MICROECONOMÍA. EQUILIBRIO GENERAL Y ECONOMÍA DE LA INFORMACIÓN

Tema 2
LA ELECCIÓN EN CONDICIONES DE INCERTIDUMBRE

Distribución Eficiente de riesgos

Fernando Perera Tallo
Olga María Rodríguez Rodríguez
http://bit.ly/8l8DDu

2.9 Distribución Eficiente de riesgos

Estado de la naturaleza "bueno" $\rightarrow$ W_1

p_1

p_2

Estado de la naturaleza "malo" $\rightarrow$ $W_2 \leq W_1$

Hay dos individuos A y B que se reparten el resultado del estado de la naturaleza (W_1, W_2):

$$c_1^A + c_1^B \leq W_1$$

$$c_2^A + c_2^B \leq W_2$$

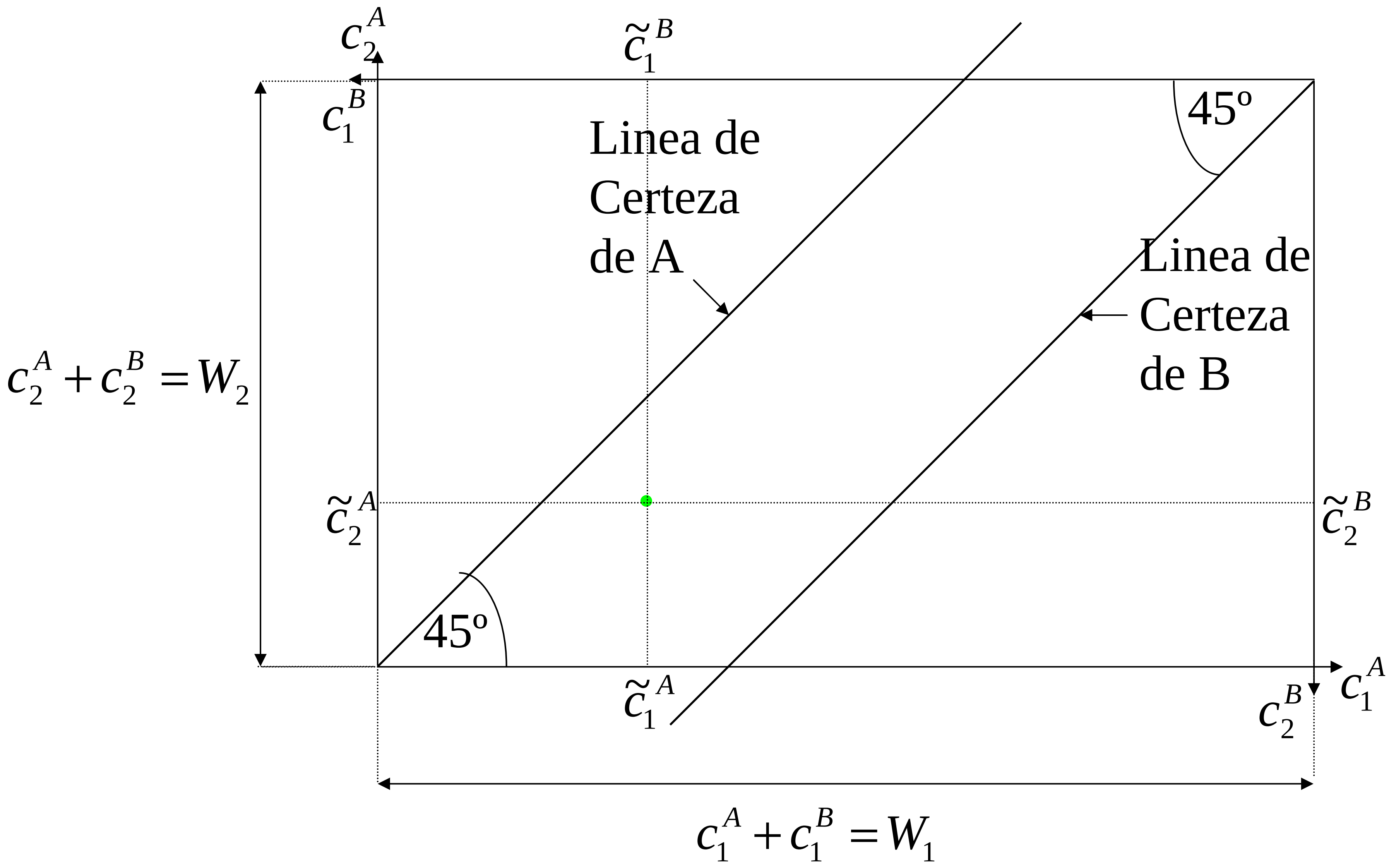
Supuesto: $p_i^A = p_i^B = p_i \quad i \in \{1,2\}$.

