(c_2)} = \frac{p_1 u'(W_1)}{p_2 u'(W_2)} \geq \frac{1-q}{q}$$



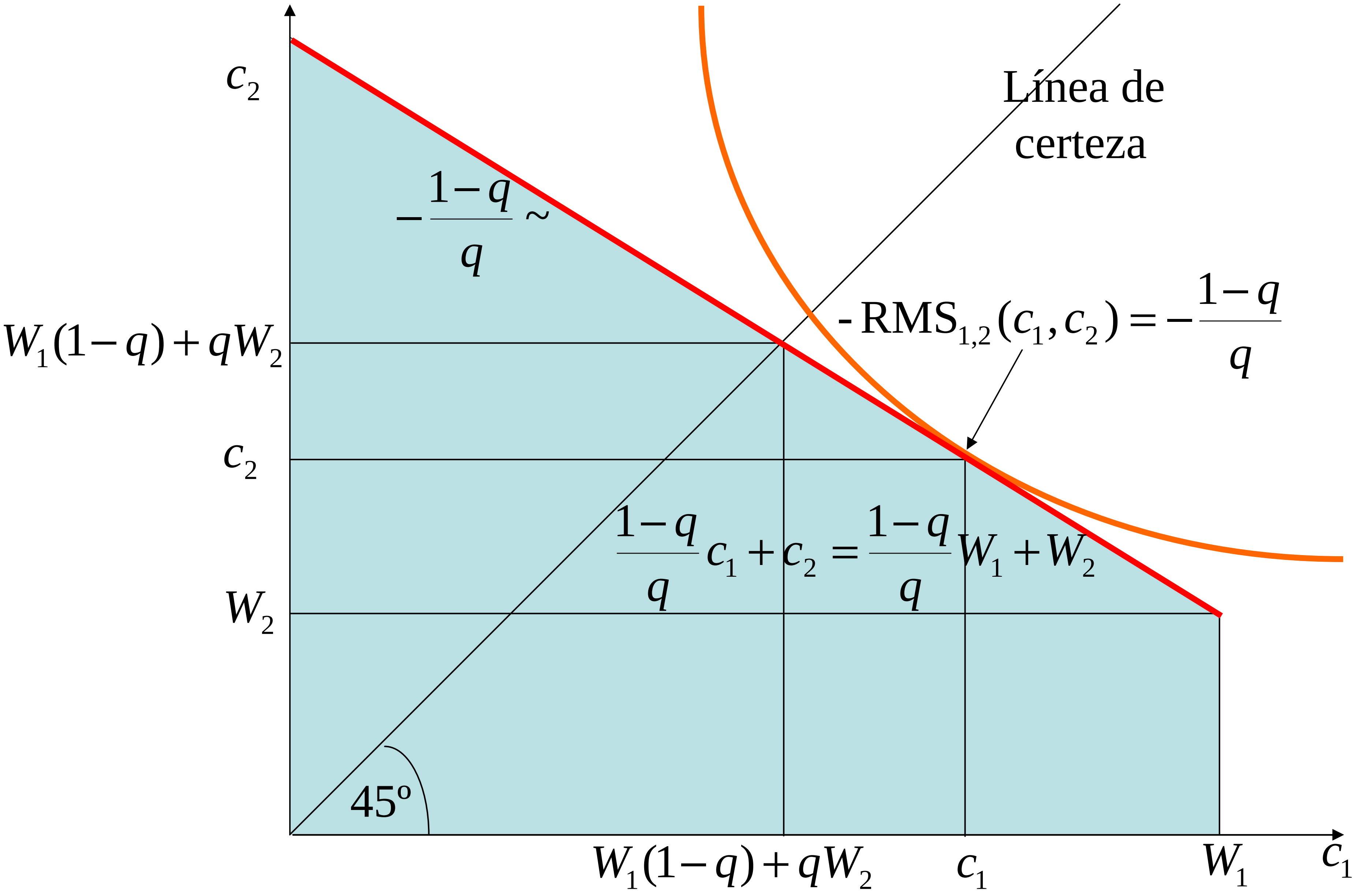
c_2
Línea de
certeza
$\frac{1-q}{q}c_1 + c_2 = \frac{1-q}{q}W_1 + W_2$
$RMS_{1,2}(W_1, W_2) > \frac{1-q}{q}$
$-\frac{1-q}{q}$
$W_1(1-q)+qW_2$
W_2
45º
$W_1(1-q)+qW_2$
W_1
c_1

ii) Solución interior $c_2 \in \left(W_2, \frac{1-q}{q} W_1 + W_2 \right)$:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial c_1} &= p_1 u'(c_1) - \lambda \frac{1-q}{q} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial c_2} &= p_2 u'(c_2) - \lambda = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$RMS_{1,2}(c_1, c_2) = \frac{p_1 u'(c_1)}{p_2 u'(c_2)} = \frac{1-q}{q}$$

Perera-Tallo y Rodríguez-Rodríguez



c_2
Línea de
certeza
$-\frac{1-q}{q}$ ~
$W_1(1-q)+qW_2$
- $\mathrm{RMS}_{1,2}(c_1,c_2) = -\frac{1-q}{q}$
c_2
$\frac{1-q}{q}c_1 + c_2 = \frac{1-q}{q}W_1 + W_2$
W_2
45º
$W_1(1-q)+qW_2$
c_1
W_1
c_1

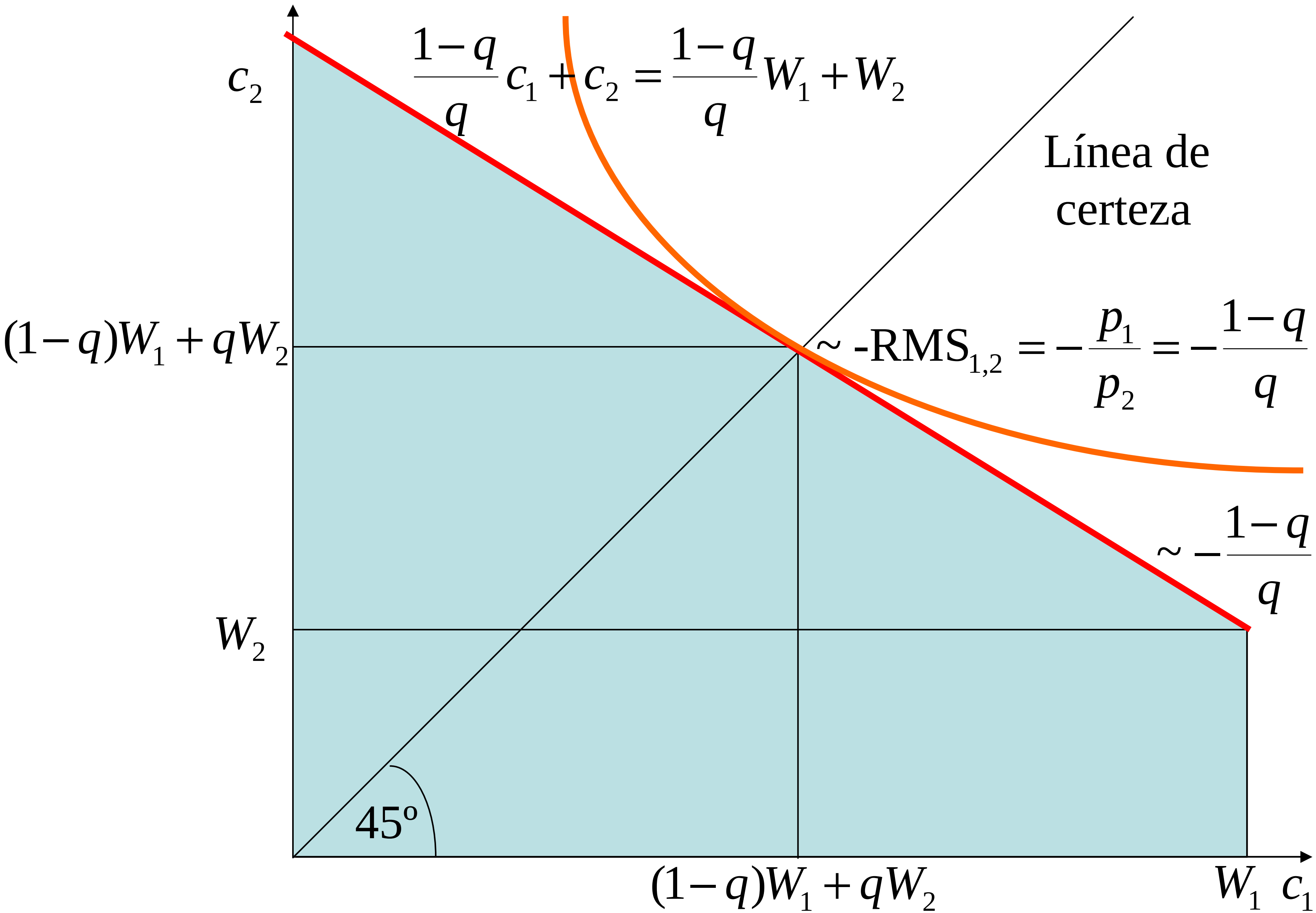
El individuo se asegura totalmente $c_1 = c_2 = (1-q)W_1 + qW_2$:

$$RMS_{1,2}((1-q)W_1 + qW_2, (1-q)W_1 + qW_2) =$$

$$\frac{p_1 u'((1-q)W_1 + qW_2)}{p_2 u'((1-q)W_1 + qW_2)} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{1-q}{q}$$

