Variables aleatorias: problemas propuestos

BENITO J. GONZÁLEZ RODRÍGUEZ (bjglez@ull.es)
DOMINGO HERNÁNDEZ ABREU (dhabreu@ull.es)
MATEO M. JIMÉNEZ PAIZ (mjimenez@ull.es)
M. ISABEL MARRERO RODRÍGUEZ (imarrero@ull.es)
ALEJANDRO SANABRIA GARCÍA (asgarcia@ull.es)

Departamento de Análisis Matemático
Universidad de La Laguna

Índice

7. Problemas propuestos

7.1. Distribuciones binomial y de Poisson

1. En cierto hospital se comprobó que la aplicación de determinado tratamiento a enfermos de cirrosis produce una leve mejoría en el 80 % de los casos. Si se aplica el tratamiento a ocho personas, se pide calcular:

    a) Probabilidad de que mejoren cinco.

    b) Probabilidad de que mejoren al menos tres.

    c) Número de personas que se espera que mejoren. ¿Qué indica este número?

    Solución. *a*) 0.1468; *b*) 0.9988; *c*) 6.

2. En una ciudad se encontró que el 20 % de los hogares tenía un cierto medicamento disponible. Al objeto de establecer una encuesta en el área, un laboratorio farmacéutico selecciona cinco hogares al azar. Se pide:

    a) Número de hogares que se espera tengan el medicamento.

    b) Probabilidad de que lo tengan dos.

    c) Probabilidad de que al menos lo tengan tres.

    d) Probabilidad de que ninguno lo tenga.

    e) Probabilidad de que alguno lo tenga.

    Solución. *a*) 1; *b*) 0.2048; *c*) 0.0579; *d*) 0.3277; *e*) 0.6723.

3. Un laboratorio farmacéutico encarga una encuesta para estimar el consumo de cierto medicamento que elabora con vistas a controlar su producción. Se sabe que a lo largo de un año cada persona tiene una posibilidad entre mil de necesitar el medicamento, y el que el laboratorio podrá vender una media de 4000 unidades del producto al año. Se pide hallar:

    a) Probabilidad de que el número de enfermos no exceda de cuatro por año.

    b) Número de enfermos esperado por año.

    c) Probabilidad de que el número de enfermos sea superior a dos por año.

    d) Probabilidad de que haya doce enfermos por año.

Solución. *a*) 0.629; *b*) 4; *c*) 0.762; *d*) 0.001.

4. La probabilidad de reacción negativa ante un fármaco de un individuo internado en un hospital es 0.05. Se administra dicho fármaco a cien individuos. ¿Cuál es el número de reacciones negativas esperadas? Calcular la probabilidad de que se presente reacción en: *a*) tres individuos; *b*) ninguno; *c*) más de dos.

   Solución. *a*) 0.1404; *b*) 0.0067; *c*) 0.8754.

5. Una máquina automática dedicada a la fabricación de comprimidos laxantes produce defectuosos a razón de uno por cada cien. Si los comprimidos se envasan en tubos de veinticinco unidades, ¿cuál es la probabilidad de que un tubo no contenga ningún comprimido defectuoso? ¿Cuál es el número medio de comprimidos defectuosos que se espera que aparezcan?

   Solución. 0.78; 0.25.

6. Se sabe que el número de enfermos recibidos cada 10 minutos en un centro sanitario es una variable aleatoria que sigue una distribución de probabilidades de Poisson de parámetro el número medio de enfermos recibidos cada 10 minutos. Se sabe también que dicho número para ese periodo de tiempo entre las 10:00 y las 15:00 horas es de 1.8. Calcular la probabilidad de que entre las 12:40 y las 12:50 horas haya: *a*) ningún enfermo; *b*) uno; *c*) dos; *d*) al menos dos; *e*) más de dos.

   Solución. *a*) 0.165; *b*) 0.298; *c*) 0.268; *d*) 0.537; *e*) 0.269.

7. La probabilidad de que cierto antidepresivo produzca reacción alérgica es del 15 %. Si se receta dicho producto a 7 pacientes, calcular la probabilidad de que sufran reacción: *a*) al menos 3; *b*) un mínimo de 2 y un máximo de 5.

