

Muestreo y estimación: problemas propuestos

BENITO J. GONZÁLEZ RODRÍGUEZ (bjglez@ull.es)

DOMINGO HERNÁNDEZ ABREU (dhabreu@ull.es)

MATEO M. JIMÉNEZ PAIZ (mjimenez@ull.es)

M. ISABEL MARRERO RODRÍGUEZ (imarrero@ull.es)

ALEJANDRO SANABRIA GARCÍA (asgarcia@ull.es)

Departamento de Análisis Matemático
Universidad de La Laguna

Índice

7. Problemas propuestos	1
7.1. Distribuciones muestrales	1
7.2. Intervalos de confianza	2
7.3. Contraste de hipótesis	3

ULL

Universidad
de La Laguna



7. Problemas propuestos

7.1. Distribuciones muestrales

1. Los candidatos a empleados del departamento de bomberos de cierta ciudad han de realizar un examen de aptitudes. Las puntuaciones en dicho examen siguen una distribución normal con media 280 y desviación típica 60. Se toma una muestra aleatoria de 9 puntuaciones de estos exámenes.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea menor de 270?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea mayor de 250?
- c) Supongamos que la desviación típica de la población fuese 40 en lugar de 60. Sin repetir los cálculos, establecer cómo cambiarían las respuestas de los apartados a) y b).

Solución. a) 20; b) 0.3085; c) 0.9332.

2. Se sabe que la resistencia a la ruptura de cierto tipo de cuerda se distribuye normalmente, con media de 2000 kilogramos y varianza de 25000 kilogramos. Se selecciona una muestra aleatoria de 100 cuerdas. Determinar la probabilidad de que en esa muestra:

- a) La resistencia media encontrada sea de 1958 kilogramos, al menos.
- b) La resistencia media sea mayor que 2080 kilogramos.

Solución. a) 0.9960; b) 0.

3. El administrador de una cadena de hospitales opina que un 30% de los pacientes generará facturas que se pagarán con más de 2 meses de retraso. Se toma una muestra de 200 pacientes.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que esta proporción muestral sea inferior a 0.25?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que esta proporción muestral sea superior a 0.33?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que esta proporción muestral esté entre 0.27 y 0.33?

Solución. a) 0.0618; b) 0.1762; c) 0.6476.

4. Se ha determinado que el 85.1% de los estudiantes de una universidad fuma cigarrillos. Se toma una muestra aleatoria de 200 estudiantes. Calcular la probabilidad de que no más del 80% de los alumnos de la muestra fume.

Solución. 2.14%.

5. En una peluquería se ha observado que en una quincena acude un promedio de 148 personas a arreglarse el pelo, con una desviación típica de 6 personas. Considerando que la distribución de muestreo es normal:
- ¿Qué porcentaje de las medias de la muestra estará entre 155 y 161 personas?
 - ¿Qué porcentaje de los valores medios de la muestra será mayor o igual que 170 personas?

Solución. a) 10.76%; b) 0%.

6. Un fabricante de televisores compra los tubos de rayos catódicos a dos compañías. Los tubos de la compañía *A* tienen una vida media de 7.2 años con una desviación estándar de 0.8 años, mientras que los de la *B* tienen una vida media de 6.7 años con una desviación estándar de 0.7. Determinar la probabilidad de que una muestra aleatoria de 34 tubos de la compañía *A* tenga una vida promedio de, al menos, 1 año más que la de una muestra aleatoria de 40 tubos de la compañía *B*.

Solución. 0.0023.

7. El ingreso promedio semanal de los trabajadores del sector de la construcción es de 200 euros. En el sector textil, el ingreso promedio es de 150 euros. Supongamos que los ingresos de los trabajadores en los dos sectores están normalmente distribuidos, con una desviación estándar de 80 euros. ¿Cuál es la probabilidad de que dos muestras aleatorias independientes, de tamaño 40, tomadas de cada sector, arrojen una diferencia de ingresos medios de 10 euros o menos?

Solución. 0.0127.