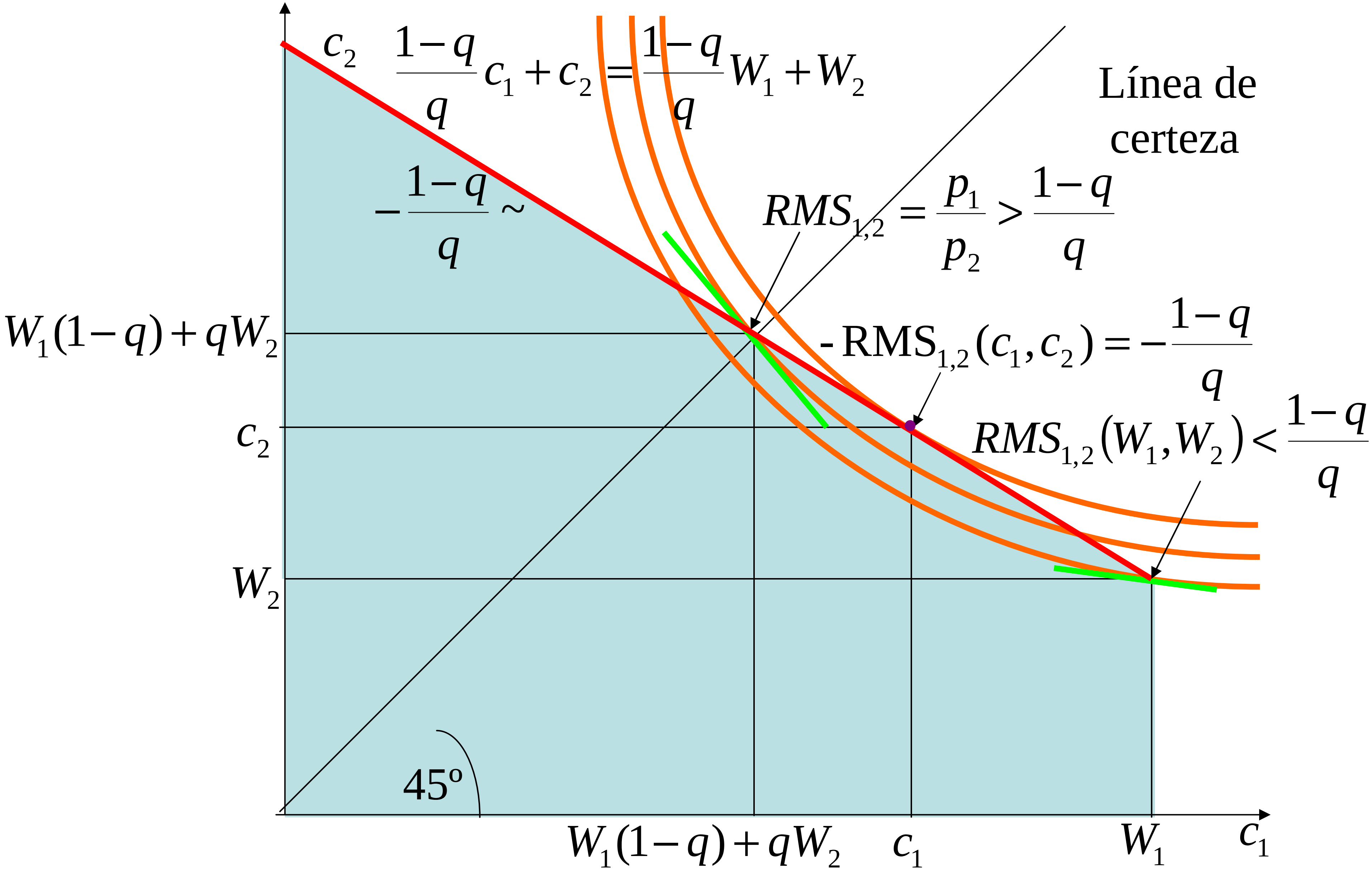
Un agente adverso al riesgo se asegurará totalmente si el seguro es actuarialmente equilibrado.