   Solución. *a*) 0.07; *b*) 0.28.

8. La probabilidad de que nazca un hijo varón es de 0.56. Si se sabe que una familia tiene 6 hijos, calcular la probabilidad de que: *a*) al menos 2 sean varones; *b*) como máximo 2 sean hembras.

   Solución. *a*) 0.937; *b*) 0.462.

9. En un determinado país la proporción de individuos albinos es de 0.004. Calcular la probabilidad de que elegida una muestra de la citada población de tamaño 1000 se presenten los siguientes casos: *a*) nigún individuo sea albino; *b*) a lo sumo 2 individuos lo sean. ¿Cuál es el número de albinos esperado en dicha población?

   Solución. *a*) 0.0183; *b*) 0.2381; 4.

10. Se ha estimado que la fracción de animales que curan de una determinada enfermedad mediante cierto tratamiento es igual a 0.2.

    a) Si se someten 20 animales afectados por la enfermedad al tratamiento en cuestión, ¿cuál es la probabilidad de que sanen como máximo 18? ¿Cuál es el número de animales que se espera que sanen?

    b) Si se tratan 100 animales, ¿cuál es la probabilidad de que sanen entre 25 y 75 de ellos?

    Solución. *a*) 1, 4; *b*) 0.1562.

11. Se sabe que la tercera parte de los enfermos de un determinado tipo de hepatitis se curan al cabo de dos meses. Calcular la probabilidad de que de cinco pacientes: *a*) se curen al menos dos; *b*) se curen a lo sumo tres; *c*) no se cure como máximo uno.

    Solución. *a*) 0.5391; *b*) 0.9548; *c*) 0.5391.

12. Un almacen farmacéutico recibió 1000 botellines de suero fisiológico. La probabilidad de que al transportar las botellas se rompa una es 0.003. Hallar la probabilidad de que al desembalar los botellines resulten rotos: *a*) menos de dos; *b*) al menos uno. ¿Cuántas roturas se esperan?

    Solución. *a*) 0.199; *b*) 0.950; 3.

13. La probabilidad de que se produzca un choque anafiláctico al suministro de un suero en un individuo es de 0.002. Para la variable aleatoria que representa el número de choques anafilácticos en un grupo de 1200 pacientes a los que se les ha administrado el suero, calcular:

    a) Probabilidad de que haya menos de 5 choques.

    b) Probabilidad de que haya exactamente 7.

    c) Número de choques esperado.

    Solución. *a*) 0.904; *b*) 0.008; *c*) entre 2 y 3.

14. Se supone que en un determinado país la proporción de individuos albinos es de 0.005. Calcular la probabilidad de que elegida una muestra de 1000 individuos de la citada población, sean albinos: *a*) ningún individuo; *b*) menos de 2; *c*) al menos 3.

    Solución. *a*) 0.0067; *b*) 0.0404; *c*) 0.8753.

15. Tras una larga serie de estudios experimentales se ha llegado a determinar que el número medio de una determinada especie de bacterias por centímetro cúbico contenida en el agua de la superficie de un lago es igual a 4. Si consideramos que la distribución de probabilidad de la variable aleatoria que da el número de bacterias presentes en una gota de agua es una distribución de Poisson y que una gota de agua es 1/8 de centímetro cúbico, calcular la probabilidad de no encontrar ninguna bacteria en una gota de agua.

    Solución. 0.6065.

16. Un aparato de rayos X algo antiguo tiene una probabilidad de 0.01 de no detectar una lesión de pulmón existente durante la revisión de un paciente. Calcular la probabilidad de que al revisar 100 pacientes el aparato no detecte el paso de 2 enfermos con lesión de pulmón. ¿Cuántos errores se esperan?

    Solución. 0.184; 1.

17. En cierta fábrica el número de accidentes por semana sigue una ley de Poisson de parámetro $\lambda = 2$. Se pide calcular la probabilidad de que en una semana haya: *a*) algún accidente; *b*) cuatro accidentes.

    Solución. a) 0.865; *b*) 0.090.

18. La probabilidad de curación tras un determinado tratamiento quirúrgico es de 0.65. Calcular la probabilidad de que se cure la mitad de un grupo de 10 pacientes operados. ¿Cuántos pacientes se espera que se curen?