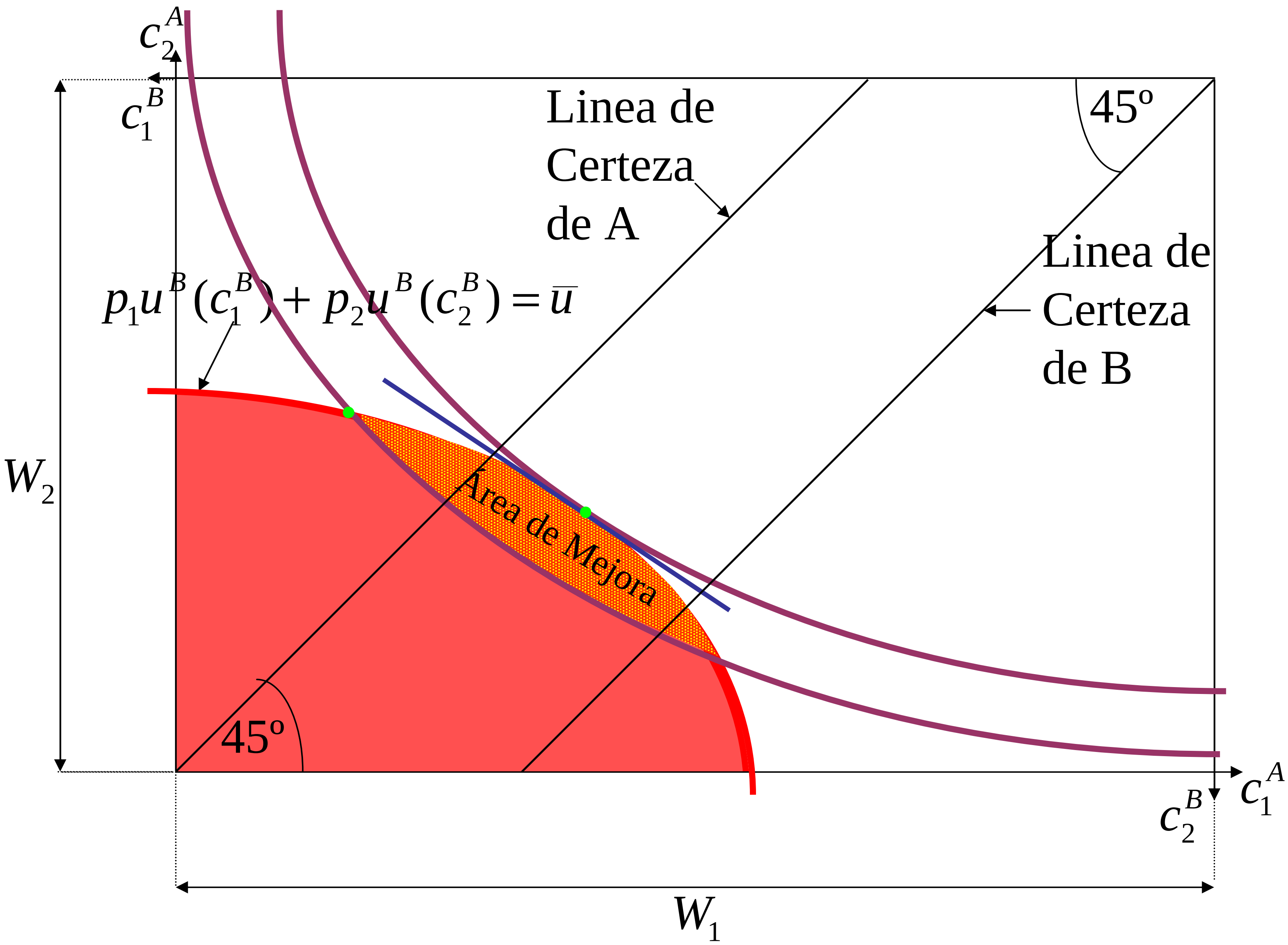
Óptimo de Pareto

$$\max_{c_1^A, c_2^A, c_1^B, c_2^B} p_1 u^A(c_1^A) + p_2 u^A(c_2^A)$$

$$\begin{aligned} s.a. \quad & p_1 u^B(c_1^B) + p_2 u^B(c_2^B) \geq \bar{u} \\ & c_1^A + c_1^B \leq W_1 \\ & c_2^A + c_2^B \leq W_2 \\ & c_1^A \geq 0, \quad c_2^A \geq 0, \quad c_1^B \geq 0, \quad c_2^B \geq 0 \end{aligned}$$

Caja de Edgeworth: Conjunto de asignaciones que cumplen las restricciones de factibilidad con igualdad.





c_2^A
c_1^B
Linea de Certeza de A
45º
Linea de Certeza de B
$p_1 u^B(c_1^B) + p_2 u^B(c_2^B) = \bar{u}$
W_2
Área de Mejora
45º
c_1^A
c_2^B
W_1

Lagrangiano:

$$\ell = p_1 u^A(c_1^A) + p_2 u^A(c_2^A) + \lambda^B\left[p_1 u^B(c_1^B) + p_2 u^B(c_2^B) - \overline{u}\right] +$$
$$\lambda_1\left[W_1 - c_1^A - c_1^B\right] + \lambda_2\left[W_2 - c_2^A - c_2^B\right] + \mu_1^A c_1^A + \mu_2^A c_2^A + \mu_1^B c_1^B + \mu_2^B c_2^B$$