Seguro actuarialmente equilibrado, q = p$_2$, el agente se asegura totalmente

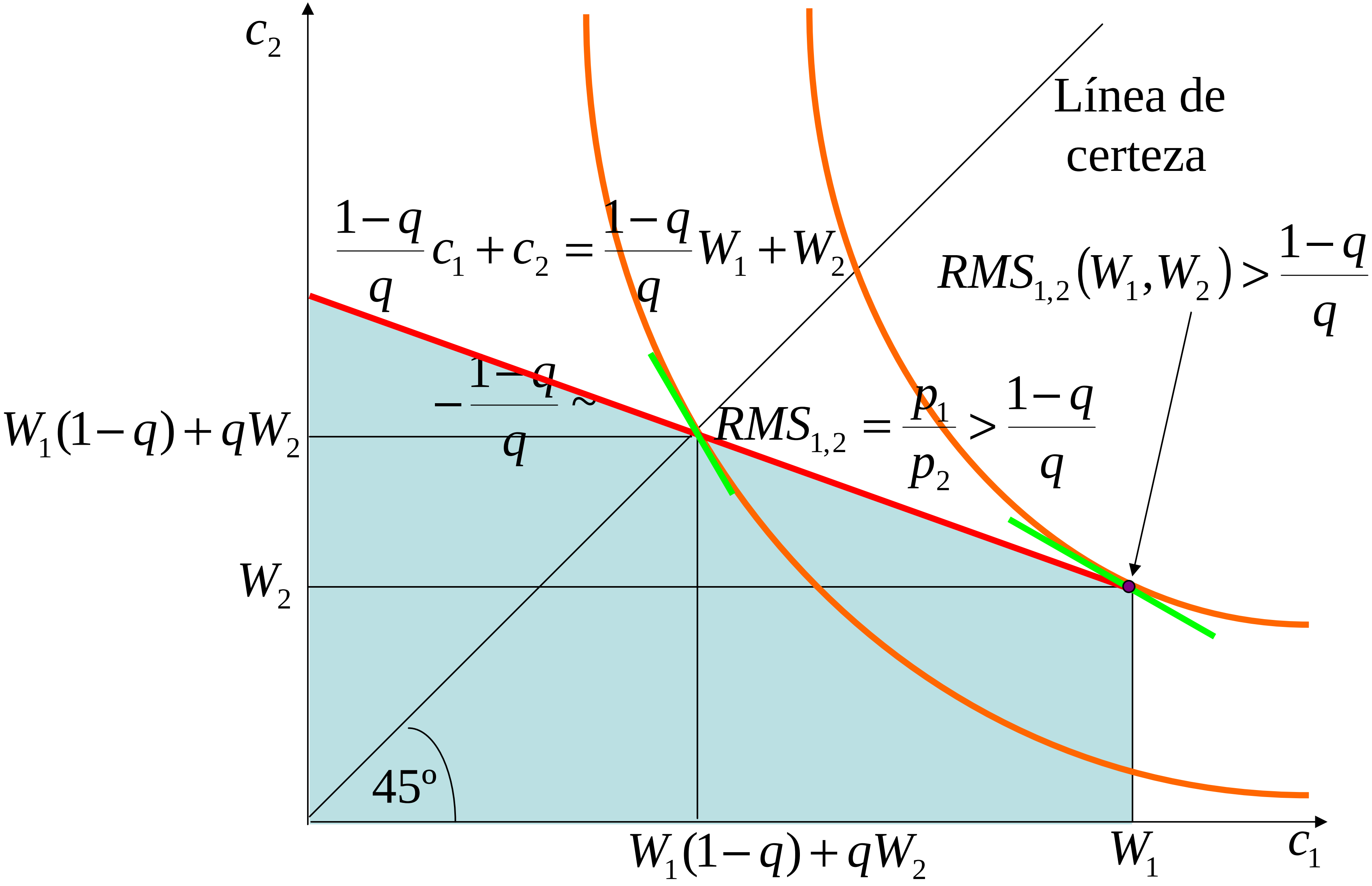


Si un seguro es actuarialmente desequilibrado en contra, un agente adverso al riesgo se asegurará parcialmente o no se asegurará. Existe una prima $\bar{q} \equiv \dfrac{1}{1+\left(p_1 u'(W_1) / p_2 u'(W_2)\right)}$ tal que si $q \in \left(p_2, \bar{q}\right)$ se asegurará parcialmente, si $q \geq \bar{q}$ no se asegurará.

Seguro actuarialmente desequilibrado en contra $q > p_2$, caso $q < \bar{q}$, el agente se asegura parcialmente.

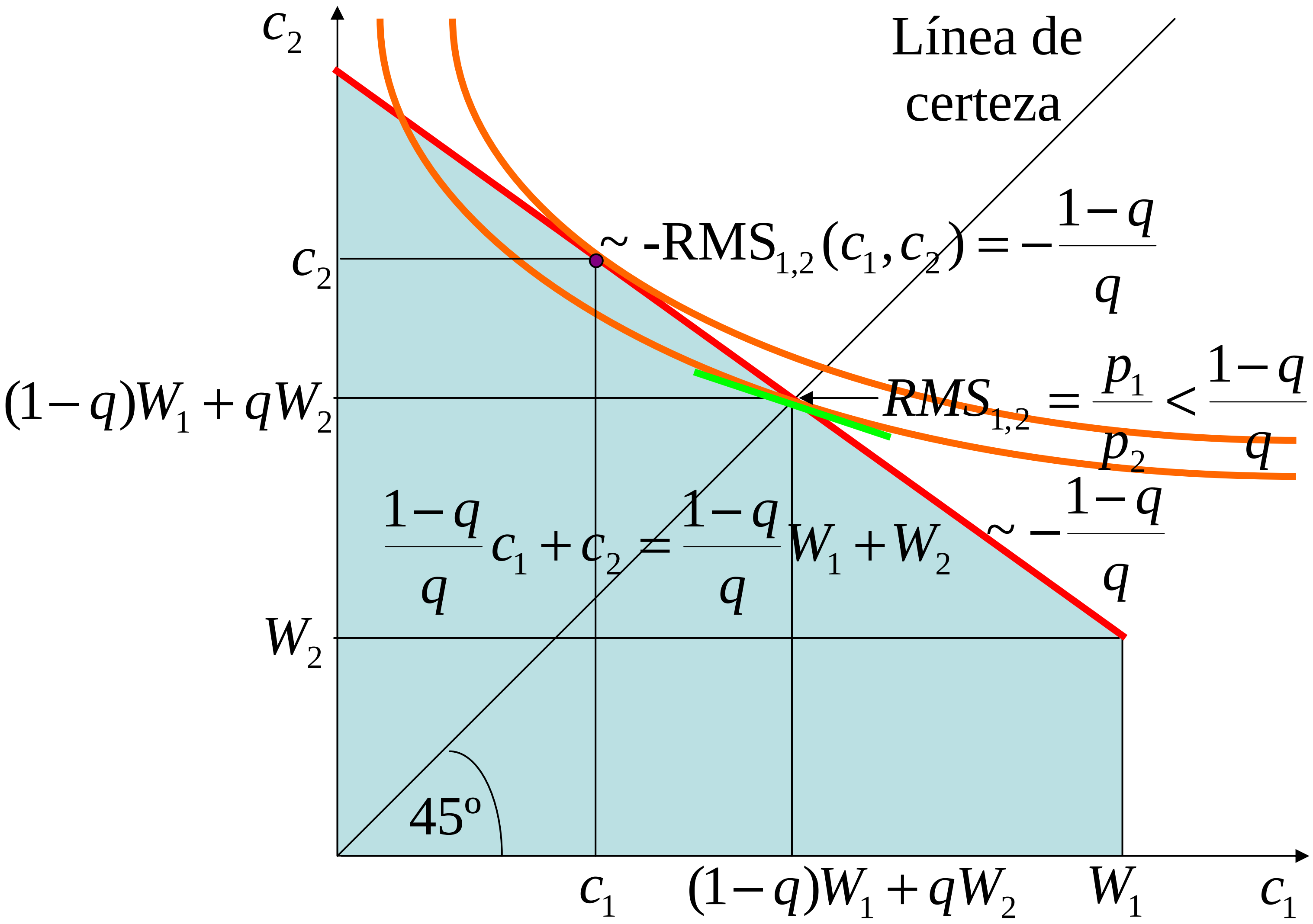


Seguro actuarialmente desequilibrado en contra $q > p_2$, caso en que el agente no se asegura $q > \bar{q}$



Si un seguro es actuarialmente desequilibrado a favor, un agente adverso al riesgo se sobreasegurará, es decir, consumirá más en caso de percance: $c_2 > c_1$.

Seguro actuarialmente desequilibrado a favor (q < p_2): el agente adverso al riesgo se sobreasegura



Resumen: cuando un individuo es **adverso al riesgo:**

- **Si el seguro es actuarialmente equilibrado:** el agente se asegurará totalmente:

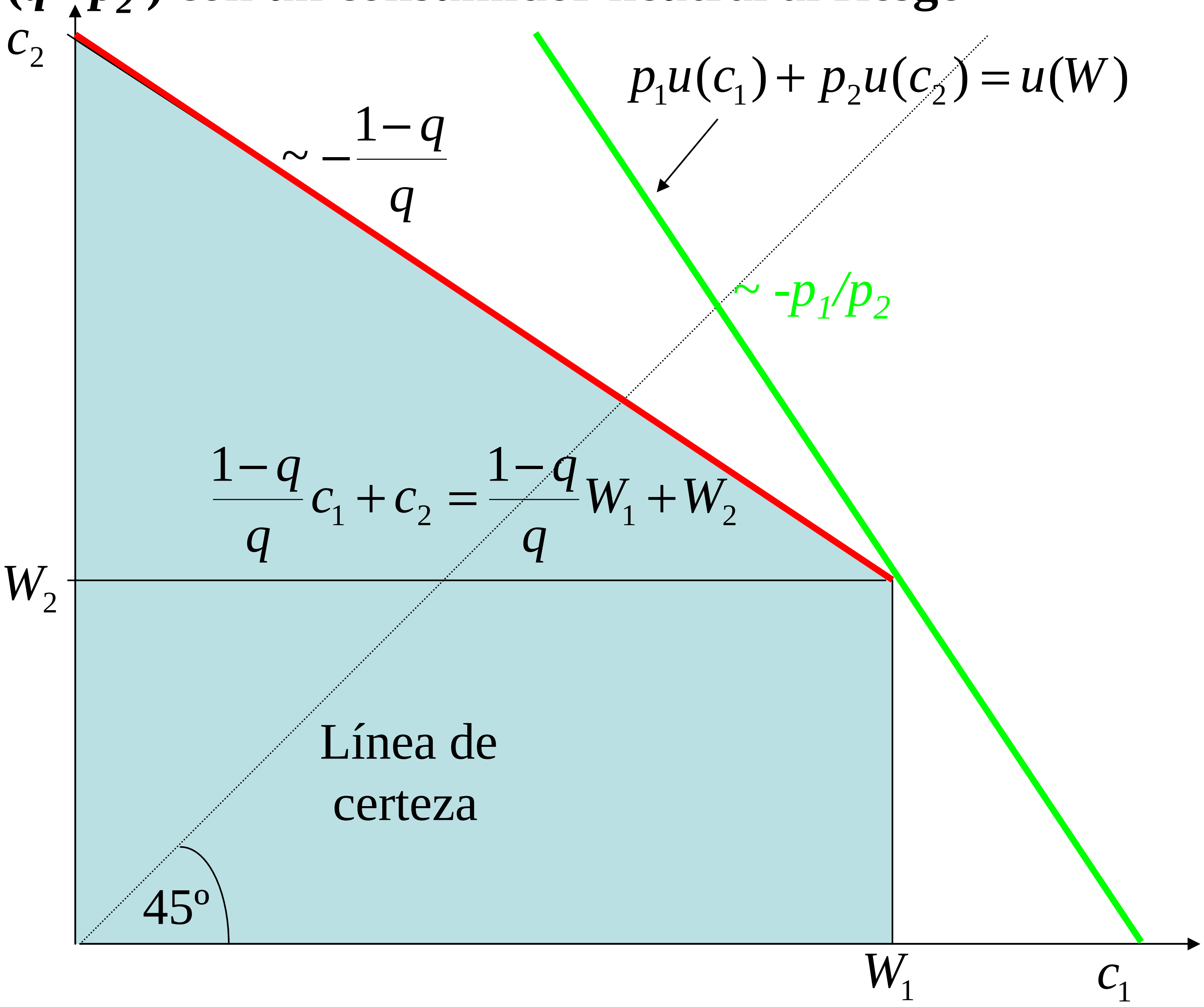
$$-p_1 q + p_2(1-q) = 0 \Leftrightarrow q = p_2 \Rightarrow z = W_1 - W_2 \Rightarrow c_1 = c_2$$