    Solución. 0.154; entre 6 y 7.

19. El recuento de glóbulos blancos de un individuo sano puede presentar un promedio en valor mínimo de hasta 6000 por milímetro cúbico de sangre. Para detectar una deficiencia de glóbulos blancos se determina su número en una gota de sangre de 0.001 milímetros cúbicos. ¿Cuántos glóbulos blancos cabe esperar en un individuo sano? ¿Cuánto de raro sería encontrar un máximo de 2 glóbulos blancos?

    Solución. 6; 0.062.

20. Se desarrolla un compuesto para aliviar las migrañas; el fabricante afirma que es eficaz en un 90 % de los casos. Si se prueba el compuesto sobre ocho pacientes, determinar:

    a) Probabilidad de que a lo sumo mejoren dos.

    b) Probabilidad de que al menos mejoren dos.

    c) Número de pacientes aliviados que se espera.

Solución. *a*) 0; *b*) 1; *c*) 7.

21. Seis pacientes son inyectados con un suero que les insensibiliza contra las picaduras de insectos con una eficacia del 90 %. Determinar la probabilidad de que:

    a) queden insensibilizados al menos cuatro pacientes;

    b) el número de pacientes que resulten insensibilizados esté entre dos y cuatro.

    Solución. *a*) 0.984; *b*) 0.114.

22. Un portador de tuberculosis tiene un 10 % de probabilidades de contagiar a alguien que no haya estado previamente expuesto a ella y con quien entre en contacto directo. En el transcurso de un día, un portador entra en contacto con diez de tales individuos. ¿Cuántos se esperaría que resultasen contagiados?

    Solución. 1.

23. Para estudiar la regulación hormonal de una línea metabólica se inyectan ratas albinas con un fármaco que inhibe la síntesis de proteínas del organismo. En general, cuatro de cada veinte ratas mueren a causa del fármaco antes de que el experimento haya concluido. Si se trata a diez animales con el fármaco, ¿cuál es la probabilidad de que al menos ocho lleguen vivos al final del experimento?

    Solución. 0.678.

24. Un determinado test de aguas infectadas tiene una probabilidad de acertar del 75 %.

    a) Si se han realizado 7 mediciones en distintos puntos del recorrido de unas aguas infectadas, se pide determinar la probabilidad de que al menos 3 mediciones detecten la presencia de la infección.

    b) Si se realizan 100 mediciones, ¿cuál es la probabilidad de obtener entre 70 y 80 resultados positivos?

    Solución. *a*) 0.9871; *b*) 0.7498.

25. Un tubo fluorescente de rayos ultravioleta para laboratorios tiene una probabilidad de 0.2 de funcionar correctamente durante un determinado periodo de tiempo.

    a) Si se compran 20 tubos, ¿cuál es la probabilidad de que más de 4 duren lo suficiente?

    b) Si se consideran 5000 tubos, ¿qué porcentaje de veces habrá entre 900 y 1100 tubos que funcionen?

    Solución. *a*) 0.3712; *b*) 99.96 %.

26. Si X es una distribución de Poisson y se sabe que $P(X = 0) = 0.2$, calcular $P(X > 2)$ y $P(1 \leq X < 4)$.

    Solución. 0.2190; 0.7196.

27. En una pequeña ciudad de Australia se ha determinado que el 3 % de la población posee sangre del tipo AB. Calcular la probabilidad de que en una muestra de 5 individuos escogidos al azar tengan este tipo de sangre: *a*) al menos 2; *b*) menos de 3. Si se consideran los 120 habitantes de la población, ¿cuál es la probabilidad de que haya a lo sumo 5 individuos con el tipo de sangre AB?

    Solución. a) 0.114; *b*) 0.008; 0.691.

28. Un test de SIDA tiene una fiabilidad del 80 %. Si se realiza la prueba a 15 unidades de sangre infectadas, calcular la probabilidad de que el test detecte un mínimo de 12 unidades infectadas.

    Solución. 0.433.

29. Se sabe que un determinado país posee una proporción del 3 % de individuos daltónicos. Determinar la probabilidad de que de un grupo de 25 individuos se tenga: *a*) ninguno daltónico; *b*) al menos tres daltónicos. Determinar las mismas probabilidades en un grupo de 2000 individuos.