Condiciones de 1^er orden:

$$\frac{\partial \ell}{\partial c_1^A} = p_1 u^{A}{}'(c_1^A) - \lambda_1 + \mu_1^A = 0$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial c_2^A} = p_2 u^{A}{}'(c_2^A) - \lambda_2 + \mu_2^A = 0$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial c_1^B} = \lambda^B p_1 u^{B}{}'(c_1^B) - \lambda_1 + \mu_1^B = 0$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial c_2^B} = \lambda^B p_2 u^{B}{}'(c_2^B) - \lambda_2 + \mu_2^B = 0$$

$$\mu_1^A c_1^A = 0; \quad \mu_2^A c_2^A = 0; \quad \mu_1^B c_1^B = 0; \quad \mu_2^B c_2^B = 0$$

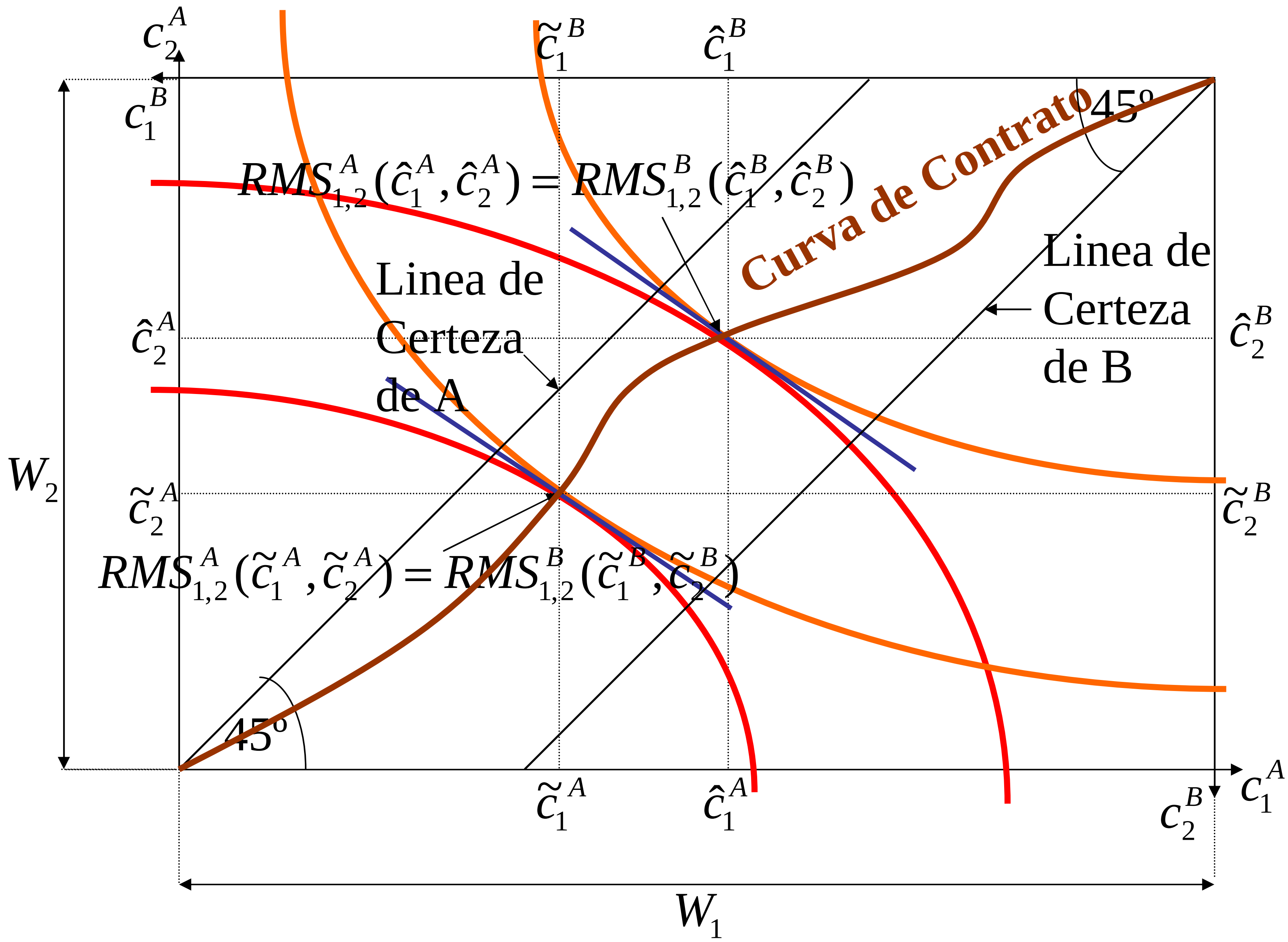
Cond. de 1er orden solución interior: $c_1^A > 0, c_2^A > 0, c_1^B > 0, c_2^B > 0$