- **Si el seguro es actuarialmente desequilibrado en contra**: el agente o bien se asegurará parcialmente, o en caso de que el seguro sea demasiado caro $q \geq \dfrac{1}{1+\left(p_1 u'(W_1) / p_2 u'(W_2)\right)}$, no se asegurará: $q > p_2 \Rightarrow z < W_1 - W_2 = \ell \Rightarrow c_1 > c_2$

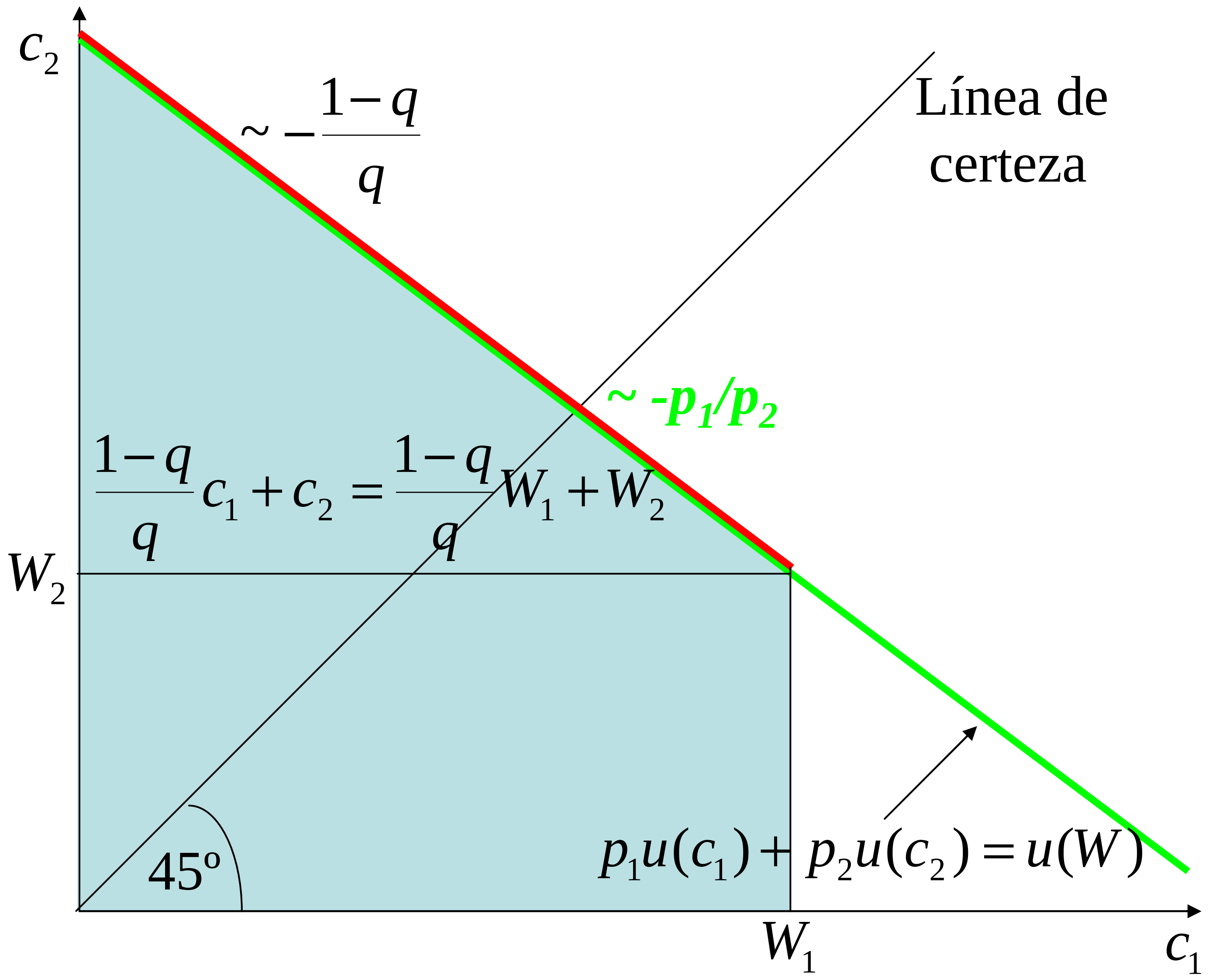
- **Si el seguro es actuarialmente desequilibrado a favor**: el agente se sobreasegurará: $q < p_2 \Rightarrow z > W_1 - W_2 = \ell \Rightarrow c_1 < c_2$

Cuando un agente es **neutral al riesgo**: i) Si una el seguro es actuarialmente desequilibrado en contra del individuo, el agente no se asegurará, ii) si es actuarialmente equilibrado, al agente será indiferente entre no asegurarse nada, asegurarse un poco, totalmente o sobreasegurarse; iii) si el seguro es actuarialmente desequilibrada a favor del individuo, el agente se sobreasegurará invirtiendo toda su riqueza en el seguro