    Solución. a) 0.47 (respectivamente, 0); *b*) 0.04 (respectivamente, 1).

30. La probabilidad de aislar vivo el virus *Ebola* en un cultivo es de 0.01. Se realizan 10 intentos para aislarlo. Determinar la probabilidad de que se logre en: *a*) al menos 2; *b*) entre 3 y 5. Si se producen 100 intentos, determinar la probabilidad de obtener más de 2 aislamientos.

    Solución. a) 0.2642 (respectivamente, 0.5953); *b*) 0.0797 (respectivamente, 0.0002).

31. La probabilidad de que un niño vacunado contra la gripe contraiga la enfermedad es 0.3. Si tenemos un grupo de 10 niños vacunados, calcular la probabilidad de encontrar: *a*) al menos 2 enfermos; *b*) a lo sumo 7 enfermos. Si el grupo es de 1000 niños, determinar la probabilidad de que haya entre 250 y 325 enfermos.

    Solución. a) 0.8507; *b*) 0.9984; 0.9274.

32. Experimentalmente se ha determinado que la *meningitis por salmonelas*, enfermedad rara pero muy grave en los lactantes, produce una mortalidad aproximada del 60 %, aun cuando éstos sean tratados con cloramfenicol seguido de tetraciclinas. En un hospital ingresan 16 lactantes afectados por la enfermedad. Se pide calcular: *a*) la probabilidad de que mueran como mínimo 3 niños;

33. *b*) el número de muertes esperado. Si son 200 los bebés ingresados, ¿cuál es la probabilidad de que fallezcan más de 75 y menos de 130?

    Solución. *a*) 1; *b*) 10; 0.9251.

7.2. Distribución normal

34. La media de las calificaciones obtenidas en un test de aptitud por los alumnos de un centro fue de 400 puntos, con desviación típica de 100. Si las calificaciones siguen una distribución normal, calcular el porcentaje de alumnos que obtuvieron calificación: *a*) superior a 500; *b*) inferior a 300; *c*) entre 300 y 500. ¿Cuál es la probabilidad de que la calificación de un alumno elegido al azar difiera de la media en menos de 150 puntos?

    Solución. *a*) 15.87 %; *b*) 15.87 %; *c*) 68.26 %; 0.8664.

35. Sabiendo que la distribución de los coeficientes intelectuales (CI), cociente entre la edad mental y la edad real, de los reclutas de un reemplazo es una distribución normal de media 0.90 y desviación típica 0.40, calcular para un batallón (1000 reclutas) el número de individuos con CI: *a*) inferior a 1; *b*) inferior a 0.1; *c*) superior a 1.4; *d*) comprendido entre 0.8 y 1.3.

    Solución. *a*) 599; *b*) 23; *c*) 106; *d*) 440.

36. Una confitura puede ser calificada de «almíbar» si contiene entre 420 y 520 gramos de azúcar por kilo de confitura. Un fabricante comprueba 200 botes de confitura de 1 kilo, encontrando que el peso medio de azúcar es de 465 gramos con una desviación típica de 30 gramos. Sabiendo que el contenido de azúcar se distribuye normalmente (porque proviene de frutas con un contenido variable de azúcar), calcular el porcentaje de la producción del fabricante que no debe ser etiquetado como almíbar, considerando la muestra como representativa de la producción total.

    Solución. 10.04 %.

37. Se sabe que la concentración media de NH_3 en sangre venosa de individuos normales de la población es de 110 microgramos por mililitro, y que la concentración de NH_3 del 99 % de los individuos se encuentra entre 85 y 135 microgramos por mililitro. Se pide calcular la desviación típica de dicha población normal y los límites del intervalo que comprende al 70 % de los valores de la misma, así como el porcentaje de población con una concentración media, en microgramos por mililitro: *a*) mayor que 135; *b*) menor que 95; *c*) entre 90 y 125; *d*) entre 85 y 100.

Solución. $\sigma = 9.7$; [100,120]; *a*) 0.51 %; *b*) 6.18 %; *c*) 91.85 %; *d*) 14.64 %.