8. Se quiere estimar la facturación mensual promedio por consumo doméstico de electricidad en el mes de julio de una determinada ciudad, con una aproximación de 5 euros al promedio real y con el 99% de confianza. Se sabe que la desviación típica es de 20 euros. ¿Qué tamaño de muestra se necesita?

Solución. $n \geq 107$.

7.2. Intervalos de confianza

9. Los vuelos de una empresa de aviación tienen una duración distribuida aproximadamente de forma normal, con una desviación típica de 40 horas. Si una muestra de 30 vuelos tiene una duración promedio de 780 horas, determinar un intervalo de confianza al 96% para la media de la población de todos los vuelos de esta empresa.

Solución. (765,795).

10. Un fabricante de reproductores de discos compactos utiliza un conjunto de pruebas para evaluar el funcionamiento de éstos. Todos los reproductores de discos compactos deben pasar todas las pruebas antes de venderse. Una muestra aleatoria de 500 reproductores da como resultado 15 que fallan en una o más pruebas. Determinar un intervalo de confianza al 90 % para la proporción de los reproductores de discos compactos de la población que no pasarían todas las pruebas.

Solución. (0.0237, 0.0376).

11. En una muestra de 90 personas, 65 se mostraron a favor de un producto. Encontrar un intervalo de confianza del 90 % para la proporción de personas que están a favor del producto.

Solución. $0.642 < p < 0.798$.

12. Una muestra de resistencia al esfuerzo de 36 metales de un determinado tipo proporcionó una media de 248 Newtons por metro cuadrado, con una desviación típica de 20 Newtons por metro cuadrado. Otra muestra de 38 metales de otro tipo proporcionó una media de 252 Newtons por metro cuadrado, con una desviación de 28 Newtons por metro cuadrado. Determinar un intervalo de confianza al 95 % para la diferencia de medias.

Solución. (-15, 7).

13. ¿De qué tamaño debe ser una muestra para tener un error de 0.2 para una variable con distribución normal de media 2.5 y desviación típica de 0.3, y con una confianza del 95 %?

Solución. $n \geq 9$.

7.3. Contraste de hipótesis

14. La duración media de una muestra de 100 tubos fluorescentes producidos en cierta fábrica resulta ser de 1570 horas, con una desviación típica de 120 horas. Si μ es la duración media de todos los tubos producidos en esa fábrica, comprobar la hipótesis $\mu = 1600$ frente a la hipótesis $\mu \neq 1600$ con niveles de significación: a) 0.05; b) 0.01.

Solución. a) Se rechaza la hipótesis nula al nivel de significación de 0.05; b) no se puede rechazar la hipótesis nula al nivel de significación de 0.01.

15. Se supone que el tiempo que se tarda en montar uno de los componentes de un coche sigue una distribución normal, con media μ y desviación típica 0.6 minutos. Se toma una muestra de 20 unidades seleccionadas aleatoriamente, y se obtienen los siguientes tiempos: 9.8, 10.4, 10.6, 9.6, 9.7, 9.9, 10.9,

11.1, 9.6, 10.2, 10.2, 9.6, 9.9, 11.2, 10.7, 10.1, 10.5, 9.7, 11.2, 9.8. Con base a esta muestra, ¿existe alguna razón para creer, con un nivel de significación del 0.05, que el tiempo promedio es mayor de 10 minutos?

Solución. Se rechaza la hipótesis de que el tiempo promedio es mayor de 10 minutos al nivel de significación del 0.05.

16. Un fabricante de lavadoras afirma que sólo el 5% de todas las unidades que vende sufre un fallo durante el primer año. Una organización de consumidores ha pedido a 20 familias con igual número de miembros que han adquirido sus lavadoras, que informen de cualquier mal funcionamiento durante el primer año. Al final de éste, sólo 3 familias informaron de mal funcionamiento. Si la organización de consumidores cree que la proporción de lavadoras que sufrirán un fallo durante el primer año es mayor, utilizar un contraste unilateral a la derecha para la hipótesis de que $p = 0.05$ con error de tipo I de 0.1. SUGERENCIA: $H_0: p = 0.05$, $H_1: p > 0.05$.

Solución. Se rechaza H_1 con un nivel de significación $\alpha = 0.1$.