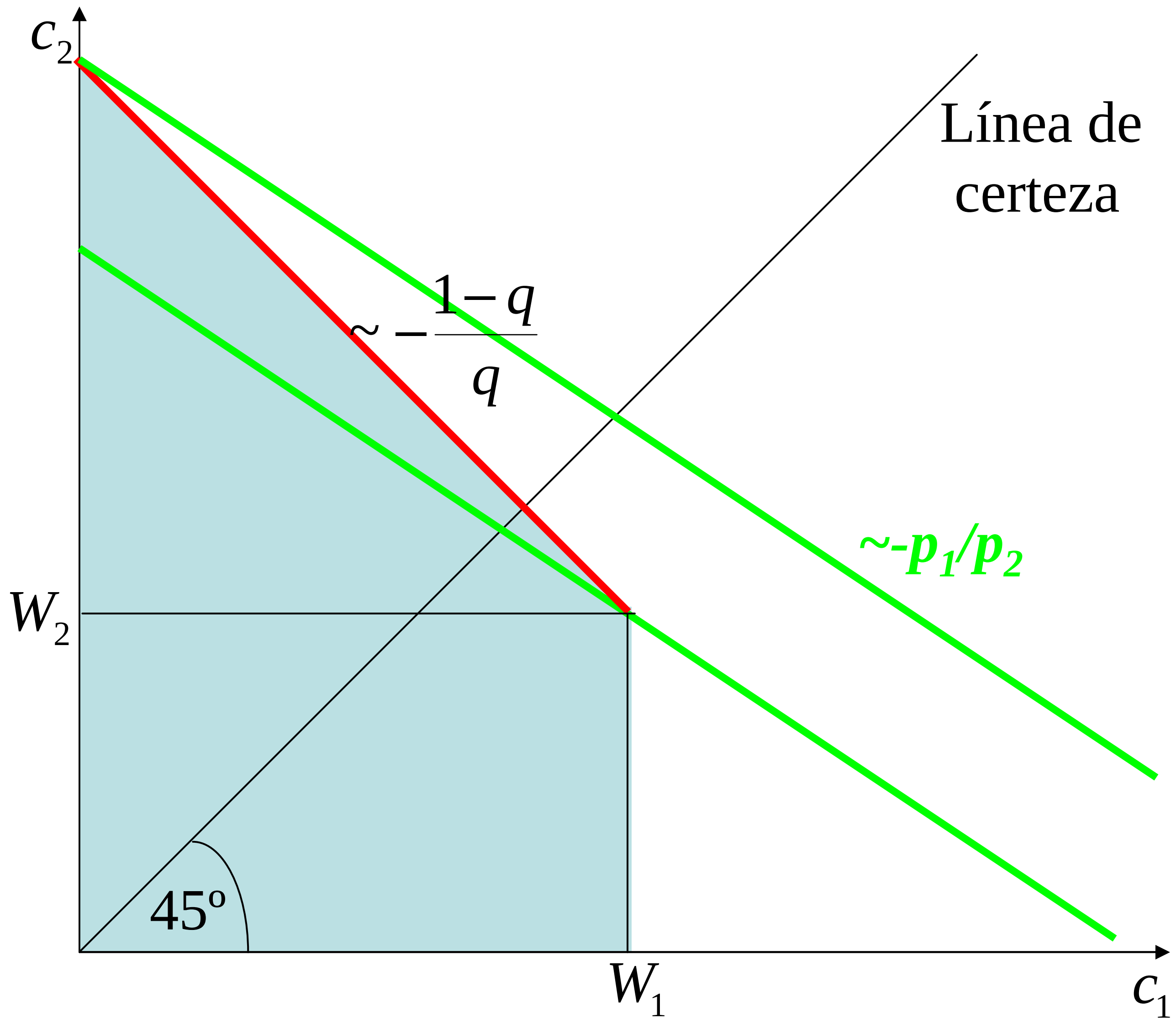
Seguro actuarialmente desequilibrada en contra ($q > p_2$) con un consumidor neutral al riesgo



Seguro actuarialmente equilibrado ($q = p_2$) con un consumidor neutral al riesgo



Seguro actuarialmente desequilibrada a favor ($q < p_2$) con un consumidor neutral al riesgo



Agente Amante del riesgo: en este caso lo único que se puede decir es que el agente o bien invertirá toda su riqueza en el seguro o no se asegurará.

Un agente **amante del riesgo** o bien se sobreasegurará invirtiendo toda su riqueza en el seguro o no se asegurará.

No obstante, en el caso de que el consumo en caso de percance cuando se invierte toda la riqueza en el seguro, $\frac{1-q}{q}W_1+W_2$, sea mayor que el consumo cuando no hay percance y el agente no se asegura, W_1, en el caso del seguro equilibrado, se puede ser un poco más preciso.

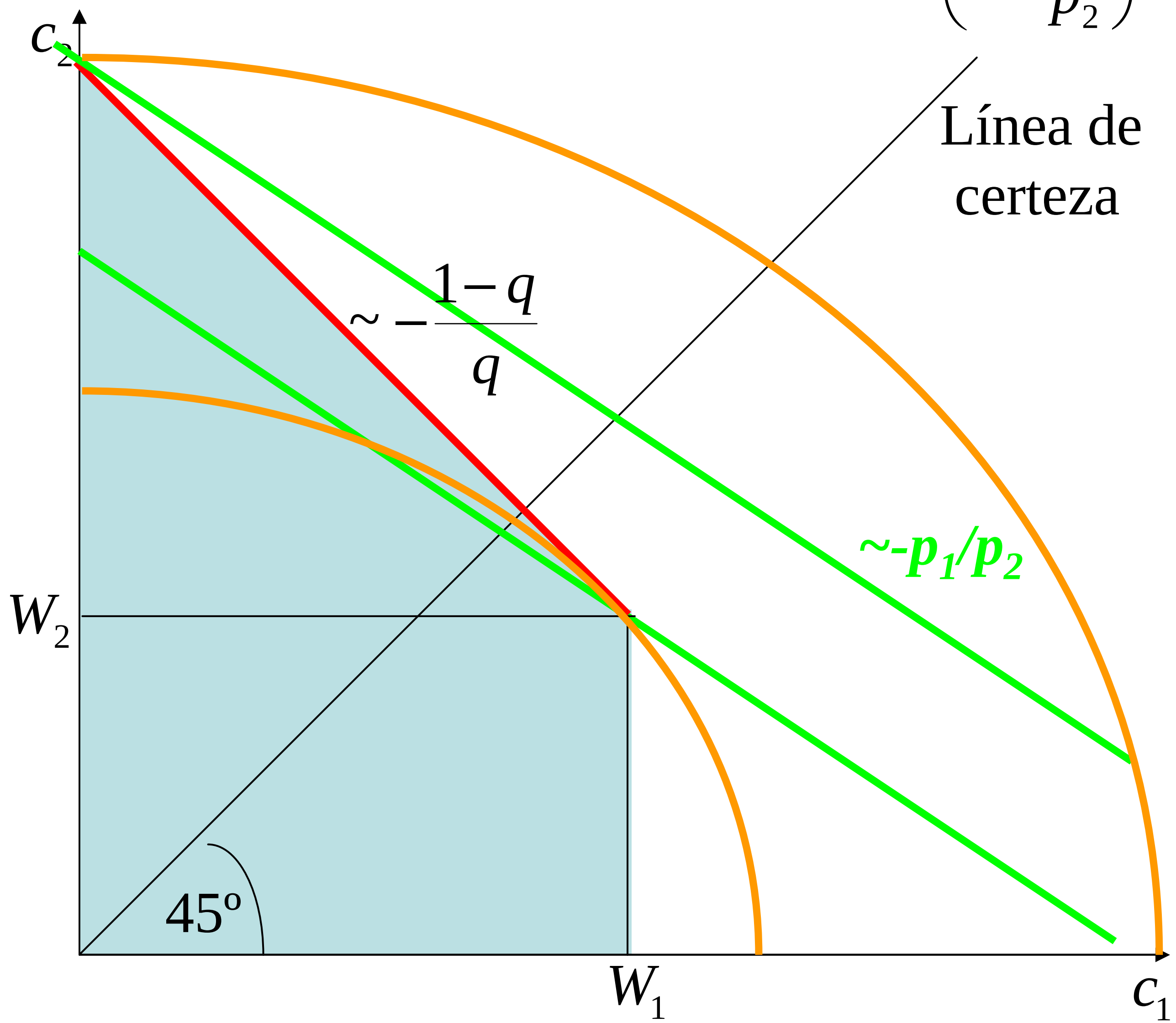
La condición sería la siguiente

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1-q}{q}W_1+W_2\geq W_1\\ q=p_2\end{array}\right\}\Rightarrow W_2\geq W_1\left(1-\frac{p_1}{p_2}\right)$$