$$\Rightarrow \mu_1^A = \mu_2^A = \mu_1^B = \mu_2^B = 0:$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \ell}{\partial c_1^A} &= p_1 u^{A}{'}(c_1^A) - \lambda_1 = 0 \\ \frac{\partial \ell}{\partial c_2^A} &= p_2 u^{A}{'}(c_2^A) - \lambda_2 = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow RMS_{1,2}^A(c_1^A, c_2^A) = \frac{p_1 u^{A}{'}(c_1^A)}{p_2 u^{A}{'}(c_2^A)} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \ell}{\partial c_1^B} &= \lambda^B p_1 u^{B}{'}(c_1^B) - \lambda_1 = 0 \\ \frac{\partial \ell}{\partial c_2^A} &= \lambda^B p_2 u^{B}{'}(c_2^B) - \lambda_2 = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow RMS_{1,2}^B(c_1^B, c_2^B) = \frac{p_1 u^{B}{'}(c_1^B)}{p_2 u^{B}{'}(c_2^B)} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$RMS_{1,2}^A(c_1^A, c_2^A) = \frac{p_1 u^{A}{'}(c_1^A)}{p_2 u^{A}{'}(c_2^A)} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{p_1 u^{B}{'}(c_1^B)}{p_2 u^{B}{'}(c_2^B)} = RMS_{1,2}^B(c_1^B, c_2^B)$$



c_2^A
$\tilde{c}_1^B$
$\hat{c}_1^B$
c_1^B
45°
Curva de Contrato
$RMS_{1,2}^A(\hat{c}_1^A, \hat{c}_2^A) = RMS_{1,2}^B(\hat{c}_1^B, \hat{c}_2^B)$
Linea de Certeza de A
Linea de Certeza de B
$\hat{c}_2^A$
$\hat{c}_2^B$
W_2
$\tilde{c}_2^A$
$\tilde{c}_2^B$
$RMS_{1,2}^A(\tilde{c}_1^A, \tilde{c}_2^A) = RMS_{1,2}^B(\tilde{c}_1^B, \tilde{c}_2^B)$
45°
$\tilde{c}_1^A$
$\hat{c}_1^A$
c_1^A
c_2^B
W_1

Ejemplo de solución esquina: $c_1^A > 0, c_2^A = 0, c_1^B > 0, c_2^B > 0 \quad \Rightarrow$

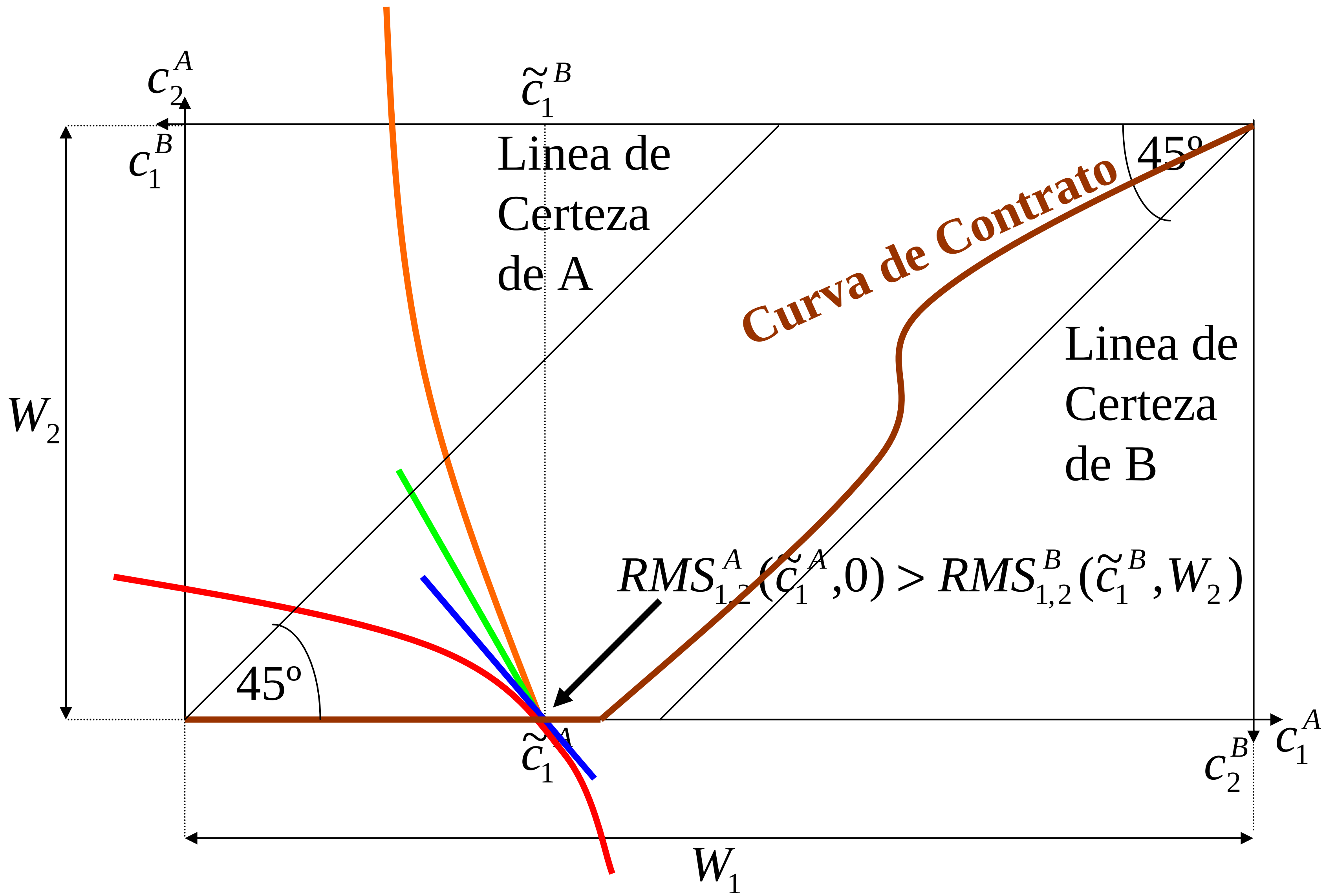
$\mu_2^A \geq 0; \mu_1^A = \mu_1^B = \mu_2^B = 0 \quad \Rightarrow$ Condiciones 1[er] orden:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial \ell}{\partial c_1^A} = p_1 u^{A\prime}(c_1^A) - \lambda_1 = 0 \Rightarrow p_1 u^{A\prime}(c_1^A) = \lambda_1 \\ \dfrac{\partial \ell}{\partial c_2^A} = p_2 u^{A\prime}(c_2^A) - \lambda_2 + \mu_2^A = 0 \Rightarrow p_2 u^{A\prime}(c_2^A) - \lambda_2 = -\mu_2^A \leq 0 \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow RMS_{1,2}^A(c_1^A, c_2^A) = \frac{p_1 u^{A\prime}(c_1^A)}{p_2 u^{A\prime}(c_2^A)} \geq \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial \ell}{\partial c_1^B} = \lambda^B p_1 u^{B\prime}(c_1^B) - \lambda_1 = 0 \\ \dfrac{\partial \ell}{\partial c_2^B} = \lambda^B p_2 u^{B\prime}(c_2^B) - \lambda_2 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow RMS_{1,2}^B(c_1^B, c_2^B) = \frac{p_1 u^{B\prime}(c_1^B)}{p_2 u^{B\prime}(c_2^B)} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$RMS_{1,2}^A(c_1^A, c_2^A) = \frac{p_1 u^{A\prime}(c_1^A)}{p_2 u^{A\prime}(c_2^A)} \geq \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{p_1 u^{B\prime}(c_1^B)}{p_2 u^{B\prime}(c_2^B)} = RMS_{1,2}^B(c_1^B, c_2^B)$$