38. Se ha comprobado que la distribución del índice de colesterol para un gran número de personas es la siguiente: inferior a 165 centigramos, 58 %; comprendido entre 165 centigramos y 180 centigramos, 38 %. Se sabe que dicha distribución sigue una ley normal.

    a) Calcular el valor medio del índice de colesterol y su desviación típica.

    b) Se admite que las personas cuyo índice es superior a 183 centigramos deben ser sometidas a tratamiento. ¿Cuál es el número de personas a tratar en una población de 100000 individuos?

    Solución. *a*) $\mu = 163.1$; $\sigma = 9.7$; *b*) 2020.

39. El peso al nacer de los niños de una determinada población se distribuye normalmente. Han nacido 4000 niños en un mes, de los cuales 800 pesaron menos de 2 kilogramos y 1000 pesaron más de 3 kilogramos. Determinar la media y la desviación típica de la distribución normal.

    Solución. $\mu = 2.56$; $\sigma = 0.66$.

40. En el ingreso a una escuela universitaria se aplican ciertos tests, siguiendo sus resultados una distribución normal de media 35.5 y desviación típica 8. El gabinete psicotécnico de la escuela decide que el 12 % superior sea orientado a otras carreras de rango superior, y el 35 % inferior lo sea hacia otras carreras de rango inferior. Los alumnos presentados han sido 1000.

    a) ¿Cuál será la puntuación que decide las situaciones de los alumnos presentados?

    b) ¿Cuántos alumnos ingresarán en la escuela?

    Solución. *a*) 44.94, 32.38; *b*) 530.

41. Un psiquiatra al final del año hace recuento de los casos de neurosis tratados, obteniendo una distribución normal de media 30 y desviación típica 3. Se pide:

    a) Probabilidad de obtener puntuación de neurosis entre 28 y 33.

    b) Si el psiquiatra decide transferir a un psicólogo clínico el 30 % más neurótico de la muestra para realizar una batería de tests, ¿cuál es la puntuación que separa este grupo del resto?

    Solución. *a*) 0.5899; *b*) 31.56.

42. Se hacen 4000 tests de una cierta enfermedad que tiene igual probabilidad de dar positivo que negativo. Se pide determinar:

a) La probabilidad de que el número de tests positivos esté entre 1980 y 2040.

b) El intervalo simétrico respecto a la media que concentra el 95 % de las observaciones.

Solución. *a*) 0.8959; *b*) [1938, 2062].

43. La anchura X (en milímetros) de una población de coleópteros sigue una distribución normal $N(\mu,\sigma)$, dándose las siguientes probabilidades: $P(X \leq 12) = 0.77$; $P(X > 7) = 0.84$. Se pide:

a) Valores de μ y σ.

b) Proporción de individuos con anchura entre 8 y 10 milímetros.

c) Calcular x e y tales que $P(X > x) = 0.95$ y $P(X < y) = 0.33$.

Solución. *a*) μ=9.86, σ=2.89; *b*) 25.88 % ; *c*) $x = 5.11$, $y = 8.59$.

44. El número de errores que comete una máquina que determina el peso de las píldoras de un cierto laboratorio sigue una distribución normal de media 0 y desviación típica 1.5 decigramos. ¿Qué error máximo en una pesada comete la máquina con una probabilidad de 0.95?

Solución. 2.4675 decigramos.

45. Un país está habitado por dos grupos étnicos: A=«alpinos» y N=«nórdicos», que se encuentran en las proporciones 0.75 y 0.25, respectivamente. Se sabe que la talla de los individuos adultos varones es una $N(170,7)$ para el grupo A y una $N(176,7)$ para el grupo N. Se conviene que un individuo es «alto» si su talla es superior a 180 centímetros. Se pide:

a) Hallar la proporción de individuos altos en A y en N.

b) Si se elige un individuo al azar y resulta ser alto, determinar la probabilidad de que sea nórdico.

c) Si se elige un individuo al azar y resulta ser alto, determinar la probabilidad de que sea alpino.

Solución. *a*) 7.64 % A, 28.43 % N; *b*) 0.55; *c*) 0.45.