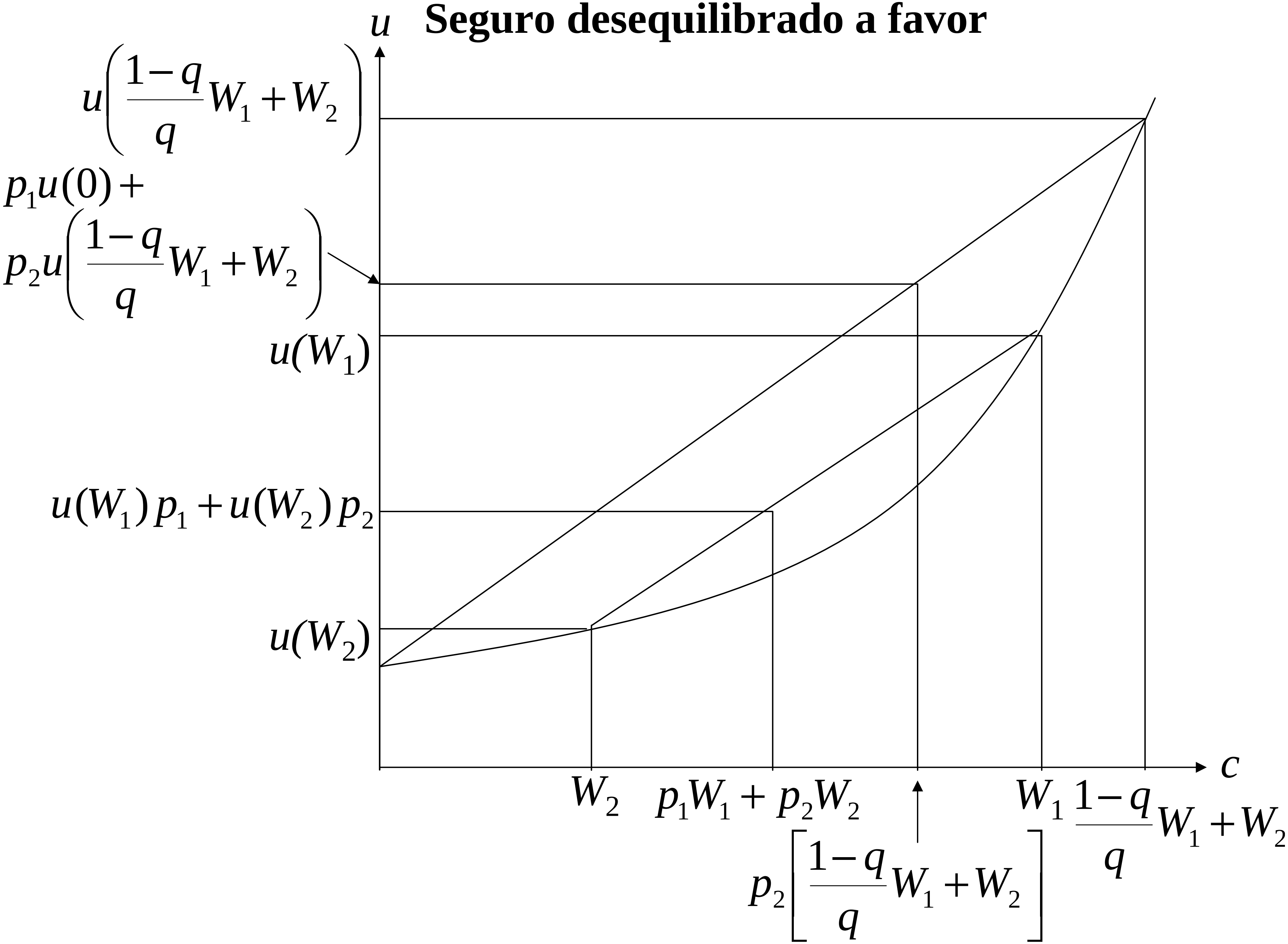
Un agente **amante del riesgo** cuando W_2 es suficientement grande ($W_2 \geq \frac{p_2 - p_1}{p_2} W_1$):

Si el seguro es actuarialmente equilibrado o actuarialmente desequilibrada a favor, el individuo se sobreasegurará invirtiendo en el seguro toda su riqueza. Si el seguro es desequilibrado en contra o bien se sobreasgurará invirtiendo toda su riqueza en el seguro o no se asegurará.

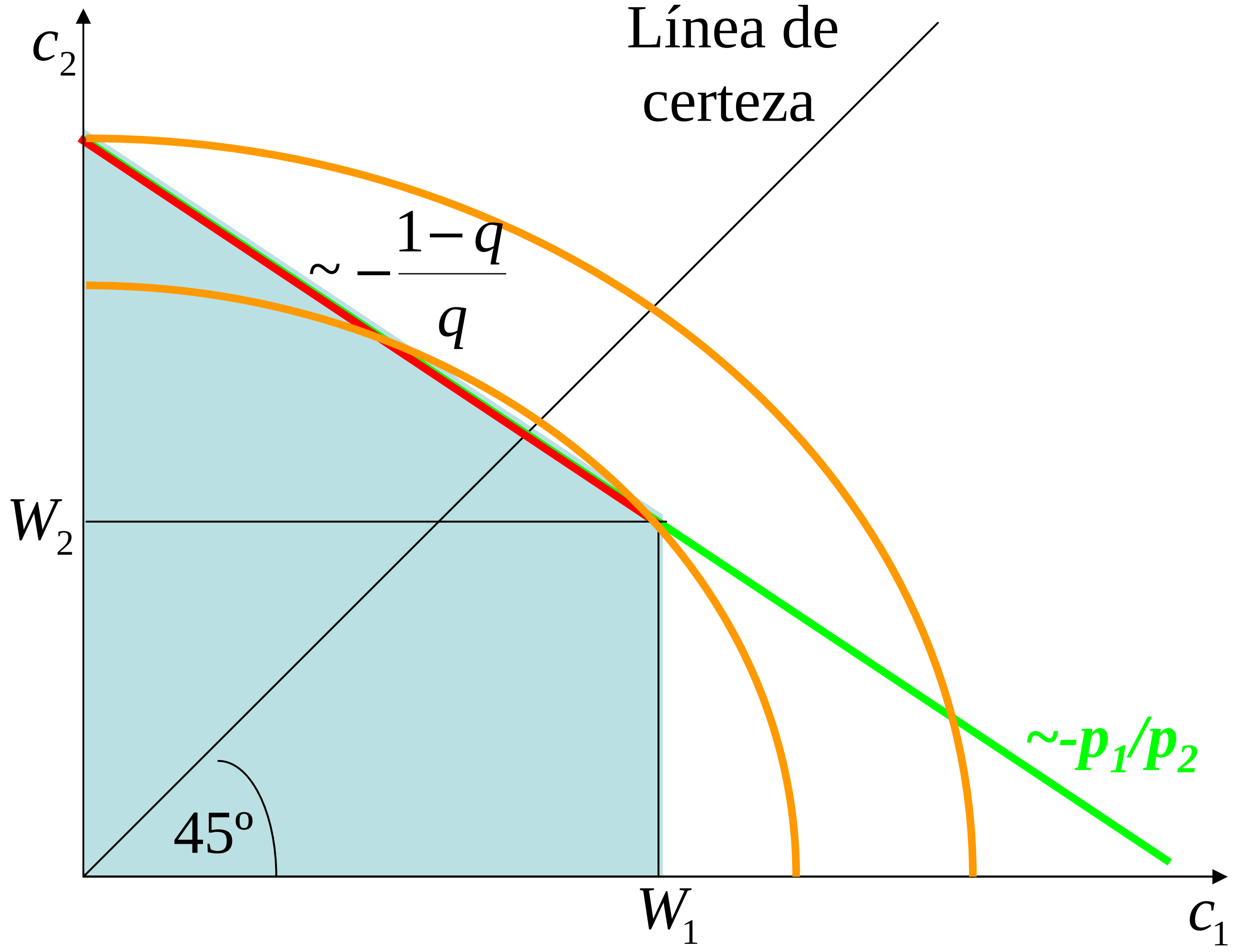
Seguro actuarialmente desequilibrado a favor ($q > p_2$) con un consumidor amante del riesgo cuando $W_2 \geq W_1\left(1 - \frac{p_1}{p_2}\right)$