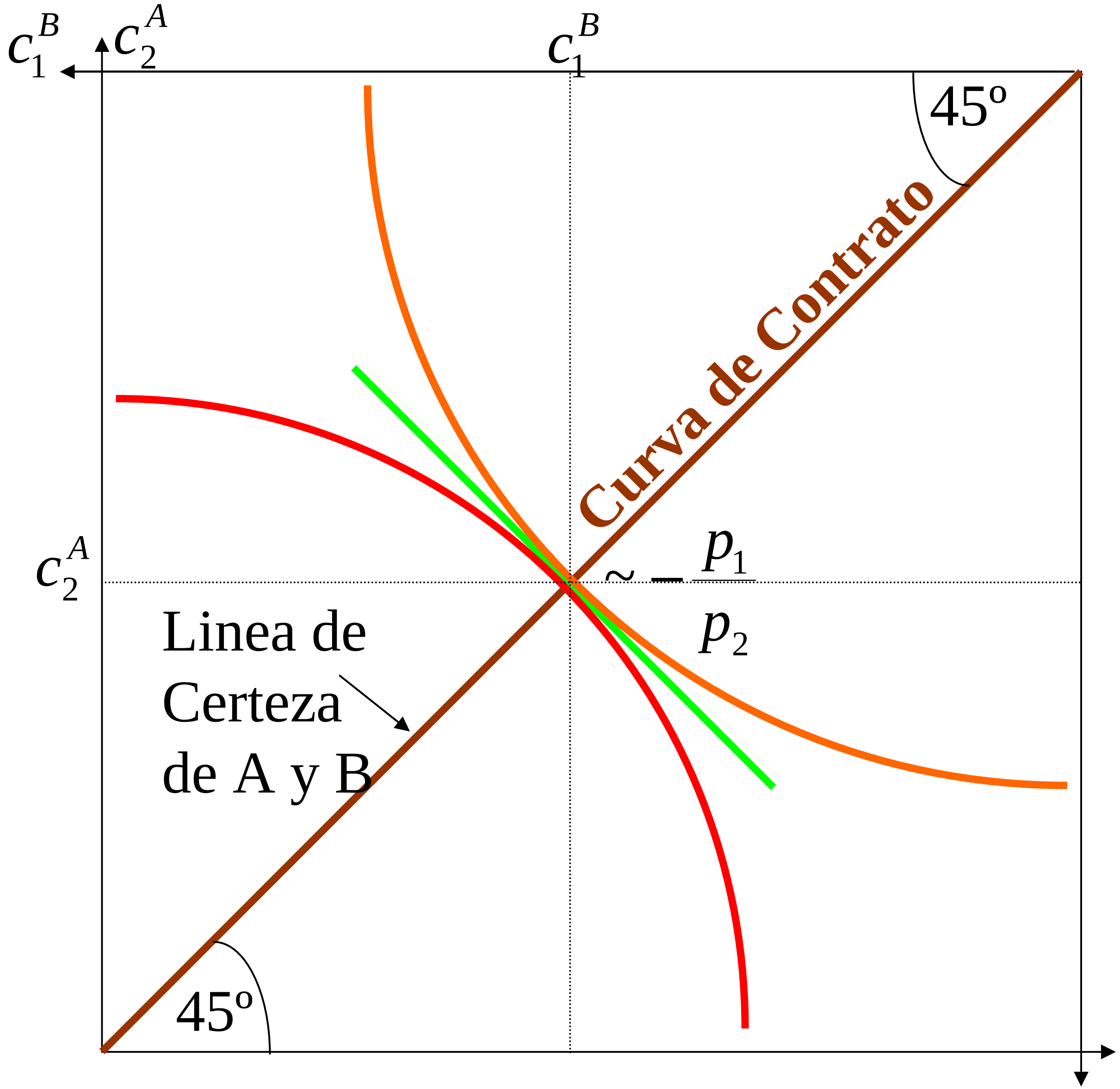

c_2^A
$\tilde{c}_1^B$
c_1^B
Linea de Certeza de A
45º
Curva de Contrato
Linea de Certeza de B
W_2
$RMS_{1,2}^A(\tilde{c}_1^A,0) > RMS_{1,2}^B(\tilde{c}_1^B,W_2)$
45º
$\tilde{c}_1^A$
c_1^A
c_2^B
W_1

Si ambos individuos son adversos al riesgo y no hay incertidumbre agregada $W_1 = W_2$ entonces cualquier