46. Se mide en centímetros la estatura de 2500 hombres. La distribución obtenida sigue una ley normal de media $\mu = 169$ y desviación típica $\sigma = 5.6$. Indicar el porcentaje de hombres cuya estatura es: *a*) inferior a 165 centímetros; *b*) superior a 172 centímetros. A un lado y a otro del valor medio, ¿cuáles son las estaturas límite de un efectivo que represente el 60 % de la población?

Solución. *a*) 23.89 %; *b*) 29.46 %; 164.296, 173.704.

47. El nivel de glucosa en sangre en ayunas ξ entre los diabéticos, medido en miligramos por cada 100 mililitros, puede suponerse de distribución aproximadamente normal, con media 106 y desviación típica 8.

    a) Calcular: $P(\xi \leq 120)$; $P(106 \leq \xi \leq 110)$; $P(\xi \geq 121)$.

    b) Determinar el porcentaje de diabéticos que presenta niveles de entre 90 y 120 miligramos por cada 100 mililitros.

    c) Hallar el punto x_0 tal que el 25 % de los diabéticos tiene un nivel de glucosa en ayunas inferior a x_0.

    Solución. *a*) $P(\xi \leq 120)$=0.9599, $P(106 \leq \xi \leq 110)$=0.1915, $P(\xi \geq 121)$=0.0304; *b*) 0.9371; *c*) $x_0 = 100.64$.

48. En una investigación sobre los efectos teratogénicos del tabaquismo se estudió una muestra de embarazadas de la cual el 40 % fumaba y el 60 % no. Cuando nacieron los niños se encontró que 20 de ellos tenían algún tipo de defecto de nacimiento. Sea ξ el número de niños cuya madre fumaba durante el embarazo. Si no hay relación entre el hecho de que la madre fumara y los defectos de nacimiento, entonces ξ es una binomial con $n = 20$ y $p = 0.4$. ¿Cuál es la probabilidad de que 12 ó más niños afectados tengan madres que fumaban?

    Solución. 0.0548.

49. Un varón adulto sano tiene un promedio de 5400000 glóbulos rojos por milímetro cúbico de sangre. Se examina una gota de tamaño 1/10000 milímetros cúbicos. ¿Con qué probabilidad el número de glóbulos rojos está entre 500 y 580? SUGERENCIA: La variable $\xi =$'número de glóbulos rojos en una gota de sangre' sigue una distribución de Poisson de parámetro $\lambda = 540$. Por ser λ tan grande conviene aproximar ξ mediante una normal con la misma media y desviación típica.

    Solución. 0.9146.

50. Los pesos de los sobres de un determinado antigripal se distribuyen normalmente, con un peso medio de 125 miligramos. Además, se sabe que el 97.72 % de los sobres tiene un peso superior a 100 miligramos.

    a) ¿Qué intervalo simétrico respecto a la media contiene al 80 % de los sobres producidos?

    b) Si se considera defectuoso todo sobre cuyo peso se diferencie de la media en más de un 25 %, ¿qué porcentaje de la producción va a ser rechazado?

Solución. *a*) [109, 141]; *b*) 1.24 %.

51. El contenido medio de una cápsula de cierto antibiótico es de 500 miligramos. Se sabe que los pesos de estas cápsulas se distribuyen normalmente, y que el 14.92 % de ellas tiene un peso superior a 552 miligramos. Se pide:

   a) Determinar el intervalo simétrico respecto a la media que contiene al 90 % de las cápsulas.

   b) Si por control posológico hay que retirar de la producción aquellas cápsulas que se diferencian del peso medio en más del 15 %, ¿qué porcentaje de cápsulas debe ser retirado?

   Solución. *a*) [417.75, 582.25]; *b*) 13.36 %.

52. La distribución de los coeficientes intelectuales ξ de los alumnos de cierto colegio sigue una ley normal. Sabiendo que $P(\xi \geq 1.4) = 0.1056$ y $P(\xi \geq 1) = 0.4013$, se pide determinar:

   a) Porcentaje de alumnos que tienen una puntuación superior a 0.5 e inferior a 0.85.

   b) Intervalo simétrico respecto a la media que contiene al 70 % de los alumnos.

   Solución. *a*) 29.16 %; *b*) [0.484, 1.316].