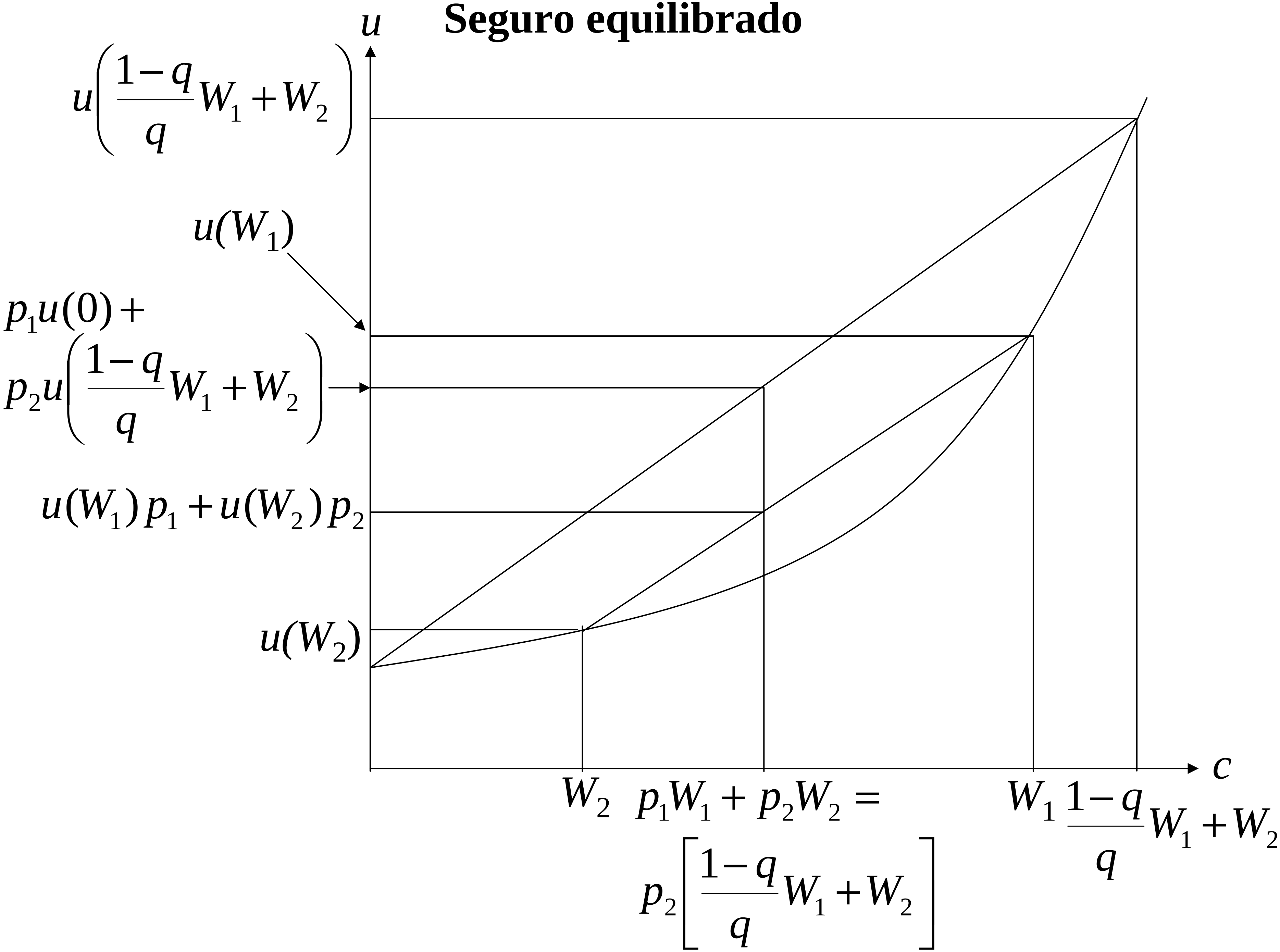
Seguro desequilibrado a favor



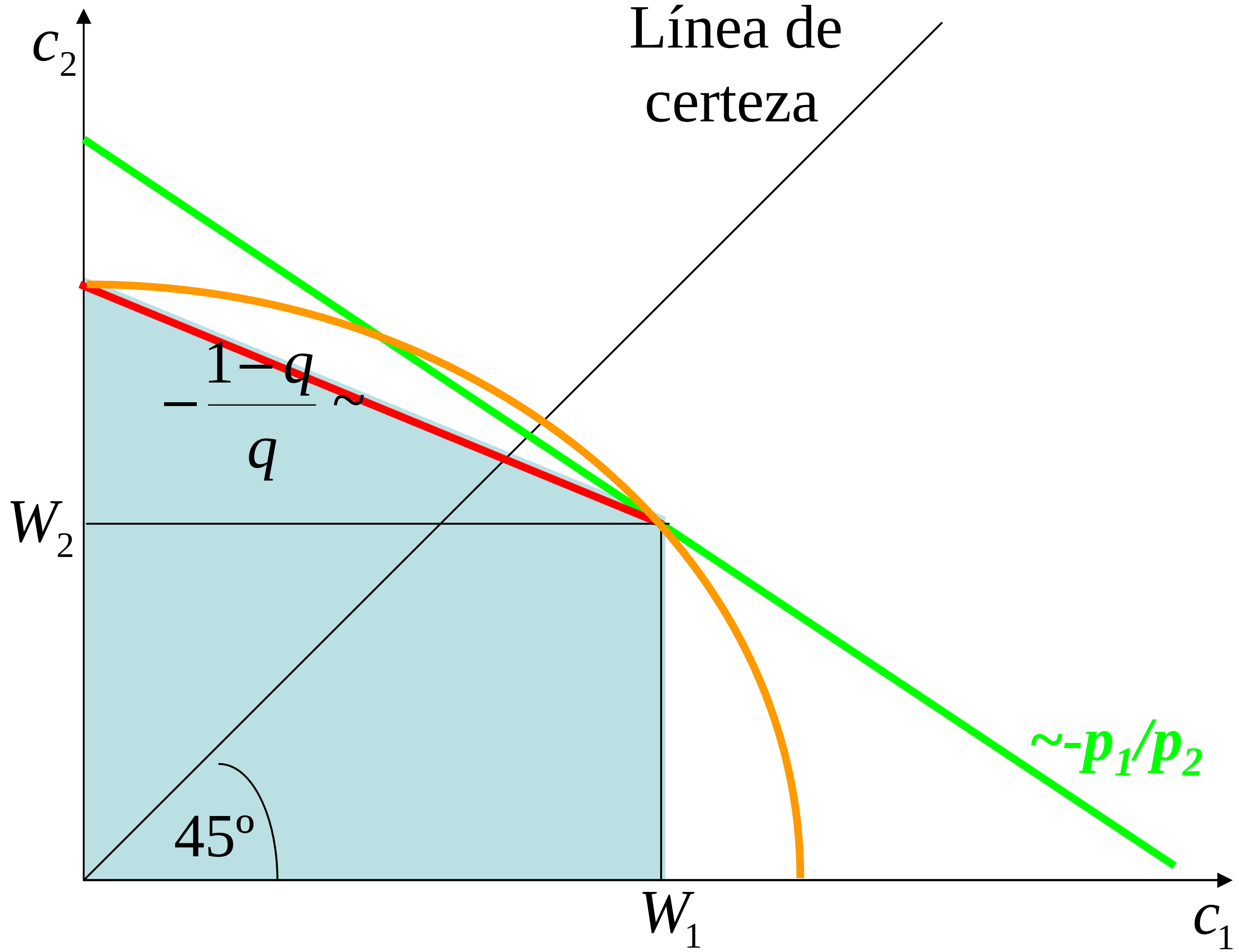
Seguro actuarialmente equilibrado a favor ($q = p_2$) con un consumidor amante del riesgo cuando $W_2 \geq W_1\left(1-\frac{p_1}{p_2}\right)$