asignación eficiente de recursos implican que los individuos no tienen riesgo $c_1^A = c_2^A; \quad c_1^B = c_2^B$.

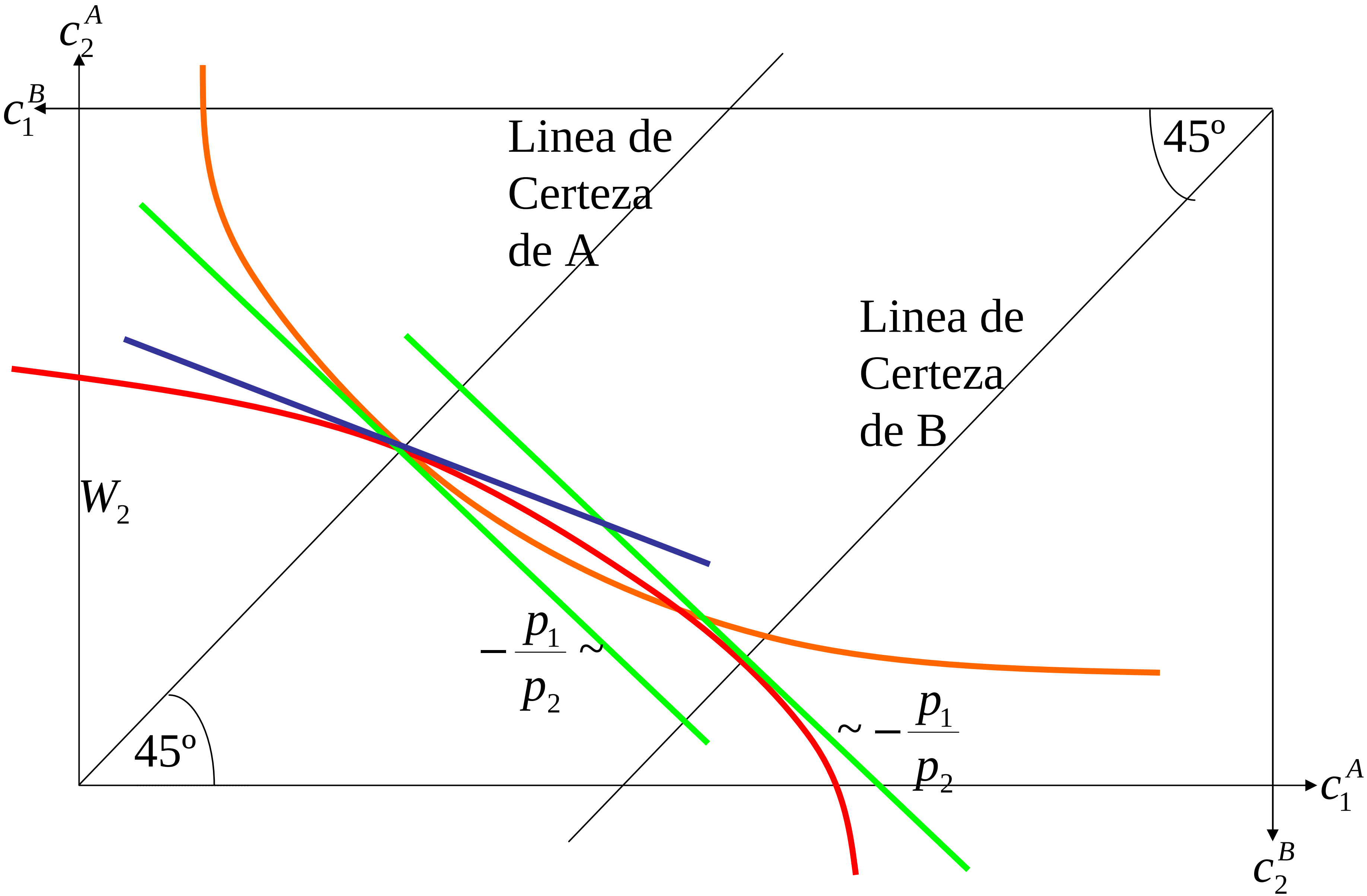
Si $c_1^A = c_2^A = c^A$ y $c_1^B = W_1 - c_1^A = W_2 - c_2^A = c_2^B = c^B$, entonces se cumplen las ecuaciones de factibilidad con igualdad y además se cumple las condiciones de 1er orden:

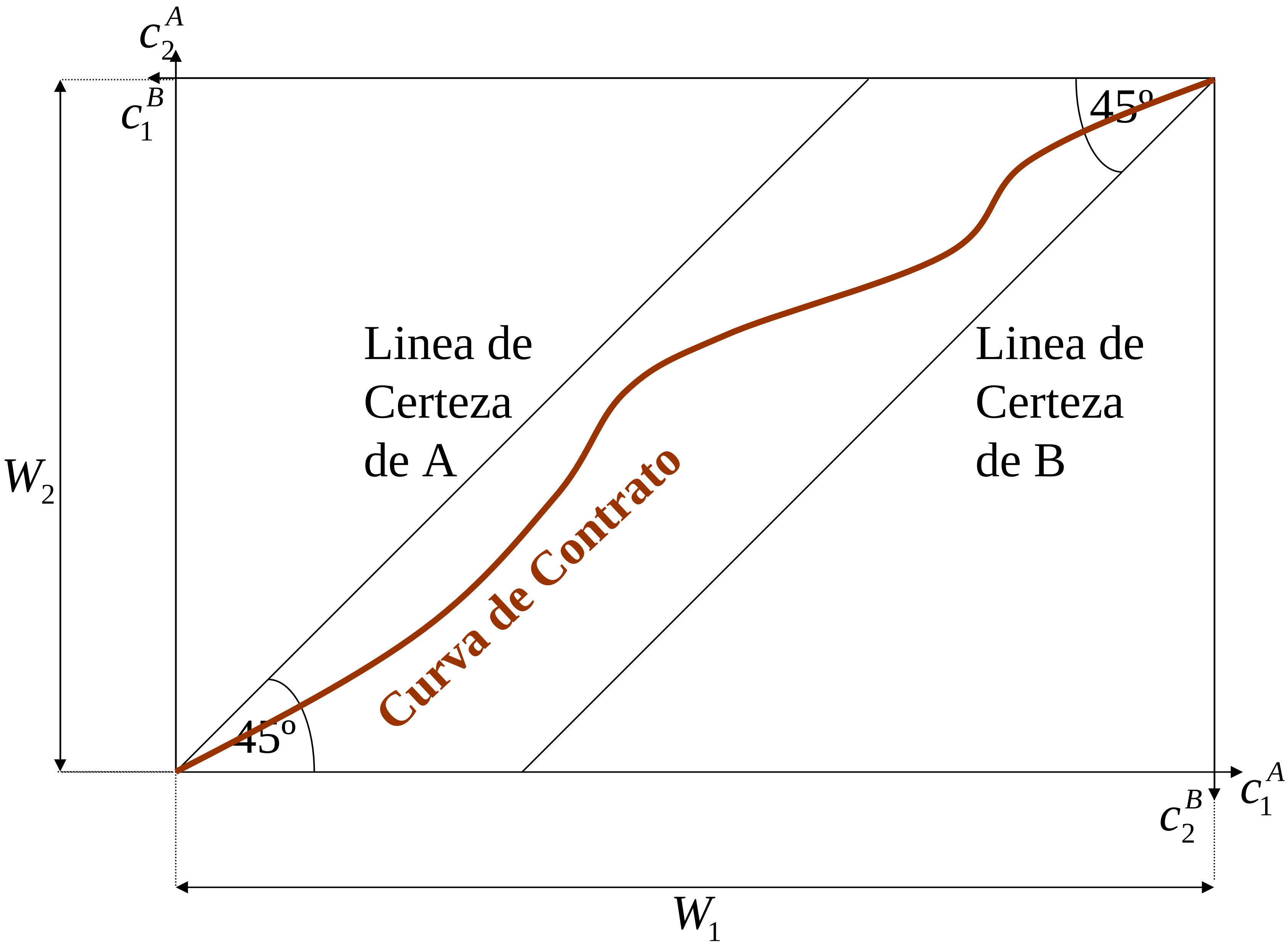
$$RMS_{1,2}^A(c^A, c^A) = \frac{p_1 u^{A}{}'(c^A)}{p_2 u^{A}{}'(c^A)} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{p_1 u^{B}{}'(c^B)}{p_2 u^{B}{}'(c^B)} = RMS_{1,2}^B(c^B, c^B)$$

Dado que $u^A(c^A)$ y $u^B(c^B)$ son funciones cóncavas, las condiciones de 1er orden son necesarias y suficientes.