53. La resistencia a la rotura de un determinado tipo de prendas de quirófano está distribuida normalmente, con desviación típica 9. Además, se sabe que el 0.13 % de la producción tiene valores de resistencia inferiores a 140.

   a) Si se considera defectuosa toda pieza que tenga valores inferiores a 162, ¿qué proporción de prendas debe ser descartada para su uso?

   b) Si se consideran aptas para la utilización sólo aquellas prendas cuya resistencia no se diferencia del valor medio en más del 20 %, ¿qué porcentaje de prendas queda utilizable?

   Solución. *a*) 28.77 %; *b*) 99.98 %.

54. La temperatura a la que se sirve la comida de un determinado hospital se distribuye normalmente, con una media de 35 °C. Se sabe que el 68.26 % de los platos es servido a una temperatura comprendida entre los 28 y los 42 °C.

   a) El 10 % de los platos más calientes necesita cierto reposo antes de ser servido. ¿Qué temperatura determina la retención del plato en la cocina?

b) Si todo plato cuya temperatura difiera en más de 10 °C con respecto a la media debe ser retirado por frío o por muy caliente, ¿qué porcentaje se retira?

c) ¿Qué desviación típica nos asegurará que el 95.44 % de los platos tiene una temperatura entre 25 °C y 45 °C?

Solución. *a*) 43.96 °C; *b*) 15.28 %; *c*) 5.

55. Los pesos de los pacientes adultos de una planta en un hospital se distribuyen normalmente. Se sabe que el 24.2 % de dichos pacientes tienen peso inferior a 64.4 kilogramos y que el 30.85 % de ellos posee un peso superior a 74 kilogramos.

a) ¿Cuál es el peso máximo que determina al 30 % de los pacientes que menos pesa?

b) Si todo paciente cuyo peso difiera de la media en más de 15 kilogramos debe ser sometido a un régimen especial, ¿qué porcentaje de pacientes debe seguir este régimen?

Solución. *a*) 65.84; *b*) 6.08 %.

56. Los niveles de colesterol de la población adulta española siguen una distribución normal de media 120 miligramos por litro. Se sabe que el 15.87 % de la población tiene niveles inferiores a 110 miligramos por litro. Calcular:

a) El nivel de colesterol que supera el 25 % más alto de la población.

b) Los valores simétricos respecto a la media que concentran al 80 % de la población.

Solución. *a*) 126.7; *b*) [107.2, 132.8].

57. Se mide la estatura X en centímetros de un grupo de personas dispuestas para un experimento. Se sabe que dichas estaturas se distribuyen normalmente. También se conoce que $P(X \leq 163.4) = 0.1587$ y $P(X \geq 180.2) = 0.0228$.

a) ¿Qué porcentaje de la población tiene una estatura superior a 165 centímetros e inferior a 172 centímetros?

b) Determinar el intervalo de estaturas simétrico respecto a la media que contiene al 60 % de la población.

c) Calcular la estatura mínima del 30 % más alto de la población.

Solución. *a*) 46.65 %, *b*) [164.296, 173.704], *c*) 171.912.

58. La duración en días de las sábanas de un centro psiquiátrico se distribuye normalmente, con desviación típica 8. Se sabe que el 14.23 % de las sábanas supera los 58.56 días sin romperse.

   a) ¿Cuántas sábanas habrán tenido que ser repuestas antes de 35 días?

   b) ¿Cuántas sábanas habrá que reponer pasados 60 días?

   c) ¿En cuántos días habrá sido repuesto el 75 % de las sábanas?

   Solución. *a*) 3.04 %; *b*) 10.56 %; *c*) 55.36.

59. Estudios sobre la bilirrubina han demostrado que su concentración se distribuye normalmente con desviación típica 0.1 miligramos (por centímetros cúbicos de sangre). Se sabe que el 51.6 % de la población tiene niveles de concentración inferiores a 0.75 miligramos. Calcular:

   a) La proporción de la población que posee niveles de concentración superiores a 2 miligramos.

   b) Los valores de concentración simétricos con respecto a la media que contienen al 70 % de la población.

   c) Si se considera «enfermos» a aquellos individuos que poseen niveles de concentración superiores al 75 % de la población, determinar el nivel de bilirrubina que calificaría a una persona de enfermo.

   Solución. *a*) 0 %; *b*) [0.650, 0.856]; *c*) 0.686.