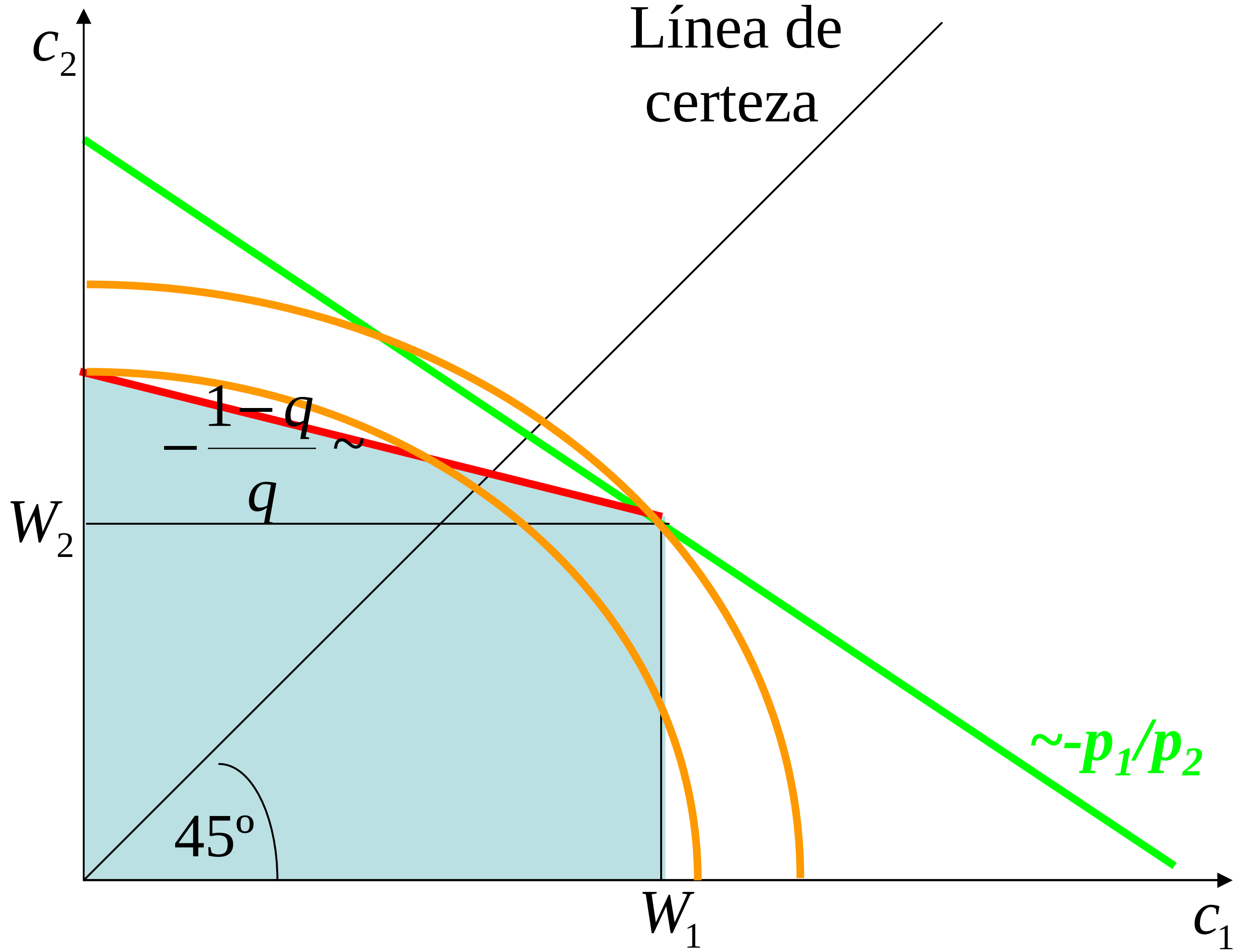
Seguro equilibrado



Seguro actuarialmente desequilibrado en contra ($q > p_2$) con un amante del riesgo (caso en que es indiferente entre sobreasegura o no asegurarse)



Seguro actuarialmente desequilibrado en contra ($q > p_2$) con un amante del riesgo (caso en que no se asegura)



Resumen

	Adverso al riesgo	Neutral al riesgo	Amante del riesgo (en general)
Desequilibrado a favor	Se sobreasegura	Se sobreasegura invirtiendo toda su riqueza	Se sobreasegura invirtiendo toda su riqueza o no se asegura
Equilibrado	Se asegura totalmente	Indiferente entre asegurarse, todo, nada, algo o sobreasegurarse	Se sobreasegura invirtiendo toda su riqueza o no se asegura
Desequilibrado en contra	Se asegura parcialmente o no se asegura	No se asegura	Se sobreasegura invirtiendo toda su riqueza o no se asegura

Resumen

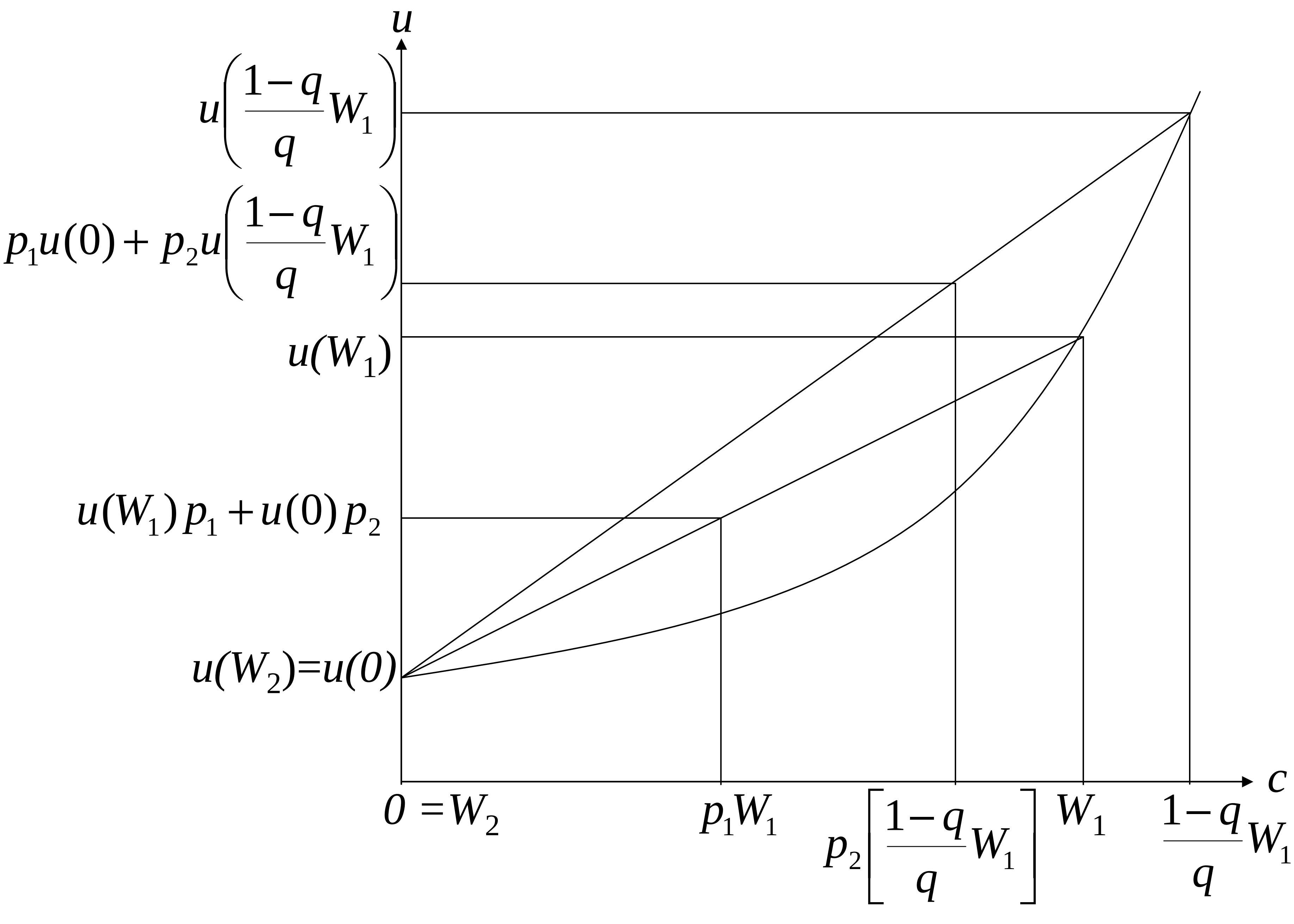
	Adverso al riesgo	Neutral al riesgo	Amante del riesgo $(W_2 \geq \frac{p_2 - p_1}{p_2} W_1)$
Desequilibrado a favor	Se sobreasegura	Se sobreasegura invirtiendo toda su riqueza	Se sobreasegura invirtiendo toda su riqueza
Equilibrado	Se asegura totalmente	Indiferente entre asegurarse, todo, nada, algo o sobreasegurarse	Se sobreasegura invirtiendo toda su riqueza
Desequilibrado en contra	Se asegura parcialmente o no se asegura	No se asegura	Se sobreasegura invirtiendo toda su riqueza o no se asegura

Curiosidad:

- Si $W_1 = 0$ y $p_1 = p_2 = 0{,}5$ el agente es amante del riesgo:
  - Si el seguro es desequilibrado a favor: Se sobreasegura invirtiendo toda su riqueza.
  - Si el seguro es equilibrado: le es indiferente asegurarse o no asegurarse.
  - Si el seguro es desequilibrado en contra: no se asegura.

- Si $W_1 = 0$ y $p_1 > p_2$ el agente es amante del riesgo:
  - Si el seguro es desequilibrado a favor:
    - » Si $q \leq 0{,}5$: se sobreasegura invirtiendo toda su riqueza
    - » Si $q > 0{,}5$: se sobreasegura invirtiendo toda su riqueza o no se asegura.
  - Si el seguro es equilibrado: no se asegura.
  - Si el seguro es desequilibrado en contra: no se asegura.

Seguro desequilibrado a favor *W_2 =0; p_2= p_1= 0,5*



Seguro equilibrado $W_2 = 0$; $p_2 = p_1 = 0{,}5$