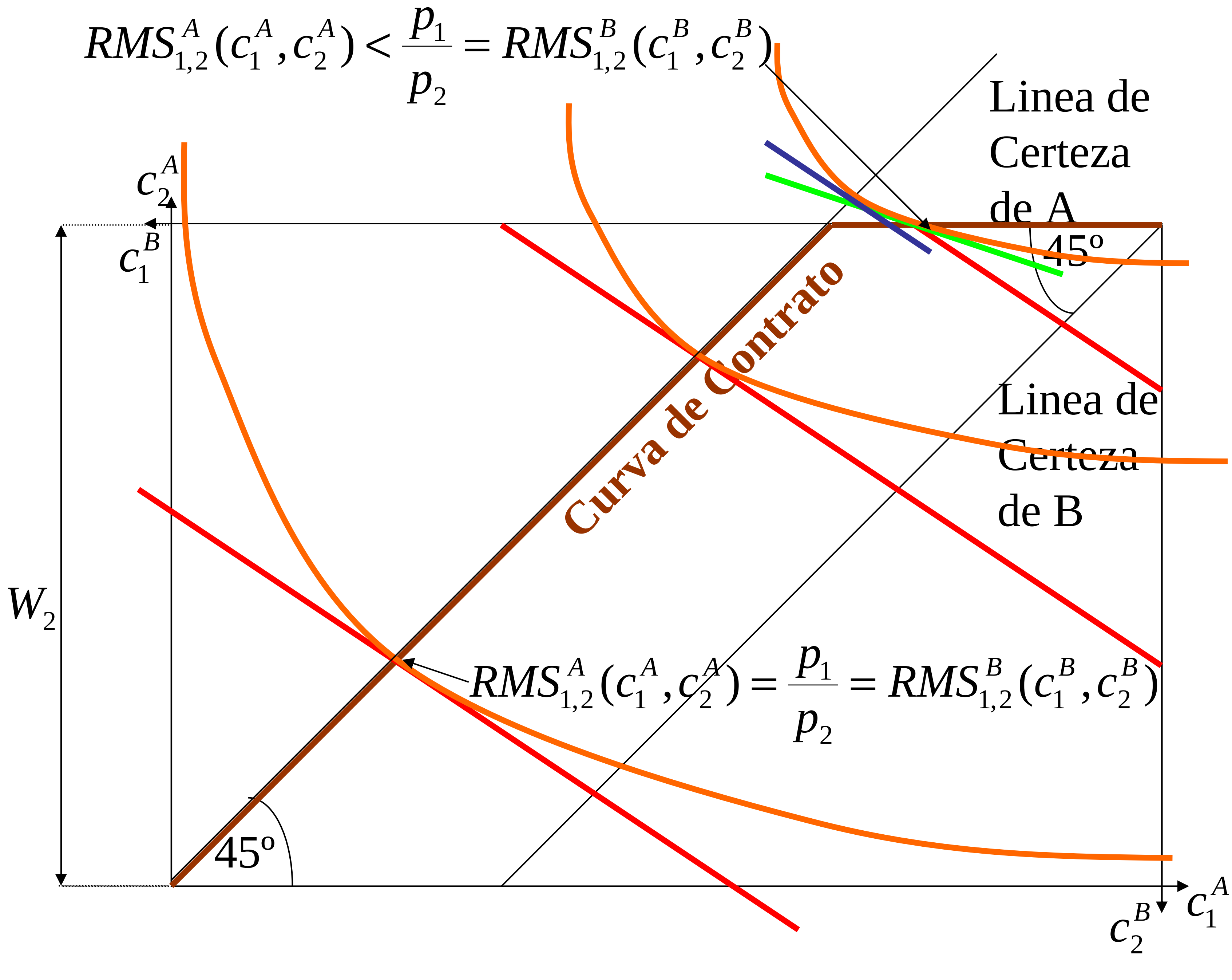

c_1^B
c_2^A
c_1^B
45º
Curva de Contrato
c_2^A
$\sim -\frac{p_1}{p_2}$
Linea de
Certeza
de A y B
45º

Si ambos individuos son adversos al riesgo y además $W_1 > W_2$ entonces cualquier asignación eficiente cumplirá que $c_1^A > c_2^A$; $c_1^B > c_2^B$. Es decir, la curva de contrato estará siempre entre las líneas de certeza de ambos individuos.


c_2^A
c_1^B
Linea de Certeza de A
45º
Linea de Certeza de B
W_2
$-\frac{p_1}{p_2}$ ~
45º
~ $-\frac{p_1}{p_2}$
c_1^A
c_2^B


c_2^A
c_1^B
45°
Linea de Certeza de A
Linea de Certeza de B
Curva de Contrato
W_2
45°
c_1^A
c_2^B
W_1

Suponga que $W_1 \geq W_2$, y que el individuo A es adverso al riesgo y el individuo B es neutral al riesgo. Entonces, si $p_1 u^A(c_1^A) + p_2 u^A(c_2^A) \leq u^A(W_2)$ cualquier asignación eficiente será tal que el individuo A no tiene riesgo $c_1^A = c_2^A$. Si $p_1 u^A(c_1^A) + p_2 u^A(c_2^A) > u^A(W_2)$ cualquier asignación eficiente cumplirá que $c_1^A > c_2^A = W_2; \quad c_2^B = 0.$


$RMS_{1,2}^{A}(c_1^A, c_2^A) < \frac{p_1}{p_2} = RMS_{1,2}^{B}(c_1^B, c_2^B)$
Linea de Certeza de A
45º
c_2^A
c_1^B
Curva de Contrato
Linea de Certeza de B
W_2
$RMS_{1,2}^{A}(c_1^A, c_2^A) = \frac{p_1}{p_2} = RMS_{1,2}^{B}(c_1^B, c_2^B)$
45º
c_1^A
c_2^B